

Échanges convectifs entre deux parois planes, verticales, soumises à des conditions de type Fourier

François Gloriant¹, Annabelle Joulin^{1*}, Pierre Tittlein¹, Stéphane Lassue¹

¹Univ Lille Nord de France, France, UArtois, LGCgE, F-62400 Béthune, France

*annabelle.joulin@univ-artois.fr

Résumé – Cet article traite du problème de la convection forcée d'un écoulement d'air en régime laminaire dans un conduit formé par deux plans parallèles soumis à des conditions aux limites de type Fourier. Deux modélisations basées sur des bilans thermiques sont présentées et leurs résultats sont comparés aux données numériques issues de simulations 2D effectuées avec le logiciel Fluent[®]. Une réflexion est menée sur la façon dont les coefficients de convection caractérisant les échanges thermiques entre le fluide et chacune des parois peuvent être définis.

1. Introduction

Depuis plusieurs années, notre équipe s'intéresse aux composants solaires passifs et autres systèmes pariéto-dynamiques dans lesquels circule de l'air. Par exemple, dans le cas de fenêtres de type Paziard[®], l'air extérieur entre par une ouverture de section rectangulaire, de faible hauteur, située dans le haut de la fenêtre, puis il circule dans deux lames d'air formant un « U » réalisé grâce à un triple vitrage et enfin pénètre dans le bâtiment par l'intermédiaire d'une bouche d'entrée d'air située en partie haute [1]. L'air se réchauffe en récupérant une partie des déperditions thermiques du logement et aussi grâce au rayonnement solaire absorbé par le verre. Ce système fonctionne en général en convection forcée en l'associant à un extracteur d'air situé dans le logement. Un des problèmes majeurs rencontrés dans cette étude, est lié à la connaissance des coefficients d'échanges convectifs dans chacune des lames d'air. L'obtention des valeurs de ces coefficients est nécessaire pour réaliser des simulations numériques avec les codes de simulation thermique du bâtiment. L'étude présentée ici se focalise uniquement sur une des deux lames d'air de la fenêtre pariéto-dynamique en vue d'améliorer la connaissance de ces coefficients d'échange convectif.

La norme ISO 15099 [2] propose une modélisation unidimensionnelle pour déterminer les transferts thermiques dans un conduit formé par deux plans parallèles, dans lequel de l'air circule à vitesse connue. Elle repose sur certaines corrélations et hypothèses simplificatrices dont l'une d'entre elles est fortement critiquable car elle mène à une sous-estimation des flux convectifs. Ce phénomène a été mis en évidence par Raffnsøe [3] qui explique qu'il faudrait trouver une corrélation empirique dont il donne la forme mais pas la valeur des coefficients pour palier à cette difficulté. Cet article revient sur ce problème et propose une nouvelle approche pour le résoudre.

2. Géométrie du problème étudié et conditions aux limites

L'air circule entre deux plaques planes verticales différentiellement chauffées. La hauteur du canal est $H=1,5$ m et la largeur b est variable (de 1 cm à 4 cm). L'air entre à une température extérieure de 273 K, tandis que la température intérieure est maintenue à 293 K. La convection est forcée avec un débit massique imposé. Les coefficients d'échange intérieur et extérieur correspondent à ceux fixés par la norme ISO 15099 ($h_{int}=3,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ et $h_{ext}=20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$). Les plaques planes sont deux vitrages dont l'épaisseur e_v vaut 4mm et dont la conductivité thermique λ_v est prise à $1\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (Figure 1). Aucun rayonnement n'est pris en compte dans cette étude.

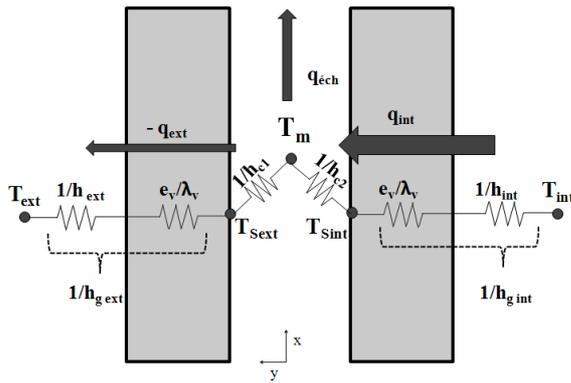


Figure 1 : Représentation du problème étudié sous forme d'une analogie électrique

