

L'Entransie comme critère d'optimisation des transferts thermiques

Application aux échangeurs de chaleur

A. Vaudrey

<alexandre.vaudrey@ecam.fr>

ÉCAM, Laboratoire d'Énergétique, Lyon

Journée thématique SFT du 15 mars 2012 : Intensification des Transferts dans les Échangeurs Thermiques et Multifonctionnels : Techniques, Outils d'analyse et Optimisation



- 1 Introduction
 - Qu'est-ce que l'entransie ?
 - Pourquoi l'entransie ?
 - Propriétés variationnelles
- 2 Formalisation du concept d'entransie
- 3 Application aux échangeurs de chaleur
 - Entransie et convection
 - Applications
 - L'entransie et Monsieur Jourdain
- 4 Conclusions et perspectives



L'entransie

Qu'est-ce que c'est ?

- Le mot “**entransie**” [1] est une francisation du terme *entransy* proposé initialement par Guo *et al.* [2], signifiant “*heat transfer ability*” ;
- L'entransie est définie par **analogie électrique** avec un condensateur électrique.
 - L'apport de la charge dq [C] à un condensateur augmente son énergie de :

$$\delta W = \mathcal{V} \cdot dq \quad [\text{J}]$$

- L'apport de la charge q correspond alors à :

$$W = \int_0^q \mathcal{V} \cdot dq' = \int_0^q \frac{q'}{C} \cdot dq' = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \mathcal{V} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \mathcal{V}^2$$

$\mathcal{V} = \frac{q}{C}$
 $q = C \cdot \mathcal{V}$

Et le travail stocké est **proportionnel au carré du potentiel électrique** \mathcal{V} .

- Pour définir l'entransie, on identifie la **charge électrique** q à l'**énergie thermique accumulée** Q et le **potentiel électrique** \mathcal{V} à la **température** T .
- Analogie possible avec l'**énergie cinétique**.



L'entranse

Qu'est-ce que c'est ?

- L'**entranse** Φ est donc définie comme la moitié du produit "énergie \times potentiel", c'est-à-dire ici "chaleur \times températures" :

$$\Phi = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot c \cdot T^2 \quad [\text{J} \cdot \text{K}]$$

avec c [J/(kg · K)] la **chaleur spécifique massique**.

- En convection, on peut aussi définir le **flux d'entranse** $\dot{\Phi}$ [W · K] :

$$\dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dQ}{dt} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \dot{Q} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c \cdot T^2$$

- ou l'**entranse spécifique** ϕ [J · K/kg] :

$$\phi = \frac{\Phi}{m} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot T = \frac{1}{2} \cdot c \cdot T^2 \Rightarrow \dot{\Phi} = \dot{m} \cdot \phi$$

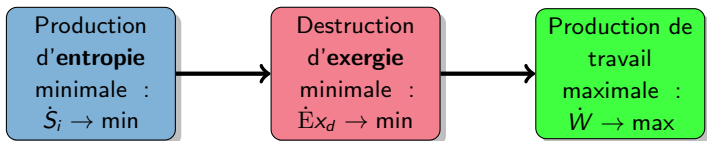
avec q [J/kg] l'énergie thermique spécifique massique (**énergie interne** u ou **enthalpie** h).



L'entranse

Quel intérêt ? Pourquoi pas la production d'entropie ?

- Un **critère d'optimisation pertinent** doit voir ses extremums correspondre à des configurations physiques ayant une **signification particulière** (flux maximum, résistances minimum, etc.) dans le contexte de l'étude.
- Le critère classique de **taux de production d'entropie minimal** ($\dot{S}_i \rightarrow \min$) est fondamental lorsque l'objectif est la **production de travail** [3] :



- Il est classiquement utilisé pour optimiser les **installations motrices**, mais aussi réceptrices, par l'intermédiaire du concept d'**exergie**.
- Il pose certains problèmes lorsqu'il est appliqué aux **échanges de chaleur**.



