

Température de mélange dans un mini canal plan : inversion expérimentale d'un modèle à partir de thermographie infrarouge de surface

Yassine ROUIZI *, Denis MAILLET, Yves JANNOT

Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique Appliquée LEMTA, Université de Lorraine et CNRS, 2, avenue de la Forêt de Haye – TSA60604 – 54518Vandoeuvre-les-Nancy cedex - France

*(auteur correspondant : yassine.rouizi@univ-lorraine.fr)

Résumé - Cette étude concerne la caractérisation expérimentale des transferts thermiques (ici simplement conduction et advection) dans un mini canal plan d'une épaisseur e_f de 1 mm soumis à des sources surfaciques non uniformes sur ses faces externes. On effectue ici des mesures de température par thermographie infrarouge sur ces mêmes faces. Ces dernières sont ensuite utilisées en inverse, à partir d'un modèle pertinent, pour remonter à la distribution de la température moyenne de mélange de l'écoulement. L'intérêt d'une telle démarche indirecte couplant modèle et mesures est d'abord d'éviter d'introduire une instrumentation intrusive à cette échelle et ensuite d'utiliser un modèle analytique de transfert conjugué parois épaisses/écoulement, écrit dans le domaine de Fourier, qui n'utilise pas la notion de coefficient d'échange local ou global, non pertinent dans cette configuration où l'épaisseur des parois est du même ordre de grandeur que le diamètre hydraulique du mini-canal. Ce coefficient de transfert est ici remplacé par une fonction de transfert dans l'espace de Fourier.

Mots clés : Mini-canal, convection inverse, thermographie infrarouge.

Nomenclature

T	température, K	h	coefficient d'échange externe $W.m^2.K^{-1}$
e	épaisseur, m	<i>Symboles grecs</i>	
u	profil de vitesse, $m.s^{-1}$	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
U	vitesse moyenne, $m.s^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
q	source, $W.m^{-2}$	φ	densité de flux, $W.m^{-2}$

1. Introduction et objectif

Les micro- et mini-canaux, dont le diamètre hydraulique varie de quelques micromètres à plusieurs millimètres, sont de plus en plus employés dans de nombreuses applications. En thermique, on peut citer le refroidissement des microprocesseurs par des échangeurs de chaleurs compacts et le contrôle de la température dans les piles à combustible. La conception de tels dispositifs expérimentaux exige une modélisation des transferts thermiques à des échelles de longueur qui diffère de ceux des macro-systèmes traditionnels [1]. La présence de parois solides dont la fraction volumique dans le système n'est pas négligeable modifie le transfert de chaleur [2]: la distribution du flux à l'interface solide/fluide n'est pas toujours normale à la paroi et la prise en compte de l'effet de la conduction axiale doit être envisagée [5]. Dans nos travaux précédents [3, 4], nous avons présenté des résultats de simulation issus d'une modélisation semi-analytique des transferts thermiques dans le mini-canal. Le premier objectif ici est d'utiliser ce même modèle semi-analytique et les températures mesurées sur les faces externes, dans une approche inverse, pour estimer d'abord le coefficient d'échange externe h , dont la connaissance préalable est indispensable, pour estimer ensuite les conditions pariétales internes ainsi que l'évolution spatiale de la température de mélange.

2. Le problème et sa modélisation

On considère un écoulement d'eau laminaire dans un canal de longueur $2L$ d'épaisseur e_f , limité par deux plaques parallèles en polycarbonate d'épaisseurs e_1 et e_2 . A l'entrée du canal,

un profil de vitesse $u(y)$ établi dynamiquement et une température T_∞ sont imposés. Deux sources surfaciques (q_h et q_c) non uniformes sont imposés sur les faces extérieures, ces deux faces externes sont également sujettes à des pertes convectives dans l'air ambiant par l'intermédiaire d'un même coefficient d'échange h constant.