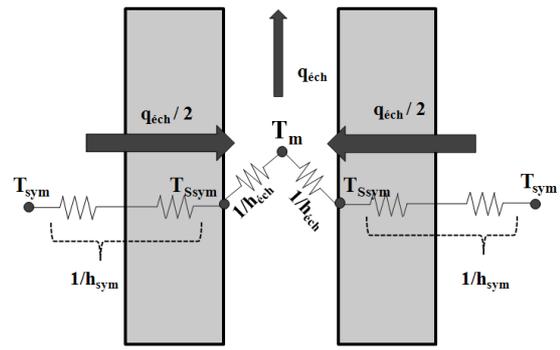


Figure 2 : Représentation sous forme d'une analogie électrique du chauffage symétrique de 2 parois soumises à une condition limite de type Fourier

3. Modélisation en Mécanique des Fluides Numériques (MFN)

Des simulations numériques de l'écoulement 2D laminaire entre deux plaques planes soumises à des conditions de type « Fourier » (combinaison linéaire du flux et de la température), sont réalisées à l'aide du logiciel commercial de MFN Fluent®. Le modèle numérique (code Fluent) est basé sur une discrétisation des équations par volumes finis. Les calculs sont réalisés en régime stationnaire. Le problème a été ramené à l'étude de l'écoulement d'air en convection forcée entre deux plaques planes, opaques, infiniment minces de manière à pouvoir changer librement le rapport de forme du canal. Une vérification préalable de l'absence de transfert conductif axial dans les parois a été entreprise. Par conséquent, pour se rapporter au cadre de la norme ISO, les coefficients d'échange globaux intégrant à la fois la convection et la conduction dans le verre (h_{gint} et h_{gext} ; voir Figure 1) sont définis comme étant respectivement égaux à $18,51 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ et $3,54 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Les propriétés thermiques du fluide (de l'air) sont supposées constantes et sont évaluées à la température d'entrée (273 K). Une zone adiabatique à l'entrée du canal a été ajoutée dans les simulations numériques, d'une hauteur égale au tiers de celle du canal. Elle permet d'obtenir un régime dynamique pleinement développé (profil de vitesse parabolique établi) lorsque les conditions de chauffage sont appliquées.

La discrétisation spatiale des équations du mouvement est accomplie à l'aide de schémas « upwind » du second ordre et l'équation de la chaleur par un schéma « upwind » du premier ordre. Le maillage structuré non uniforme (25×2000) est raffiné près des parois latérales. L'indépendance des résultats vis-à-vis du maillage a été vérifiée au préalable. Les résidus réduits des variables dépendantes sont de 10^{-10} .

Concernant la température $T_m(x)$ de l'air, il s'agit de la température de mélange comme spécifié dans bon nombre d'ouvrages de référence[4]–[6]:

$$T_m(x) = \frac{1}{US} \iint_S u(y) T(x, y) dx dy \quad (1)$$

$u(y)$ correspond au profil de la vitesse d'air dans le conduit et U à sa moyenne. S est l'aire de la section du conduit. Les simulations numériques permettent d'obtenir les évolutions axiales et les valeurs moyennes de la température d'air, des températures de surfaces ainsi que des différents flux thermiques.

4. Présentation des modèles développés

4.1. Modèle 1

La modélisation proposée dans la norme ISO 15099 [2] considère un transfert unidimensionnel au sein des deux vitrages dont les températures respectives sont supposées homogènes. L'évolution de la température d'air dans les lames d'air est calculée de manière analytique en considérant un coefficient d'échange convectif lui aussi homogène aux deux interfaces vitre-air. On obtient alors une évolution de température d'air exponentielle décroissante en fonction de la hauteur dans la lame d'air. L'hypothèse remise en cause par Raffnsøe [3], concerne les coefficients de convection h_{c1} et h_{c2} (voir Figure 1) correspondant respectivement aux interfaces fluide-solide extérieure et intérieure dans la lame d'air. Dans la norme, ces deux coefficients sont considérés comme égaux ($h_{c\text{mouv}}$). Ce paramètre est calculé à partir du coefficient de convection dans une lame d'air non ventilée $h_{c\text{imm}}$ par la relation suivante:

$$h_{c\text{mouv}} = 2 \cdot h_{c\text{imm}} + 4 \cdot V_i \quad (2)$$

Où V_i correspond à la vitesse moyenne de l'air dans le conduit et s'exprime en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le coefficient $h_{c\text{imm}}$ est lui-même déterminé à partir de corrélations développées par Wright [7]. Dans le modèle 1 que nous présentons maintenant, on considère que les coefficients de convection h_{c1} et h_{c2} ne sont pas égaux. A l'exception de cette différence majeure, le modèle 1 est basé sur les mêmes hypothèses que celles utilisées dans la norme. Deux variantes sont présentées. Dans le modèle 1a, on utilise les coefficients h_{c1} et h_{c2} issus du calcul MFN. Ceci doit nous permettre de tester les hypothèses du modèle sur les différentes grandeurs thermo-physiques en jeu dans le problème. Toutefois, ce modèle a un intérêt limité car il requiert l'utilisation d'un logiciel de MFN. Dans le modèle 1b, on essaye donc de se passer de ce logiciel en utilisant une corrélation. Dans la littérature, on trouve très peu de corrélations issues de configurations proches de la notre et qui donnent des coefficients de convection différents sur les deux parois. La corrélation testée ici correspond à l'étude de deux plaques planes parallèles avec flux imposé uniforme et différent de chaque côté q_1 et q_2 [4]. Elle spécifie une équation entre les nombres de Nusselt locaux et le rapport des flux sur les deux surfaces :

$$Nu_1 = \frac{140}{26 - 9 \cdot \frac{q_2}{q_1}} \text{ et } Nu_2 = \frac{140}{26 - 9 \cdot \frac{q_1}{q_2}} \quad (3)$$

Connaissant la relation entre le nombre de Nusselt et le coefficient de convection, on a donc deux équations supplémentaires qui permettent de boucler le système. Une description détaillée de ce modèle peut être obtenue dans [1].

4.2. Modèle 2

4.2.1. Position du problème

La convection forcée en régime laminaire pour un fluide peu visqueux entre deux plans parallèles (dont la hauteur est grande par rapport à leur distance réciproque) soumis à des conditions thermiques symétriques est un problème classique qui a été résolu analytiquement et régulièrement revisité [4]–[6]. Pour chaque type de conditions aux limites, la résolution du problème repose sur l'existence d'un régime thermique établi et apparaît sous forme d'un nombre de Nusselt constant. Ainsi, lorsque le régime thermique est établi, le transfert de chaleur entre les parois et le fluide est caractérisé par un coefficient d'échange convectif constant entre la température aux parois et la température représentative du fluide en

mouvement. Le tableau 1 récapitule les valeurs du nombre de Nusselt pour trois principales conditions limites :

Conditions limites		Nusselt	$h_{\text{éch}}(\text{pour } b=1\text{cm})$
condition de Dirichlet température de paroi constante	$T_{\text{Sint}} = T_{\text{Sext}} = T_p$	7,54	$8,72 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
condition de Neumann densité de flux pariétal constant	$q_{\text{int}} = q_{\text{ext}} = q_p$	8,235	$9,52 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
condition de Fourier température ambiante et coefficient de convection constants	$h_{\text{gint}} = h_{\text{gext}} = h_{\text{sym}}$ $T_{\text{int}} = T_{\text{ext}} = T_{\text{sym}}$	entre 7,54 et 8,235	entre 8,72 et 9,52 $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Tableau 1 : Valeurs du nombre de Nusselt selon le type de la condition limite appliquée aux parois dans une configuration de chauffage symétrique

Dans notre étude, nous nous intéressons au cas correspondant à la condition limite de type Fourier. Sur la figure 2, le coefficient de convection imposé aux deux parois est nommé h_{sym} . Le coefficient qui caractérise les échanges thermiques entre les parois et l'air en mouvement est $h_{\text{éch}}$.