L'entranse

Production d'entropie → Le paradoxe de Bejan

Échangeur de chaleur à contre courant équilibré ($\dot{C}_c = \dot{C}_f$) [3] :

Efficacité et nombre d'unités de transfert :

$$\epsilon = \frac{\text{NUT}}{1 + \text{NUT}} \quad \text{NUT} = \frac{h_g \cdot S}{\dot{C}}$$

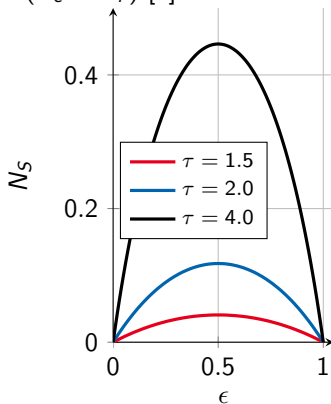
$\tau = T_{c,e}/T_{f,e} > 1$ le rapport des températures d'entrée → **Nombre de production d'entropie** :

$$N_S = \dot{S}_i / \dot{C} \\ = \ln \left((1 + \epsilon \cdot (\tau - 1)) \cdot \left[1 - \epsilon \cdot \left(1 - \frac{1}{\tau} \right) \right] \right)$$

Minimisation de la production d'entropie ($\propto N_S$) si

$\epsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \text{NUT} \rightarrow 0 \Rightarrow S \rightarrow 0$ ou si $\epsilon \rightarrow 1 \Rightarrow \text{NUT} \rightarrow \infty \Rightarrow S \rightarrow \infty$:

Résultats absurdes !



L'entransie

Production d'entropie → Généralisation à d'autres échangeurs

- En 2004, Shah et Skiepko [4] ont appliqué le critère de production d'entropie à **18** configurations différentes d'échangeurs : ils n'ont trouvé **aucun lien de cause à effet entre le couple (ϵ, NUT) et N_S** → Les extremums de la production d'entropie ne correspondent pas à des configurations significatives.
- D'autres critères on aussi été développés [5], comme par exemple la **Consommation Opératoire Unitaire d'Exergie (COUE_x)** [6] :

$$COUE_x = \frac{\dot{E}_{x_d}}{\dot{Q}} = \frac{T_\infty \cdot \dot{S}_i}{\dot{Q}}$$

ou rendement de Witte-Shamsundar [7] :

$$\eta_{WS} = 1 - \frac{\dot{E}_{x_d}}{\dot{Q}} = 1 - COUE_x$$

mais la production d'entropie ne dispose pas de **propriétés variationnelles** intéressantes vis à vis du transfert de chaleur [8].



L'entransie

Propriétés variationnelles

Principe de moindre action "thermique" [8]

- Pour une configuration donnée des **flux de chaleur** transitant par un système, parmi toutes les **répartitions de température** possibles, celle qui correspond à la réalité (théorique ou expérimentale) est celle qui **minimise la destruction totale d'entransie**.
- Pour une répartition donnée de la **température**, les **flux de chaleur** se distribuent de manière à minimiser la destruction d'entransie.

Conséquences

- Lorsque le **flux de chaleur est imposé**, **minimiser** la **destruction d'entransie** revient à **minimiser** les **différences de température**.
- Lorsque les **températures sont imposées**, **maximiser** la **destruction d'entransie** revient à **maximiser** le **flux échangé**.

L'entransie dispose donc de toutes les propriétés que l'on attend d'un critère d'optimisation.