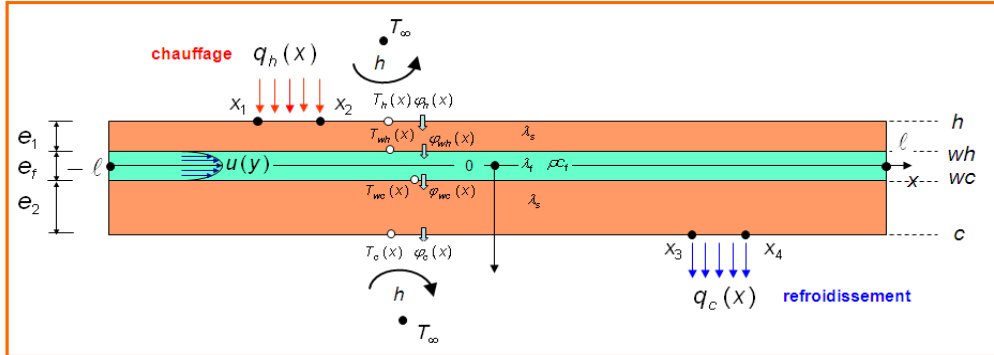


Figure 1 : Géométrie et dispositif de l'écoulement en mini canal

Les deux plaques solides ont une conductivité λ_s et une chaleur volumique ρc_s . Le fluide le fluide (eau) a une conductivité λ_f , une chaleur volumique ρc_f et une viscosité cinématique ν_f .

2.1. Modèle analytique

Les équations du problème en régime permanent dans les trois couches sont les suivantes:

a) équation de la chaleur dans les deux solides ($i=1,2$) et dans le fluide :

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} = 0 \quad ; \quad \lambda_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) - \rho c_f u(y) \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad (1a, b)$$

b) conditions aux limites transverses sur les parois externes :

$$\text{en } y = -(e_f/2 + e_2), \quad \varphi_c = -\lambda_s \frac{\partial T_c}{\partial y} = -q_c(x) + h(T_c - T_\infty) \quad (2-a)$$

$$\text{en } y = e_f/2 + e_2, \quad \varphi_h = -\lambda_s \frac{\partial T_h}{\partial y} = q_h(x) - h(T_h - T_\infty) \quad (2-b)$$

c) conditions de périodicité sur les faces latérales :

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_{-L} = \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_L \quad \text{et} \quad T_i|_{-L} = T_i|_L \quad (\text{pour } i=1,2 \text{ ou } f) \quad (3)$$

d) conditions d'interfaces solide/fluide :

$$\text{en } y = \pm e_f/2 \quad -\lambda_s \frac{\partial T_i}{\partial y} = -\lambda_s \frac{\partial T_f}{\partial y} \quad \text{et} \quad T_i = T_f \quad (\text{pour } i=1,2) \quad (4)$$

La condition de périodicité c) est écrite ici pour une période $2L$ supérieure ou égale à la longueur du canal 2ℓ . Cette condition permet de prendre en compte implicitement les conditions d'entrée du fluide dans le canal, $T_f(-L, y) = T_\infty = T_1(-L, y) = T_2(-L, y)$ avec une température égale à celle de l'air externe environnant, correspondant à un équilibre thermique local entre les températures moyennes (en y) de l'écoulement et de ses parois. Si une des deux sources (q_h et q_c) est trop proche des extrémités ($x = \pm \ell$) du canal, on prend $L > \ell$ pour éviter que la condition d'entrée affecte le champ de température sur $[-\ell; +\ell]$. Pour trouver la solution analytique à ce problème, on applique la transformation de Fourier en x :

$$\tilde{T}(\alpha_n, y) = \tilde{T}_n(y) = \int_{-L}^{+L} T(x, y) e^{-i\alpha_n x} dx \quad \text{avec} \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{L} \quad (5)$$

Après la transformation intégrale des équations (1a) et (1b), les équations de la transformée de la température dans les deux milieux solide/fluide sont données par les deux équations différentielles d'ordre 2 :

$$\text{- à coefficient constant dans le solide} \quad \frac{d^2 \tilde{T}_n}{dy^2} - \alpha_n^2 \tilde{T}_n = 0 \quad (6)$$

$$\text{- à coefficient variable dans le fluide} \quad \frac{d^2 \tilde{T}_n}{dy^2} - \gamma_n^2 \tilde{T}_n = 0 \quad \text{avec} \quad \gamma_n^2 = \alpha_n^2 + i\alpha_n \frac{u(y)}{a_f} \quad (7)$$

où $u(y)$ est le profil parabolique de vitesse dans la couche fluide :

$$u(y) = 3U \left(1 - 4(y/e_f)^2 \right) / 2 \quad (8)$$

Même s'il est possible de trouver une solution exacte $\tilde{T} = C_1 H_1 + C_2 H_2$, où C_1 et C_2 sont des constantes et H_1 et H_2 deux fonctions hypergéométrique de (7), nous transformons ici cette équation (7) en K équations à coefficient constant, chaque équation étant associée à une couche fluide correspondant à une discrétisation de l'écoulement en K sous couches fluides d'épaisseurs e_k et de vitesses constantes u_k comme dans nos travaux précédents [3, 4].

