Transferts de chaleur et de masse dans des écoulements turbulents de Taylor-Couette avec flux axial.

Adrien Aubert^{1,2*}, Thomas Thouveny¹, Michael Le Bars¹, Patrice Le Gal¹, Sébastien Poncet² et Stéphane Viazzo²

 ¹ IRPHE, UMR 7342 CNRS, Aix-Marseille Univ., École Centrale de Marseille 49 rue F. Joliot Curie, BP 146 13384 Marseille cedex 13
² M2P2, UMR 7340 CNRS, Aix-Marseille Univ., École Centrale de Marseille 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille cedex 20
*(auteur correspondant : aaubert@irphe.univ-mrs.fr)

Résumé - Nous nous intéressons ici aux transferts de chaleur et de masse dans un système de Taylor-Couette avec flux axial. Un dispositif permettant des mesures de vitesse et de coefficients de transferts a été développé. Les régimes étudiés sont turbulents : nombre de Reynolds axial entre 5600 et 11200 et entre 7900 et 7,9 10^7 pour le nombre de Taylor. Nous reportons le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds axial et du nombre de Taylor ainsi que des mesures de vitesse. La présence de structures organisées proche du rotor a été observée, ce qui est aussi confirmé par les calculs DNS.

Nomenclature

- D_h Diamètre hydraulique, m
- *e* Largeur de l'entrefer, m
- *h* Coefficient de transfert pariétal, W m⁻² K⁻¹
- Pelec Puissance électrique imposée, W
- Q Débit volumique, m³ s⁻¹
- r Coordonnée radiale, m
- R_i Rayon extérieur du rotor, m
- Ro Rayon intérieur du stator, m
- S_d Surface débitante, m²
- S_{int} Surface extérieure du rotor, m²
- T Température, K
- T_f Température de film, K
- T_p Température mesurée par une sonde, K

- u Composante radiale de la vitesse, m s⁻¹
- v Composante tangentielle de la vitesse, m s⁻¹
- w Composante axiale de la vitesse, m s⁻¹
- z Coordonnée axiale, m
- Symboles grecs
- λ Conductivité thermique de l'eau, W m⁻¹ K⁻¹
- δ Epaisseur de la couche d'Ekman, m
- ν Viscosité cinématique de l'eau, m² s⁻¹
- η Rendement, [-]
- Ω Taux de rotation, tr min⁻¹

Indices et exposants

sans dimension

1. Introduction

Aujourd'hui et malgré les très nombreuses études effectuées sur le système de Taylor-Couette, il existe encore de grandes incertitudes sur les comportements de cet écoulement en particulier lorsque celui ci est associé à des gradients de température (voir la revue de *Fénot et al* [1]). Contactés par un concepteur de turbine pour l'aéronautique, il est apparu que cet industriel était confronté à un problème de refroidissement d'un système de type rotor-stator en géométrie cylindrique. Malgré un flux axial imposé, le refroidissement des pièces mécaniques n'est pas optimal et ne correspond pas toujours aux valeurs des coefficients d'échange publiées dans la littérature. Il apparait d'ailleurs que les résultats obtenus par différentes équipes de recherche ne parviennent pas à un consensus concernant une corrélation entre le nombre de Nusselt et les nombres de Reynolds et de Taylor (caractérisant respectivement l'écoulement axial et l'écoulement lié à la rotation). Alors que certains auteurs [2] observent un effet quasiment négligeable du nombre de Reynolds, d'autres proposent des corrélations dépendant à la fois du nombre de Taylor et du nombre de Reynolds [3]. Plusieurs raisons peuvent être à l'origine de la dispersion de ces résultats : les gammes des paramètres expérimentaux (débit et taux de rotation) ainsi que les dimensions des systèmes étudiés. En effet dans certaines corrélations synthétisées par [1], les géométries sont trop courtes pour permettre l'établissement de l'écoulement. De fait, les corrélations sont fortement dépendantes des conditions d'entrée.

Nous avons alors développé une approche expérimentale et numérique (seule l'approche expérimentale sera présentée ici) qui est basée sur des lois de similitudes. Plutôt que d'utiliser de l'air, comme c'est le cas dans les machines réelles dont les taux de rotation atteignent les 10⁵ tr/min, nous avons opté pour un dispositif en similitude de Reynolds fonctionnant dans l'eau. De plus, la géométrie de notre dispositif respecte également les rapports d'aspects de la turbopompe. Nous nous proposons ainsi d'essayer d'amener une meilleure compréhension des mécanismes de transferts de chaleur et de masse dans l'entrefer rotor-stator, en ciblant plus particulièrement les régimes turbulents.