- 1 Introduction
- 2 Formalisation du concept d'entransie**
- 3 Application aux échangeurs de chaleur
- 4 Conclusions et perspectives



Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

Phénomène de diffusion thermique décrit par la **loi de Fourier** :

$$\underbrace{\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T}_{\text{Flux de chaleur}} \xrightarrow{\times T} \underbrace{\dot{\phi} = \dot{q} \cdot T = -\lambda \cdot T \cdot \nabla T}_{\text{Flux d'entransie}}$$

Et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Devient l'équation bilan d'entransie :

$$\nabla(\dot{q} \cdot T) - \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma} \cdot T = \rho \cdot c \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$



Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

Phénomène de diffusion thermique décrit par la **loi de Fourier** :

$$\underbrace{\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T}_{\text{Flux de chaleur}} \xrightarrow{\times T} \underbrace{\dot{\phi} = \dot{q} \cdot T = -\lambda \cdot T \cdot \nabla T}_{\text{Flux d'entransie}}$$

Et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Devient l'équation bilan d'entransie :

$$\nabla(\dot{q} \cdot T) - \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma} \cdot T = \rho \cdot c \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Diffusion d'entransie



Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

Phénomène de diffusion thermique décrit par la **loi de Fourier** :

$$\underbrace{\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T}_{\text{Flux de chaleur}} \xrightarrow{\times T} \underbrace{\dot{\phi} = \dot{q} \cdot T = -\lambda \cdot T \cdot \nabla T}_{\text{Flux d'entransie}}$$

Et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Devient l'équation bilan d'entransie :

$$\nabla(\dot{q} \cdot T) - \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma} \cdot T = \rho \cdot c \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

→ Destruction d'entransie
→ Diffusion d'entransie



Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

Phénomène de diffusion thermique décrit par la **loi de Fourier** :

$$\underbrace{\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T}_{\text{Flux de chaleur}} \xrightarrow{\times T} \underbrace{\dot{\phi} = \dot{q} \cdot T = -\lambda \cdot T \cdot \nabla T}_{\text{Flux d'entransie}}$$

Et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Devient l'équation bilan d'entransie :

$$\nabla(\dot{q} \cdot T) - \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma} \cdot T = \rho \cdot c \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

- Source d'entransie
- Destruction d'entransie
- Diffusion d'entransie



Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

Phénomène de diffusion thermique décrit par la **loi de Fourier** :

$$\underbrace{\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T}_{\text{Flux de chaleur}} \xrightarrow{\times T} \underbrace{\dot{\phi} = \dot{q} \cdot T = -\lambda \cdot T \cdot \nabla T}_{\text{Flux d'entransie}}$$

Et l'équation de la chaleur :

$$\nabla \cdot \dot{q} + \dot{\sigma} = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Devient l'équation bilan d'entransie :

$$\nabla(\dot{q} \cdot T) - \dot{q} \cdot \nabla T + \dot{\sigma} \cdot T = \rho \cdot c \cdot T \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

- Accumulation d'entransie
- Source d'entransie
- Destruction d'entransie
- Diffusion d'entransie



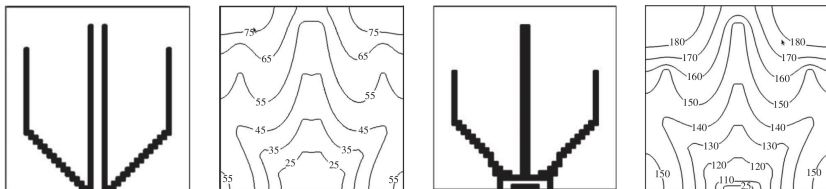
Formalisation du concept

Bilan d'entransie dans un phénomène de diffusion thermique

L'optimisation d'un transfert de chaleur conductif peut alors se baser sur la **minimisation** de la **destruction/dissipation d'entransie** $\dot{\phi}_d$:

$$\dot{\phi}_d = -\dot{q} \cdot \nabla T = -\lambda \cdot |\nabla T|^2 \rightarrow \min$$

correspondante à la minimisation de la différence de température pour un flux de chaleur donné.



Exemple de calcul de répartition d'une quantité de matériau conducteur (en noir) dans une masse de matériau isolant (en blanc) afin d'optimiser la conductance thermique de l'ensemble. Les 2 résultats de gauche utilisent \dot{S}_i et ceux de droite $\dot{\phi}_d$ [8].