En utilisant la transformée de la densité de flux $\tilde{\varphi}_n = -\lambda_s \partial \tilde{T} / \partial y$, la solution générale des équations (1) à (5) peut se mettre sous la forme quadripolaire [6]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_h = \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{1n} \mathbf{F}_n \mathbf{S}_{2n} \mathbf{H}_2 \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_c \quad (9)$$

$$\text{avec:} \quad \mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ h & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{in} = \begin{bmatrix} A_{in} & B_{in} \\ C_{in} & A_{in} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_n = \prod_{k=1}^K \mathbf{F}_{kn} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{kn} = \begin{bmatrix} A_{kn} & B_{kn} \\ C_{kn} & A_{kn} \end{bmatrix}$$

$$\text{et} \quad A_{in} = \cosh(\alpha_n e_i), \quad B_{in} = \sinh(\alpha_n e_i) / (\lambda_s \alpha_n), \quad C_{in} = (\lambda_s \alpha_n) \sinh(\alpha_n e_i)$$

$$A_{kn} = \cosh(\gamma_{kn} e_k), \quad B_{kn} = \sinh(\gamma_{kn} e_k) / (\lambda_f \gamma_{kn}), \quad C_{kn} = (\lambda_f \gamma_{kn}) \sinh(\gamma_{kn} e_k)$$

Enfin, la solution $T(x, y)$ dans l'espace réel est obtenue par la transformation inverse tronquée:

$$T(x, y) \approx \frac{1}{2L} \sum_{n=-N+1}^N \tilde{T}_n(y) e^{i\alpha_n x} \quad (10)$$

2.2. Modèle numérique

Le modèle quadripolaire à $(2+K)$ couches (2 parois et K sous-couches fluide) permet de calculer les distributions des températures et des flux aux interfaces de chacun des blocs solide et fluide. On présente, en figure 2, les résultats des simulations des profils de température sur les faces externes pour une très faible vitesse moyenne $U=10^{-5}$ (m.s⁻¹) correspondant à un nombre de Reynolds de $Re = 2e_f U / \nu_f = 0,02$ et un nombre de Péclet de 0,14. Elles sont comparées à celles obtenues avec le modèle à couche fluide unique brièvement évoqué (fonctions hypergéométriques) mais non développé plus haut (noté 1BF sur la figure 2). Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau suivant :

h	q_h	q_c	T_∞	λ_s	e_f	e_1	e_2
W.m ⁻² .K ⁻¹	W.m ⁻²	W.m ⁻²	°C	W.m ⁻¹ .K ⁻¹	m	m	m
10	275	-275	20	0.2	10 ⁻³	10 ⁻³	2. 10 ⁻³

Tableau 1 : Paramètres de simulation

On note la très bonne concordance entre les deux modèles avec un léger écart au niveau des zones de chauffage et de refroidissement.

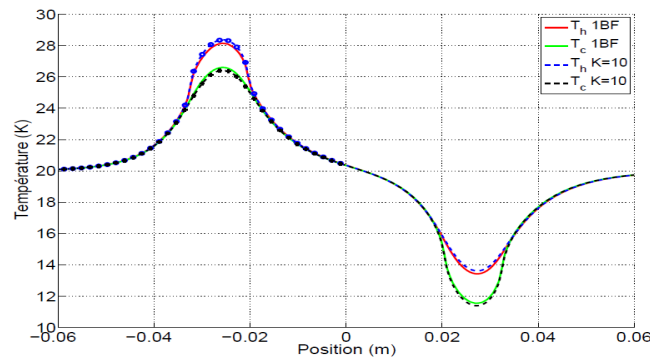


Figure 2 : Profils de température sur les faces externes

3. Réalisation expérimentale

3.1. Dispositif expérimental

Le banc est constitué de deux plaques en polycarbonate qui forment la partie centrale d'un canal de 5 mm d'épaisseur totale ($e_f=1\text{mm}$ et $e_1=e_2=2\text{mm}$), de $w = 50\text{ mm}$ de largeur et de longueur de $2\ell = 120\text{ mm}$. Le fluide entre dans la chambre de tranquillisation par un distributeur à 4 entrées:

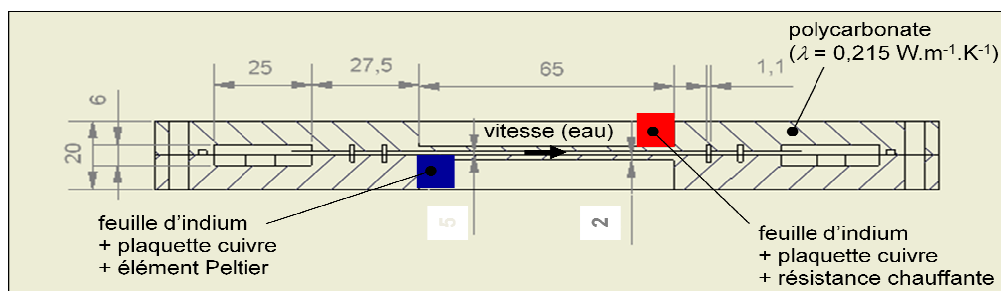


Figure 3 : Modélisation du tri-couche

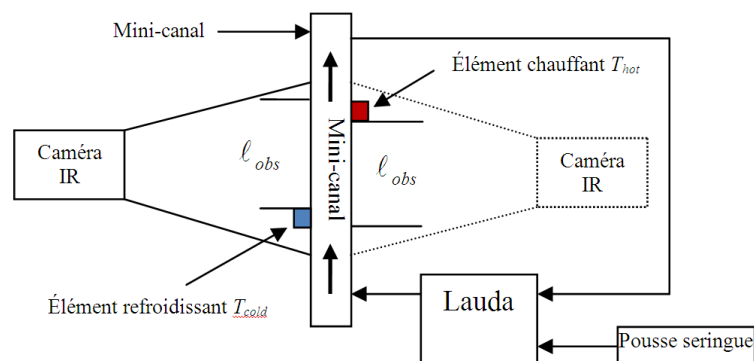


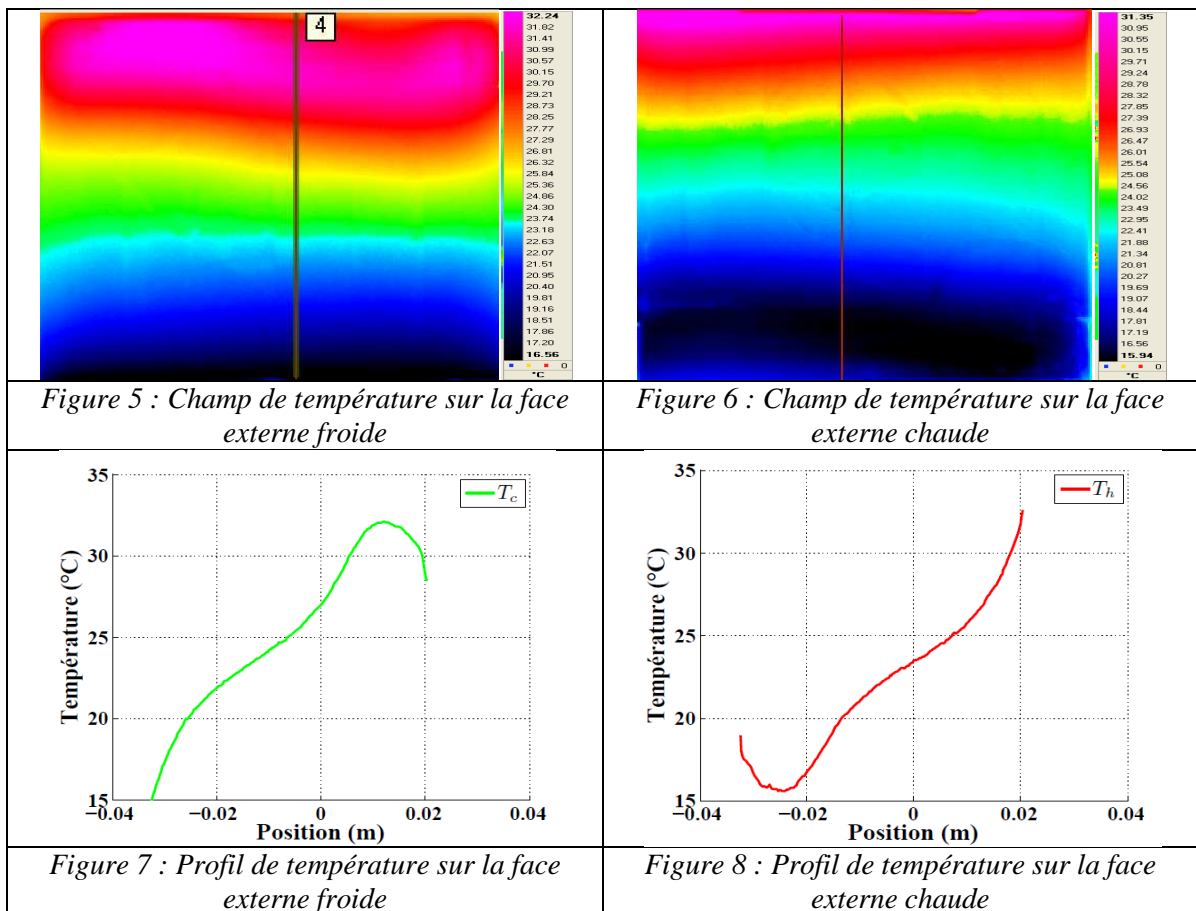
Figure 4 : Dispositif expérimental

Le débit est imposé et mesuré par un système de pousse seringue réglable. Le fluide passe d'abord par un thermostat (Lauda) qui permet d'imposer une température constante à l'entrée du canal. L'élément chauffant sur la face chaude est constitué d'une résistance chauffante, d'un bloc de cuivre et d'une feuille d'indium qui permet de réduire la résistance de contact. La résistance chauffante va permettre de piloter la température mesurée du bloc de cuivre T_{hot} . De l'autre côté sur la deuxième face externe, l'élément refroidissant T_{cold} est composé aussi

d'une feuille d'indium, d'un bloc de cuivre couplé cette fois-ci à un module Peltier et d'une boîte à eau qui va maintenir constante la température de la face extérieure du module. Les températures internes du fluide en entrée et sortie de canal sont mesurées elles aussi par des thermocouples de type K. Une caméra infrarouge mesure l'évolution de la température sur les deux faces extérieures à l'aide d'un système pivotant (figure 4).

3.2. Simulation expérimentale

On présente ici les résultats d'une mesure thermographique des champs de température sur les deux faces externes du mini-canal pour $U=10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$, $T_{in}=22^\circ\text{C}$, $T_{cold}=12.4^\circ\text{C}$ et $T_{hot}=35.1^\circ\text{C}$. Les figures 5 et 6 présentent respectivement les champs de températures sur les faces externes froide et chaude.