2. Description du banc d'essais

2.1. Description générale





Figure 1 Schéma de principe du dispositif expérimental.

Figure 2 Photographie du dispositif expérimental.

Nous présentons ici le banc d'essais que nous avons développé pour cette étude. Le système est composé de deux cylindres concentriques de 0,5 m de longueur (voir figure 1). Le cylindre intérieur de 8 cm de rayon (R_i) tourne autour de son axe à la vitesse ΩR_i et permet d'assurer le flux de chaleur (une description détaillée est faite plus loin). Le cylindre extérieur est de 9 cm de rayon (R_o) et reste immobile. Il est en PMMA afin de permettre l'utilisation de techniques de vélocimétrie optiques. Il est régulé en température grâce à une cuve elle aussi en PMMA (voir figure 2) reliée à un thermostat à circulation.

Le débit volumique Q est imposé du haut vers le bas dans l'entrefer e (1 cm) par une pompe

centrifuge. En entrée, une cavité recueille les flux en provenance de 6 canalisations. Elle comprend également une purge pour éliminer les bulles présentes lors de l'amorçage du système. En sortie d'entrefer, une petite cavité en PMMA récupère l'eau. La perte de charge qu'elle induit peut être réglée au moyen de 5 vannes. L'eau est ensuite recueillie dans un grand réservoir à surface libre qui est lui aussi thermalisé. La température de l'eau est mesurée en entrée et en sortie de l'entrefer grâce à 2 sondes PT100 situées au milieu de la cavité.

Les nombres sans dimension suivants seront utilisés par la suite :

- Le nombre de Reynolds axial : $Re = QD_h/S_d\nu$,
- Le nombre de Taylor : $Ta = \Omega^2 R_i e^3 / \nu^2$,
- Le nombre de Nusselt : $Nu = he/\lambda$.

2.2. Détails concernant le rotor

Le rotor, dont la fonction est aussi d'assurer le flux de chaleur, est composé de plusieurs sous parties. On trouve d'abord un tube de rayon 6 cm en aluminium sur lequel une couche de 1 cm de liège a été collée afin de réduire les pertes de chaleur. Ensuite, 60 m de fil chauffant (de résistivité 1 Ohm/m) de 4 mm de diamètre ont été enroulés sur la couche de liège. Une pâte conductrice a été ajoutée pour combler les espaces inter-spires. Enfin, un tube en cuivre de 8 cm de rayon (5 mm d'épaisseur) a été glissé autour de cet ensemble. Pour fermer le rotor, deux disques en PVC (5 cm d'épaisseur) ont été montés aux deux extrémités. L'alimentation électrique du câble chauffant possède un puissance maximale de 1500W.

Les mesures de température pariétales sont réalisées grâce à 4 sondes de type PT100 affleurant la surface extérieure du rotor. Elles ont été disposées par paires symétriquement opposées respectivement à 16,7 et 33,3 cm du haut du cylindre. Les données de mesure des sondes de PT100 sont acquises avec un module d'entrée analogique 4 voies.

L'arbre moteur est un tube en acier inoxydable de 3 cm de rayon. Un perçage permet de faire passer les fils des sondes et de la résistance de chauffage de la partie intérieure du rotor à un collecteur tournant situé dans la partie supérieure du banc d'essais. L'arbre traverse les bouchons en PVC et l'étanchéité est réalisée par deux joints toriques à chacune des extrémités. Des vis de pression permettent un alignement correct du rotor vis à vis de l'arbre. L'arbre est monté sur deux roulements et prend place dans la partie du banc d'essais qui a été décrite précédemment. L'étanchéité avec les cuves d'entrée et de sortie d'eau est réalisée de chaque côté par un joint à lèvre.

3. Procédure expérimentale et traitement des résultats

3.1. Mesures de vitesse

Différents outils ont été utilisés afin de réaliser des mesures de vitesse sur le banc d'essais que nous venons de décrire (voir figure 3). Notre système de LDV (Vélocimétrie par effet Doppler) permet de mesurer simultanément deux composantes de la vitesse. Nous avons choisi la vitesse axiale w et la vitesse tangentielle v qui caractérisent le mieux l'écoulement (la vitesse radiale u est en moyenne nulle). L'ensemencement a été réalisé avec des particules de polyamide de 5 μ m de diamètre. Chaque mesure a été effectuée sur une période de 2 minutes afin d'obtenir une convergence statistique satisfaisante de la vitesse mesurée.