- 1 Introduction
- 2 Formalisation du concept d'entransie
- 3 Application aux échangeurs de chaleur**
 - Entransie et convection
 - Applications
 - L'entransie et Monsieur Jourdain
- 4 Conclusions et perspectives



Entransie et convection

Modification de l'équation d'énergie

Partant de l'équation de conservation de l'énergie dans un fluide (sans dissipation visqueuse) :

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t}(\vec{x}, t) + \vec{v} \cdot \nabla T(\vec{x}, t) \right) = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T(\vec{x}, t))$$

On arrive à une **équation bilan d'entransie** [9] :

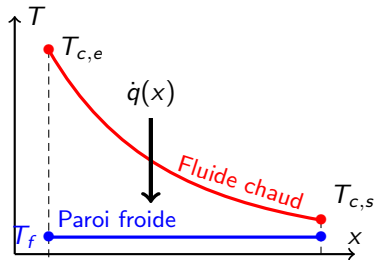
$$\underbrace{\frac{\partial \Phi}{\partial t}(\vec{x}, t)}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\vec{v} \cdot \nabla \Phi(\vec{x}, t)}_{\text{Advection}} = \underbrace{\nabla \cdot (\lambda \cdot T \cdot \nabla T)(\vec{x}, t)}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\lambda \cdot |\nabla T(\vec{x}, t)|^2}_{\text{Destruction}}$$

qui peut servir par exemple à **optimiser** un **échangeur de chaleur** [10].



Application aux échangeurs de chaleur

Un exemple simple : l'échangeur isotherme



Échangeur isotherme : un **fluide chaud** entre à température $T_{c,e}$ et cède de la chaleur à une **paroi froide** à température T_f . Bilan de chaleur à la profondeur x :

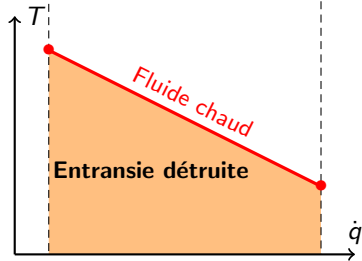
$$\dot{Q}(x) = \dot{q}(x) \cdot P \cdot dx = \dot{C} \cdot dT_c(x)$$

Bilan d'**entransie** ($\times T_c(x)$) intégré :

$$\int_0^\ell \dot{q}(x) \cdot T_c(x) \cdot P \cdot dx = \dot{C} \cdot \int_{T_{c,e}}^{T_{c,s}} T_c \cdot dT_c$$

$$\begin{aligned} \text{Entransie détruite} &= \frac{1}{2} \cdot \dot{C} \cdot (T_{c,s}^2 - T_{c,e}^2) \\ &= \dot{\Phi}_{c,s} - \dot{\Phi}_{c,e} = \dot{\Phi}_d \end{aligned}$$

Bilan très simple à établir.



Application aux échangeurs de chaleur

Un exemple simple : l'échangeur contre-courant

- Pour un échangeur **contre-courant** hébergeant un **fluide chaud** à température T_c et un **fluide froid** à température T_f , on a :

$$\dot{\Phi}_d = \underbrace{(\dot{\Phi}_{c,e} + \dot{\Phi}_{f,e})}_{\dot{\Phi}_e} - \underbrace{(\dot{\Phi}_{c,s} + \dot{\Phi}_{f,s})}_{\dot{\Phi}_s} = \int_0^\ell \dot{Q}(x) \cdot (T_c(x) - T_f(x)) \cdot dx$$

L'**entransie détruite** est alors tout simplement la différence entre les entransies **entrantes** et **sortantes** de l'échangeur.

- On peut définir ensuite un **nombre de destruction d'entransie** N_Φ [11] :

$$N_\Phi = \frac{\dot{\Phi}_d}{\dot{Q} \cdot (T_{c,e} - T_{f,e})}$$

analogue au nombre de production d'entropie N_s → Les résultats obtenus avec ce critère ne sont pas toujours différents de ceux issus de l'utilisation de N_s [1].