Des caractérisations séparées ont été effectuées pour déterminer les caractéristiques du polycarbonate: $\lambda=0.215 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\rho=1212 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_p=1250 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Son émissivité $\varepsilon=0.9$ (dans l'intervalle spectral de la caméra) est issue de la littérature et ce matériau est opaque dans le moyen infrarouge.

4. Approche inverse

4.1. Estimation du coefficient d'échange externe

Notre premier objectif est d'utiliser le profil de température sur une des faces externes pour pouvoir estimer le coefficient d'échange externe h . Dans les travaux précédents [3, 4], nous une étude de sensibilité au coefficient h a montré que l'estimation de ce coefficient était possible (avec celle concomitante de la vitesse U). En partant du profil de température sur la face froide (figure 7), nous estimons ce coefficient h par la minimisation du critère

quadratique J bâti sur l'écart entre le profil de température sur la face froide $T_c(x)$ et les réponses du modèle au paramètre estimé \hat{h} : $J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (T_c(x_i) - T(x_i; \hat{h}))^2$. Cette procédure de minimisation utilise une méthode de programmation non linéaire basée sur un algorithme à régions de confiance. Dans le cas où $U = 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$, on obtient après une minimisation $\hat{h} \approx 8.74 \text{ (W.m}^{-2}.\text{K}^{-1})$ avec un écart quadratique de l'ordre 0.3°C .