Pour les mesures par PIV (Vélocimétrie par Image de Particules) et SPIV (Stéréo-PIV), nous avons utilisé un laser continu de puissance 5 W et deux caméras rapides. La fréquence d'acquisition est fixée à 1500 Hz pour une résolution de 512x1024 pixels. La durée d'acquisition



Figure 3 Schéma d'installation des différents dispositifs de mesure de vitesse.

est limitée à 2,6 s. Les particules utilisées sont également en polyamide, mais cette fois de 30 μ m de diamètre. Le logiciel permettant de réaliser les corrélations entre images est DPIVSoft, un programme développé en interne à l'IRPHE [4]. Les fenêtres d'interrogations sont dans un premier temps de 64x64 pixels avec un recouvrement de 50 %. Elles sont ensuite déformées et translatées suivant l'estimation du champ de vitesse. Des fenêtres plus petites (32x32 pixels avec un recouvrement de 50 %) sont choisies dans un second temps pour obtenir une meilleure résolution spatiale.

Les composantes axiale w et azimutale v sont par la suite normalisées respectivement par la vitesse débitante V_{deb} et la vitesse pariétale du rotor ΩR_i , soit $w = w/V_{deb}$ et $v = v/(\Omega R_i)$. Pour la PIV classique, nous n'avons pas accès à la composante azimutale. La largeur de l'entrefer est normalisée de manière à avoir 0 à la paroi du stator et 1 au rotor.

3.2. Mesures de température

La procédure expérimentale complète pour les mesures de température est la suivante. Les systèmes de refroidissement (cuve de thermalisation et thermalisation du circuit d'eau) sont mis en marche. On met ensuite en fonctionnement la pompe ; l'entrefer se remplit progressivement d'eau. Quand les bulles d'air ont été chassées par la purge, le rotor est mis en rotation. Quand l'ensemble est à l'équilibre thermique, le système d'acquisition des températures est déclenché. Enfin, on met sous tension le fil chauffant. Différents essais nous ont permis de trouver que la durée nécessaire à l'obtention d'un régime permanent est d'environ 2h30. Les expériences présentées par la suite sont basées sur ce temps d'établissement.

La méthode que nous avons utilisée pour remonter aux coefficients de transferts pariétaux est basée sur un bilan de puissance appliqué au cylindre en cuivre. En régime permanent, on a :

$$h = \frac{\eta P_{elec}}{S_{int} \left(T_p - T_f\right)} \tag{1}$$

On peut donc déduire de nos mesures le coefficient de transfert pariétal et ensuite obtenir le nombre de Nusselt correspondant. Il reste juste à connaître la puissance réellement apportée au cylindre en cuivre (ηP_{elec}), i.e. estimer les pertes dans le rotor. Dans cette optique, nous avons développé un modèle stationnaire 2D axisymétrique simulant les transferts conductifs au sein du rotor. Les équations sont résolues par le logiciel COMSOL multiphysics (éléments finis). On obtient un rapport proche de 0,9 entre le flux pariétal et le flux imposé par le fil chauffant. Ainsi

seul 10 % du flux de chaleur s'échappe par les fuites thermiques dues à la présence inévitable de l'axe de rotation.

4. Résultats et discussion

4.1. Mesures de vitesse

Sur les figures 4 et 5, nous comparons les différentes méthodes de mesures pour un cas expérimental. Le nombre de Taylor est de 7,9 10^7 et le nombre de Reynolds de 7490 (soit un taux rotation de 300 tr/min et un débit de 2 l/s). Les mesures présentées sont effectuées à 45 cm de la zone d'entrée de l'écoulement (soit environ 22 diamètres hydrauliques).



Figure 4 Comparaison des profils de vitesse axiale obtenus par différentes méthodes (LDV, PIV et SPIV). Ta = 7,9 10^7 et Re = 7490.



Figure 5 Comparaison des profils de vitesse azimutale obtenus par LDV et SPIV. Ta = 7,9 10^7 et Re = 7490.

Si l'on regarde tout d'abord la composante axiale w* (voir figure 4), on observe que les profils décrits ont globalement tous la même allure, notamment dans la partie centrale de l'entrefer. Le profil décrit s'apparente au profil typique de l'écoulement de Poiseuille turbulent. La résolution dans les couches limites semble cependant moins bonne. Cela peut s'expliquer du fait que c'est précisément sur les frontières que l'on retrouve l'essentiel des réflexions laser et donc que l'on perd le maximum d'information. Concernant les profils de vitesse azimutale v*(voir figure 5), on observe aussi un bon accord pour la partie centrale de l'entrefer. Cependant le profil obtenu par SPIV semble décroître proche du rotor (vers e*=0), alors qu'en toute logique, on s'attendrait à ce qu'il tende vers 1, la valeur imposée par le taux de rotation du rotor. Là encore, ceci pourrait être lié à la moins bonne qualité des images proches de parois.