Application aux échangeurs de chaleur

Utilisations du critère

Il existe plusieurs manière d'intégrer le critère de destruction d'entransie dans un calcul d'optimisation d'échangeur :

- On peut chercher la configuration de fonctionnement (ϵ, NUT) qui minimise la **destruction d'entransie** [10] :

$$\text{Solution} = \arg \min_{\mathcal{C}} (\dot{\Phi}_d)$$

avec \mathcal{C} un ensemble de **contraintes** "technologiques".

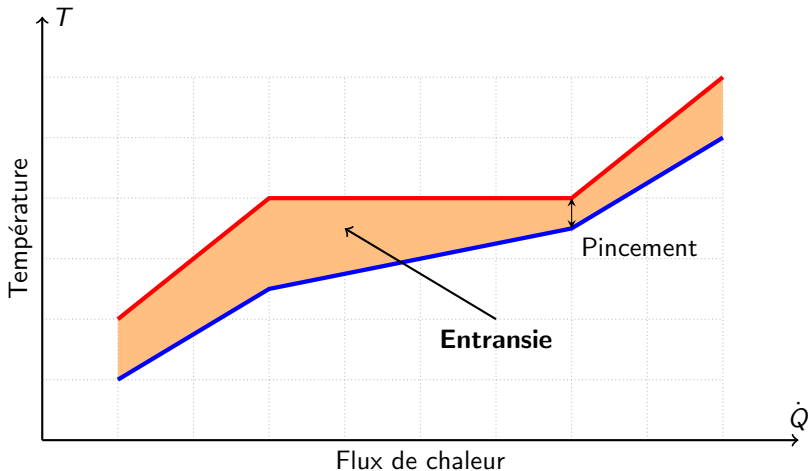
- Ou minimiser par exemple la **masse de l'ensemble** (application embarquée) en utilisant comme contrainte une destruction d'entransie donnée :

$$\text{Solution} = \arg \min_{\dot{\Phi}_d = \text{cste}} (m)$$



L'entransie et Monsieur Jourdain

On fait de l'entransie sans le savoir : la méthode du pincement



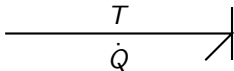
Minimiser l'aire colorée (méthode du pincement) revient à **minimiser l'entransie détruite**.



L'entranse et Monsieur Jourdain

On fait de l'entranse sans le savoir : les pseudos *bond graphs*

- La méthode des **graphes de liaisons** (*bond graphs*) se base sur la représentation des **puissances** (électriques, mécanique, ...) sous forme de produits "flux \times force" : $\dot{E} = I \times U$ pour la puissance électrique [12].
- La puissance thermique utilisant comme "force" la température T , elle doit prendre comme flux le **flux d'entropie \dot{S} qui n'est pas conservatif !** \rightarrow Problème d'unicité de solutions (loi de Kirchhoff).
- Karnopp [13] a proposé l'utilisation de pseudo bond graphs basés sur le couple $\dot{Q} \times T$, l'échange thermique est alors représenté par une entransie.



- 1 Introduction
- 2 Formalisation du concept d'entransie
- 3 Application aux échangeurs de chaleur
- 4 Conclusions et perspectives



L'entransie

Conclusions

- L'**entransie** n'est pas réellement un nouveau concept (méthode du pincement, *bond graphs*), mais sa **formalisation** et son utilisation pour **optimiser les échanges de chaleur** sont novateurs [2, 8].
- **Justifications** du choix de l'entransie (par rapport à l'exergie/entropie) souvent **douteuses** !
- Même s'il est souvent qualifié de **thermodynamique**, ce critère de performances n'implique pas de conversion ultérieure sous forme de travail (**entransie \neq exergie**) : **c'est un concept purement thermique** !
- Il est applicable aux transferts de chaleur **conductifs, convectifs, radiatifs** [14] et aux problèmes de **changement de phase** [15].
- Il peut être utilisé dans le cadre d'une **approche constructale** [2, 8] et dispose, comme la production d'entropie [16], de son propre **théorème d'équipartition** [17].
- Il a été étendu aux problèmes de **transfert de matière** et même au dimensionnement d'aimants [18] !