4.2. Estimation des conditions pariétales interne

L'objectif ici est d'estimer les conditions pariétales internes (température et flux) à partir de mesures de température sur les faces externes du mini-canal ainsi que du coefficient d'échange externe \hat{h} précédemment estimé, en utilisant le modèle quadripolaire (9) écrit cette fois-ci entre les faces externes et les faces interne :

$$\text{- Face interne chaude } \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_h = H_1 S_{1n} \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{\Phi}_n \end{bmatrix}_{wh} \text{ d'où : } \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{\Phi}_n \end{bmatrix}_{wh} = (H_1 S_{1n})^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_h \quad (11)$$

$$\text{- Face interne froide } \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{\Phi}_n \end{bmatrix}_{wc} = S_{2n} H_2 \begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_c \quad (12)$$

Ainsi à partir des profils de températures mesurés par thermographie sur les deux faces externes, on peut estimer les transformées de Fourier de la température et du flux $\begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_h$ et $\begin{bmatrix} \tilde{T}_n \\ \tilde{q}_n \end{bmatrix}_c$ pour N_h harmoniques. Ceci nécessite une paramétrisation préalable des profils des températures externes sur une base de Fourier tronquée avant d'utiliser le modèle (11) ou (12) pour remonter aux conditions pariétales internes.

On écrit tout d'abord la transformation inverse (10) sous forme matricielle $T = G\tilde{T}$ où G est la matrice des valeurs propres de dimension $(N_x, 2N_h)$, \tilde{T} le vecteur des harmoniques de température mesurée, de dimension $2N_h$, et T le vecteur de taille N_x correspondant au température mesurées, avec :

$$T = [T(x_1) \cdots T(x_{N_x})]^T \quad \text{et} \quad \tilde{T} = [\tilde{T}_{-N_h+1} \cdots \tilde{T}_{N_h}]$$

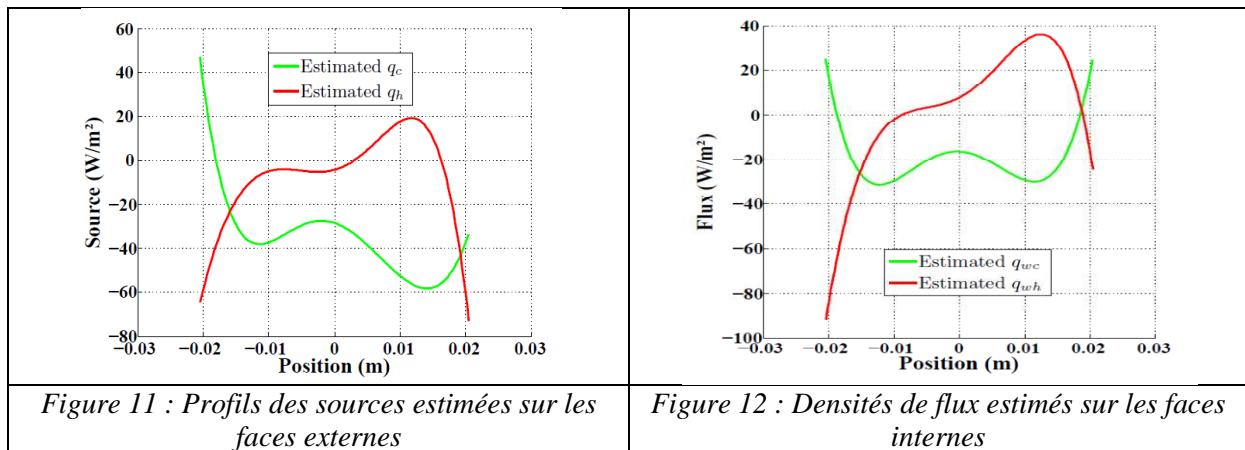
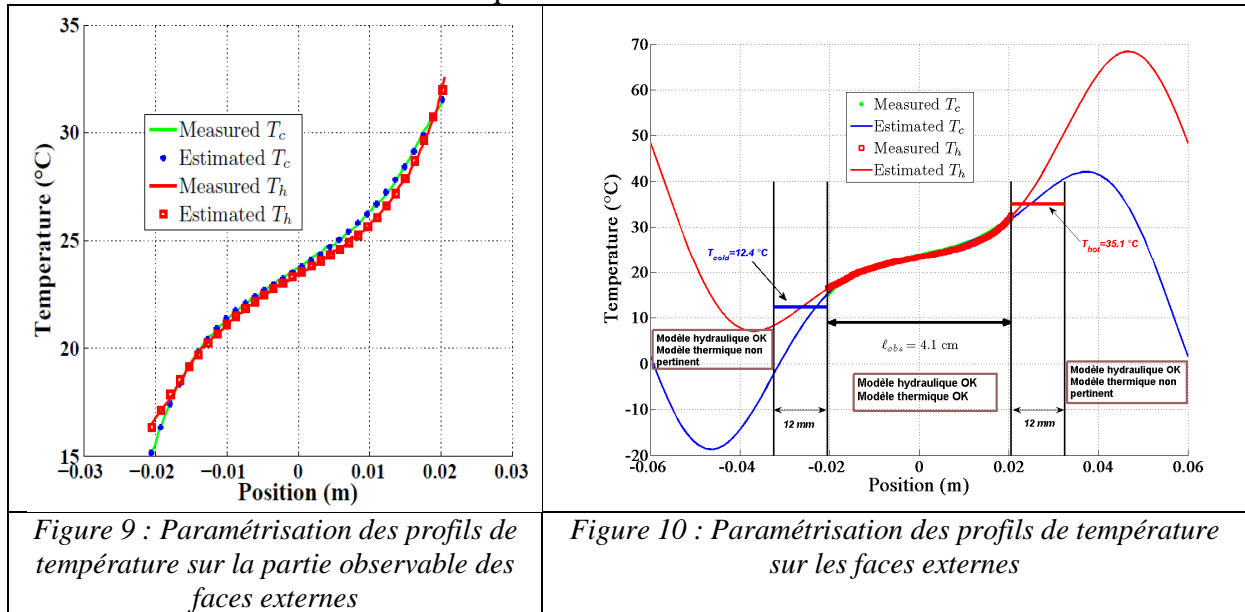
Le premier problème inverse consiste donc à trouver une estimation du vecteur \tilde{T} . Cette estimation est le résultat de la minimisation du critère quadratique $J(\tilde{T}) = \|T - G\tilde{T}\|$. La solution est donnée par : $\tilde{T} = (G^* G)^{-1} G^* T$, où G^* désigne l'adjoint de la matrice G . Cette minimisation est faite en incrémentant le nombre d'harmoniques N_h jusqu'à atteindre un critère d'arrêt défini par :