Sur les figures 6 et 7, nous présentons les intensités de turbulence obtenues pour les mêmes expériences que présentées précédemment. Concernant la composante axiale, on observe un bon accord entre les mesures effectuées par LDV et par SPIV. Le profil obtenu a une allure semblable à celle que l'on rencontre habituellement dans ce type de système avec des maxima situés à proximité des parois. Notons qu'à ces positions, les taux de turbulence atteints sont très importants. En ce qui concerne l'intensité de turbulence azimutale, on observe une plus grande différence entre les deux résultats. Cependant les tendances générales sont relativement similaires. Ces écarts peuvent s'expliquer par la faible durée d'acquisition des mesures de vitesse par SPIV, et donc une moins bonne convergence des statistiques.



Figure 6 Comparaison de l'intensité de turbulence axiale pour la LDV et la SPIV. Ta = 7,9 10^7 et Re = 7490.



Figure 7 *Comparaison de l'intensité de turbulence azimutale pour la LDV et la SPIV. Ta* = 7,9 10^7 *et Re* = 7490.

Ces premiers résultats vont pouvoir être utilisés pour la validation de codes de calculs, notamment dans la partie centrale de l'écoulement. D'autre part, cela valide aussi notre dispositif de mesure par SPIV. L'avantage de cette technique est qu'elle permet d'avoir accès aux trois composantes de la vitesse à chaque instant. Comme nous filmons à des fréquences relativement élevées (1500 Hz), ces champs sont également résolus en temps et nous permettent de faire l'hypothèse de Taylor. Nous disposons donc d'une grande quantité d'informations, qui peut nous permettre de mieux comprendre la structure de l'écoulement. Voici donc un exemple présentant la manière dont nous avons abordé le traitement de ces informations. Soit deux champs de vitesse séparés par un intervalle de temps dt obtenus par SPIV : v(r, z, t) et v(r, z, t + dt). A chaque incrément de temps dt, on peut faire correspondre l'angle parcouru par le cylindre animé du taux de rotation Ω : Ωdt . De cette manière, on peut disposer nos champs de vitesse résolus en temps selon une géométrie qui s'apparente à celle de l'entrefer. La différence notable est que la coordonnée azimutale est fonction du temps et du taux de rotation et non de l'espace. L'écoulement est en quelque sorte supposé tourner en bloc avec le cylindre sans se déformer au cours du temps. Cette démarche est certe simplificatrice mais elle permet d'obtenir des informations qualitatives sur la structure de l'écoulement, notamment proche du rotor. Nous avons ensuite appliqué à ce champ de vitesse le critère λ_2 classiquement utilisé dans les simulations numériques. Il faut dans un premier temps calculer les tenseurs S et A, partie symétrique et antisymétrique du tenseur gradient des vitesses. Les dérivées sont approximées ici par la méthode des différences finies (centrées d'ordre 2). On isole ensuite la deuxième valeur propre (λ_2) du tenseur $S^2 + A^2$. Les iso-valeurs de λ_2 permettent ensuite de caractériser la forme des structures tourbillonnaires.

Sur la figure 8, nous présentons un exemple de résultat obtenu par la méthode que nous venons de décrire pour des nombres sans dimensions de 7490 pour le nombre de Reynolds et de 8,7 10^6 pour le nombre de Taylor (soit un débit de 2 l/s et un taux de rotation de 100 tr/min). L'écoulement axial se fait du haut vers le bas et le temps est croissant de droite à gauche (le cylindre tourne donc de gauche à droite).

On observe des structures tourbillonnaires qui restent majoritairement confinées au voisinage du rotor. Elles semblent avoir une inclinaison privilégiée. Dans le coeur de écoulement, aucune structure à grande échelle ne semble présente. Ces résultats sont en accord avec les calculs que





Figure 8 Forme des structures tourbillonnaires pour $\lambda_2 = 1000$, Re=7490 et Ta=8,7 10⁶.

Figure 9 Forme des structures tourbillonnaires obtenus par DNS (critère Q), Re=8000 et Ta=2,6 10^7 .

nous avons réalisés avec un code de recherche de type DNS (voir figure 9).

4.2. Coefficient de transfert



Figure 10 Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Taylor pour Re=11200.



Figure 11 Comparaison de nos résultats avec ceux de [2].