Les travaux de Sideman et al. [8] et de Hickman [9] cités dans l'ouvrage de Shah et London [4] ont permis de formuler une relation entre le coefficient d'échange $h_{\text{éch}}$ et le coefficient aux parois h_{sym} :

$$Nu = \frac{\frac{q_{\text{éch}} \cdot D_h}{2}}{\lambda (T_{\text{sym}} - T_m)} = \frac{h_{\text{éch}} \cdot 2b}{\lambda} = \frac{1 + \frac{140}{17 \cdot h_{\text{sym}}}}{\frac{74}{561} + \frac{1}{h_{\text{sym}}}} \quad (4)$$

Le nombre de Nusselt est ici calculé en fonction du diamètre hydraulique D_h qui vaut deux fois l'épaisseur b de la lame d'air. En réalisant un bilan thermique dans une zone infinitésimale de la lame d'air, on obtient une équation différentielle du 1^{er} ordre que l'on peut résoudre. On obtient alors l'évolution de la température $T_m(x)$ de l'air sous la forme d'une fonction exponentielle décroissante:

$$T_m(x) = (T_m(0) - T_{\text{sym}}) e^{-\frac{2lxh_{\text{éch}}h_{\text{sym}}}{\dot{m}C_p(h_{\text{éch}}+h_{\text{sym}})}} + T_{\text{sym}} \quad (5)$$

4.2.2. Hypothèses du modèle 2

Dans notre étude, nous faisons face au cas d'un chauffage asymétrique car chacun des plans est soumis à une condition limite de type Fourier différente. La paroi à gauche est ainsi soumise à une température ambiante constante T_{ext} et à un coefficient d'échange h_{gext} ; celle de droite à une température ambiante constante T_{int} et à un coefficient d'échange h_{gint} . Dans notre problème, une partie du flux transmis par la face située à droite est récupérée par l'air tandis que l'autre partie s'échappe par la face située à gauche.

Le modèle présenté ici est basé sur une approche semblable à celle utilisée pour la résolution des cas usuels présentés précédemment. L'existence d'un régime thermique établi est considérée. On suppose également que l'évolution de la température $T_m(x)$ est régie par une fonction exponentielle décroissante de la même nature que dans le cas symétrique. Notre

principale hypothèse consiste donc à affirmer que pour chaque problème où des conditions de chauffage asymétriques sont appliquées, il existe une et une seule configuration dans laquelle les conditions de chauffage sont symétriques et aboutissent à la même évolution de la température d'air $T_m(x)$. Cela revient à dire qu'à chaque configuration symétrique correspond une infinité de configurations asymétriques dans lesquelles l'évolution de la température $T_m(x)$ est identique. Ainsi, il existe inévitablement un second élément qui permet de caractériser entièrement une configuration asymétrique et qui consiste en la détermination des flux entrant (q_{int}) et sortant ($-q_{ext}$) de la lame d'air. Dès lors, la solution du problème peut être découpée en 2 éléments:

- **La détermination du flux reçu par l'air ($q_{éch}$):** Pour connaître l'évolution de la température d'air $T_m(x)$ dans un cas de chauffage asymétrique et donc le flux de chaleur reçu par l'air, il s'agit de déterminer la configuration symétrique correspondante qui est entièrement défini par le couple $(T_{sym}; h_{sym})$ mais qui n'est à priori pas connu.

$$q_{éch} = 2h_{sym}(T_{sym} - T_{Ssym}) = 2h_{éch}(T_{Ssym} - T_m) \quad (6)$$

Dans l'équation ci-dessus, la température T_m correspond à la moyenne de $T_m(x)$ sur toute la hauteur de la lame d'air.

- **La détermination des flux entrant (q_{int}) et sortant ($-q_{ext}$) de la lame d'air:** Ces deux flux sont reliés par l'équation suivante qui correspond au bilan thermique réalisé dans la lame d'air:

$$q_{éch} = q_{int} + q_{ext} = h_{gint}(T_{int} - T_{Sint}) - h_{gext}(T_{Sext} - T_{ext}) \quad (7)$$