- Le résidu quadratique moyen $r = \|J(\tilde{T}) / N_x\|$ inférieur à l'écart type du bruit de mesure ;
- L'évolution de r entre deux harmoniques successives inférieure à 1% ;

Pour le cas $U = 10^{-5} \text{ (m.s}^{-1})$, on récupère les profils de température sur les faces externes (figures 7 et 8) et sur la partie observée commune aux deux faces (c'est-à-dire sur une hauteur ℓ_{obs} correspondant à l'intervalle suivant pour x $[-0.0205 ; 0.0205]$). Le résultat de la paramétrisation de la température sur les deux faces externes pour $N_h=3$ est tracé sur la figure 9. On note qu'avec 6 harmoniques ($N_h=3$) on arrive à reproduire les profils de température sur les deux faces externes avec un résidu quadratique moyen r de $5.8 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ pour la face froide et $r=5.0 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ pour la face chaude. Sur la figure 10 nous avons tracé les profils de

température externes recalculées sur toute la longueur 2ℓ du canal à partir des harmoniques estimées seulement sur la partie observable. On note que cette paramétrisation ne reste pertinente que sur la partie observable par la caméra ℓ_{obs} . On a représenté également sur cette figure les températures chaudes et froides mesurées par ailleurs par thermocouples sur les deux plaquettes de cuivre qui transmettent le chauffage ou le refroidissement au canal.

Nous utilisons ensuite les harmoniques de température estimées combinées avec le modèle (9) pour pouvoir estimer les transformées des sources \tilde{q}_h et \tilde{q}_c sur la zone observable par la caméra. Les profils des sources externes estimés sont tracés sur la figure 11. Ils diffèrent de zéro du de la troncature à 6 harmoniques.



Les conditions pariétales internes sont ensuite calculées grâce au modèle (11) pour la paroi interne chaude et (12) pour la paroi interne froide. Ceci permet d'accéder aux distributions des densités de flux internes ϕ_{wh} et ϕ_{wc} (figure 12) ainsi qu'aux températures T_{wh} et T_{wc} (figure 13).