Sur la figure 10, nous présentons les nombres de Nusselt obtenus pour différents nombres de Taylor pour un nombre de Reynolds de 11200 (soit un débit fixé à 3 l/s). On note tout d'abord une différence assez nette entre les valeurs obtenues pour la sonde du haut et celle du bas. Cela résulte de la nature transitoire du transfert thermique. Intuitivement, il semble logique que la sonde du bas mesure un transfert moins important étant donné que l'eau s'est réchauffée au contact du cylindre en amont. D'autre part, on a un comportement nettement croissant du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Taylor. Il semble cependant que les variations soient plus importantes aux faibles taux de rotation. Il se pourrait que cela résulte des structures que nous avons identifié dans la couche limite qui tendent avec les forts taux de rotation à empêcher l'écoulement axial de refroidir le rotor.

Sur la figure 11, nous comparons nos résultats avec ceux de [2]. Bien que les nombres de Reynolds soient très nettement différents (rapport 5 à 10), on observe un bon accord des résultats

à haut nombre de Taylor. A faible taux de rotation, les différences s'amplifient du fait des valeurs des nombres de Reynolds.

Pour interpréter nos résultats, nous pouvons nous appuyer sur certains résultats théoriques concernant les écoulements tournants. Classiquement, on montre que l'épaisseur de la couche d'Ekman δ en régime turbulent est proportionnelle à $(\nu/\Omega)^{1/5}$. Dans l'hypothèse d'un transfert purement conductif dans cette couche, on a alors : $h = \lambda/\delta$. Donc d'après notre définition du nombre de Nusselt, on obtient alors une loi du type : $Nu = Be\left(\frac{\Omega}{\nu}\right)^{1/5}$, avec B un préfacteur. En ajustant B (110 pour la sonde du haut et 60 pour la sonde du bas), nous obtenons les courbes présentées sur les figures 10 et 11. Les tendances à haut nombre de Taylor (pour Ta > 2 10⁷) sont assez bien représentées par la courbe théorique caractéristique d'un régime turbulent et ce quelque soit la sonde considérée. On note qu'à faible nombre de Taylor, l'écart entre les courbes théoriques et les mesures est important. Ce constat est logique car à faible nombre de Taylor, la couche limite qui pilote le transfert sera normalement celle liée au débit axial et non plus celle liée à la rotation. Dans ce domaine, la loi d'échelle n'est plus valide.

5. Conclusion

Contrairement à ce que nous pourrions penser à priori sur ce système de Taylor-Couette-Poiseuille, la complexité de l'interaction entre l'écoulement longitudinal et la rotation du fluide, fait que l'hydrodynamique tout comme les échanges de chaleur entre le rotor et l'écoulement ne sont pas simples. En particulier, la compétition entre les couches limites de type Ekman et de type Blasius fait apparaître un changement de régime pour un nombre de Taylor critique. Alors que pour les faibles nombres de Taylor, le coefficient d'échange semble augmenter rapidement avec la rotation (sans doute par destruction de la couche limite), l'établissement du régime de rotation rapide empêche l'écoulement axial de pénétrer dans la couche limite du rotor. Ce dernier se retrouve en quelque sorte emmitouflé par une "couverture isolante" qui limite les transferts de chaleur et ceci malgré le caractère turbulent de l'écoulement comme le prouve nos mesures PIV. Nous pensons que cet effet est à l'origine de la difficulté de refroidissement des turbines réelles utilisées dans l'industrie aérospatiale. De plus, le caractère transitoire de l'écoulement provoque de grandes variations du nombre de Nusselt, ce qui ne rend pas aisé l'utilisation des données de la littérature.

Références

- [1] M. Fénot, Y. Bertin, E. Dorignac et G. Lalizel, A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow, *Int. J. Thermal Sci.*, 50-7 (2011) 1138 1155.
- [2] S. Gilchrist, C. Y. Ching et D. Ewing, Heat Transfer Enhancement in Axial Taylor-Couette Flow, *ASME Conference Proceedings* (San Francisco, 17-22 juil. 2005), 227-233.
- [3] M. Bouafia, Y. Bertin, J.B. Saulnier et P. Roper, Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre intérieur tournant, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41-10 (1998) 1279-1291.
- [4] P. Meunier, T. Leweke, Analysis and minimization of errors due to high gradients in Particle Image Velocimetry. *Exp. Fluids*, 35-5 (2003).

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier P. Y. Passaggia pour son aide à la mise en place de la SPIV ainsi que ses conseils pour l'exploitation des résultats.