En considérant que le couple $(T_{sym}; h_{sym})$ est connu, l'équation (7) n'est pas suffisante pour obtenir un système linéaire complet et ainsi définir les flux de part et d'autre de la lame d'air. On considère donc une seconde hypothèse. Elle concerne la température T_{Ssym} de la configuration symétrique correspondante, que l'on définit en fonction des températures de parois T_{Sint} et T_{Sext} de la configuration asymétrique étudiée tel que:

$$T_{Ssym} = \frac{T_{Sint} + T_{Sext}}{2} \quad (8)$$

4.2.3. Détermination de T_{sym}

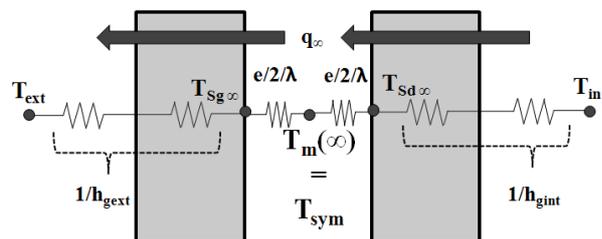


Figure 3 : Représentation du problème sous forme d'une analogie électrique lorsque l'air a atteint sa température maximale

La température T_{sym} correspond à la température maximale que l'air peut atteindre dans la lame d'air en considérant des parois infiniment longues, soit $T_m(\infty)$. Elle est également ni plus ni moins la température de l'air lorsqu'il n'y a plus de convection. Le flux de chaleur absorbé par l'air est alors nul et seul le phénomène conductif a lieu dans la lame d'air entre les 2 parois. Ainsi, pour déterminer T_{sym} , il s'agit de résoudre le système présenté sur la figure 3. En posant h_{int}^* et h_{ext}^* tel que

$$\frac{1}{h_{int}^*} = \frac{1}{h_{gint}} + \frac{b/2}{\lambda}$$

$$\frac{1}{h_{ext}^*} = \frac{1}{h_{gext}} + \frac{b/2}{\lambda}$$
(9)

on peut exprimer T_{sym} comme une pondération des températures ambiantes T_{int} et T_{ext} :

$$T_{sym} = \frac{h_{int}^* T_{int} + h_{ext}^* T_{ext}}{h_{int}^* + h_{ext}^*}$$
(10)

4.2.4. Validation numérique des hypothèses

Une simulation est réalisée dans les conditions décrites dans la partie 2 avec un débit massique imposé de $0,01 \text{ kg.s}^{-1}$ et une épaisseur de la lame d'air de 1cm.

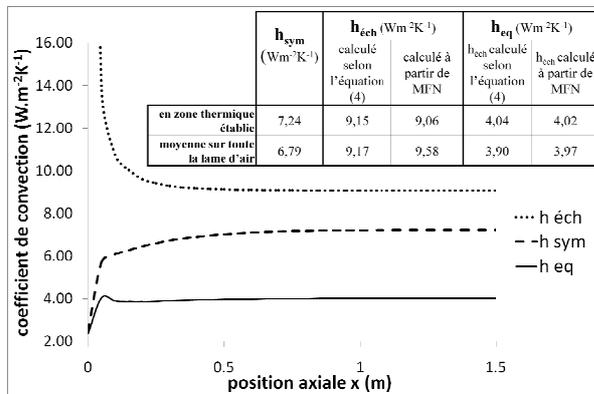


Figure 4 : Evolution selon la position axiale x dans le conduit des coefficients de convection h_{ech} et h_{sym} pour un débit massique de $0,01 \text{ kg.s}^{-1}$ et une épaisseur de lame d'air b de 1 cm

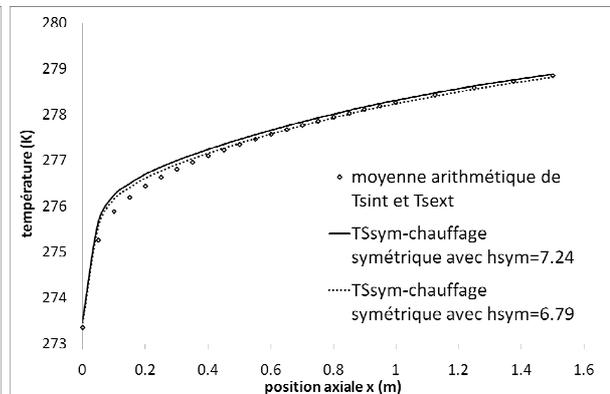


Figure 5 : Evolution de la température T_{Ssym} selon la position axiale pour un débit massique de $0,01 \text{ kg.s}^{-1}$ et une épaisseur de lame d'air b de 1 cm