4.3. Estimation de la température moyenne de mélange

L'objectif final est de remonter à l'estimation de la température moyenne de mélange $T_b(x)$ en s'affranchissant du coefficient d'échange local interne entre les blocks solides et fluide. En partant de la définition de $T_b(x)$ dans dans le cas d'un écoulement 2D dans un canal :

$$T_b(x) = \frac{1}{Ue_f} \int_0^{e_f} u(y) T(x, y) dy \quad (13)$$

En utilisant le découpage de la couche fluide en K sous-couches, précédemment utilisé pour rendre le champ de vitesse homogène par couche, on obtient :

$$T_b(x) = \frac{1}{Ue_f} \sum_{k=1}^K u_k T(x_k) e_k \quad (14)$$

où les $T(x_k)$ seront calculées comme pour les températures pariétales, en utilisant le modèle semi-analytique. La figure (14) montre le profil obtenu de la température du mélange $T_b(x)$. On retrouve bien par extrapolation proche le niveau de température mesuré sur les plaquettes de cuivre.

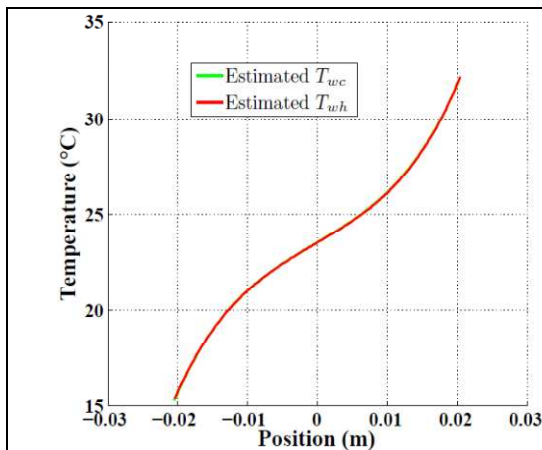


Figure 13 : Températures estimés sur les parois internes

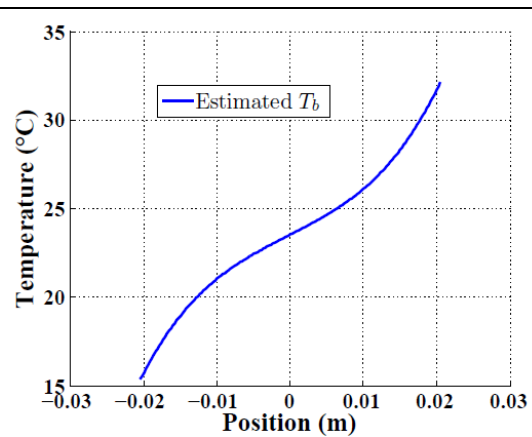


Figure 14 : Profil de température moyenne de mélange $T_b(x)$

5. Conclusions

Nous avons modélisé et simulé l'écoulement et les transferts thermiques dans un mini-canal plan. Le modèle semi-analytique est basé sur les transformées de Fourier dans la direction de l'écoulement. Nous avons également présenté le banc expérimental permettant de tester une technique d'estimation de l'évolution de la température moyenne débitante à partir de mesures de température de surface. Les résultats obtenus sont encourageants et vont permettre de tester des cas où la vitesse de l'écoulement est plus élevée en améliorant également la qualité de l'étalonnage (mesure de l'émissivité et effet de semitransparence du polycarbonate dans la bande de la caméra).

Références :

- [1] G. Morini, Single-phase convective heat transfer in microchannels: A review of experimental results, *International Journal of Thermal Sciences* 43, Issue 7 (2004) 631–651.
- [2] A. Degiovanni, B. Rémy, Comment représenter globalement les transferts thermiques entre un fluide et un mur dans le cas non-isotherme ou/et en régime transitoire, Congrès français de Thermique, SFT 2011, Perpignan, paper 109.
- [3] Y. Rouizi, D. Maillet, Y. Jannot, I. Perry, Convection inverse dans un mini-canal : application à l'estimation de la vitesse débitante et aux conditions pariétales par thermographie infrarouge, Congrès français de Thermique, SFT 2012, Tome 2, page 819-826 Bordeaux.
- [4] Y. Rouizi, D. Maillet, Y. Jannot, I. Perry, Inverse problem of fluid temperature estimation inside a flat mini-channel starting from temperature measurements over its external walls, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Vienna, Austria, September 2012.
- [5] G. Maranzana, I. Perry, D. Maillet, Mini and micro-channels: influence of axial conduction in the wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 3993-4004.
- [6] D. Maillet, S. André, J.C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles – Solving the Heat Equation through Integral transforms*, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester (2000).