L'entransie

Perspectives

- Les principaux travaux actuels sur l'entransie sont essentiellement **théoriques** → **Approche plus expérimentale ?**
- Peu d'études d'optimisation sur des **fonctionnements transitoires** (**systèmes de stockage de chaleur, régénérateurs, écoulements pulsés, etc.**)
→ Extension possible de la notion de **longueur thermodynamique ?**



Références I



A. Vaudrey.

L'entransie, un autre critère d'optimisation pour les échanges de chaleur.
In *Congrès de la Société Française de Thermique*, Perpignan, Mai 2011.



Z.-Y. Guo, H.-Y. Zhu, and X.-G. Liang.

Entransy – a physical quantity describing heat transfer ability.
International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(13-14) :2545–2556, 2007.



A. Bejan.

Advanced Engineering Thermodynamics.
Wiley, New York, 1997.







R. K. Shah and T. Skiepko.

Entropy Generation Extrema and their Relationship with Heat Exchanger Effectiveness - Number of Transfer Unit behavior for Complex Flow Arrangements.
Journal of Heat Transfer, 126 :994–1002, 2004.





Références II

-  M. Yilmaz, O. N. Sara, and S. Karsli.
Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis.
Exergy, an International Journal, 1(4) :278–294, 2001.
-  R. Rivero, S. de Oliveira Jr, and P. Le Goff.
Température de Carnot Θ , Diagramme Θ/Q , Méthode du pincement.
Entropie, 157/158 :13–20, 1990.
-  L. C. Witte and N. Shamsundar.
A thermodynamic efficiency concept for heat exchange devices.
Journal of Engineering for Power, 105(1) :199–203, 1983.
-  Q. Chen, H. Zhu, N. Pan, and Z.-Y. Guo.
An alternative criterion in heat transfer optimization.
Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science, Oct. 2010.




Références III

 M. Xu.
The thermodynamic basis of entransy and entransy dissipation.
Energy, 36 :4272–4277, 2011.

 J. Guo and M. Xu.
The application of entransy dissipation theory in optimization of heat exchanger.
Applied Thermal Engineering, 35 :227–235, 2012.

 S. J. Xia, L. G. Chen, and F. R. Sun.
Optimization for entransy dissipation minimization in heat exchanger.
Chinese Science Bulletin, 54(19) :3587–3595, 2009.

 B. Ould Bouamama and G. Dauphin-Tanguy.
Modélisation par bond graph : Éléments de base pour l'énergétique.
Techniques de l'ingénieur, BE 8 280, 2006.



Références IV



D. C. Karnopp.

Pseudo Bond Graph for Thermal Energy Transport.

Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 100(3) :165–169, 1978.



J. Wu and X. Liang.

Application of entransy dissipation extremum principle in radiative heat transfer optimization.

Science in China Series E : Technological Sciences, 51(8) :1306–1314, 2008.



S. Xia, L. Cheng, and F. Sun.

Entransy dissipation minimization for liquid-solid phase change processes.

Science China – Technological Sciences, 53(4) :960–968, 2010.



D. Tondeur and E. Kvaalen.

Equipartition of Entropy Production. An Optimality Criterion for Transfer and Separation Processes.

Industrial & Engineering Chemistry Research, 26 :50–56, 1987.



Références V



J. F. Guo, M. T. Xu, and L. Cheng.

Principle of equipartition of entransy dissipation for heat exchanger design.

Science China – Technological Sciences, 53(5) :1309–1314, 2010.



S. Wei, L. Chen, and F Sun.

Constructal multidisciplinary optimization of electromagnet based on entransy dissipation minimization.

Science in China Series E : Technological Sciences, 52(10) :2981–2989, 2009.