Sur la figure 4, on peut remarquer que les valeurs des coefficients de convection h_{ech} et h_{sym} sont constantes après une certaine distance de la zone d'entrée correspondant à l'établissement du régime thermique. Cependant si l'on fait la moyenne de ces coefficients sur toute la hauteur, c'est-à-dire en prenant en compte la zone d'établissement thermique, ces valeurs sont respectivement augmentées et diminuées. On peut également remarquer que le coefficient noté h_{eq} équivalent à ces deux coefficients de convection n'est pas beaucoup affecté par l'établissement du régime thermique et varie peu. Cela est dû au fait que l'augmentation du coefficient h_{ech} est compensé par la diminution du coefficient h_{sym} . Ainsi, l'évolution de la température d'air $T_m(x)$ sera approximativement la même selon le choix que nous faisons pour les valeurs de h_{sym} et h_{ech} . Par contre, ce choix aura une influence certaine sur la répartition des flux de part et d'autre de la lame d'air.

La seconde hypothèse (équation (8)) peut être validée en réalisant 2 simulations supplémentaires dans une configuration de chauffage symétrique. Pour la première, le coefficient h_{sym} est fixé à sa valeur en régime thermique établi ; pour la seconde, la valeur de h_{sym} correspond à sa moyenne sur toute la lame d'air. La figure 5 montre alors que la moyenne arithmétique des températures de parois T_{Sint} et T_{Sext} de la configuration de chauffage asymétrique est égale à la température de paroi de la configuration symétrique correspondante. Le choix de h_{sym} n'a par ailleurs pas beaucoup d'influence. Dans l'analyse des résultats (partie 5), les valeurs utilisées pour les paramètres h_{sym} et h_{ech} du modèle 2 seront celles obtenues par MFN sur toute la hauteur de la fenêtre.

5. Résultats des modèles

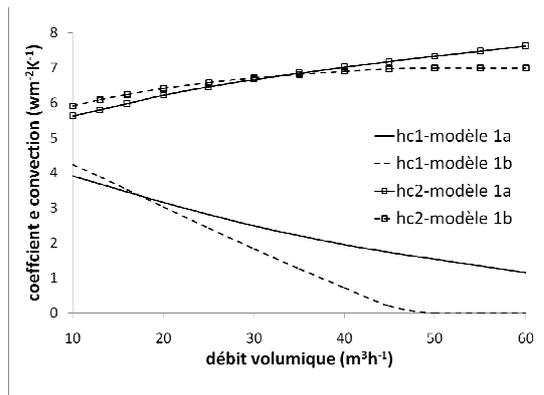


Figure 6 : Evolution des coefficients de convection h_{c1} et h_{c2} (modèle 1) selon le débit d'air pour une épaisseur de lame d'air de 1 cm

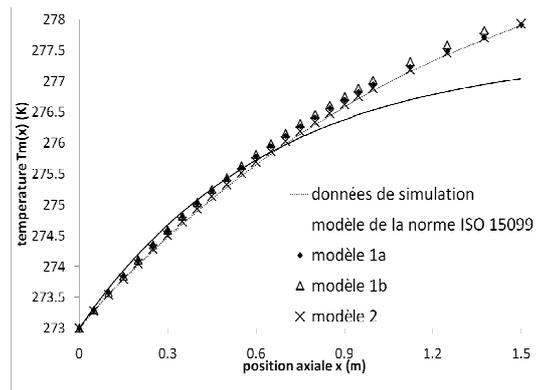


Figure 7 : Evolution de la température de l'air $T_m(x)$ selon la position axiale pour un débit massique de $0,01 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ et une épaisseur de lame d'air de 1 cm

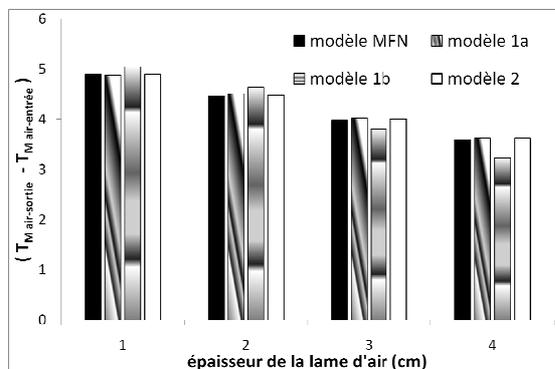


Figure 8 : Evolution du gain de température de l'air en fonction de l'épaisseur de la lame d'air pour un débit massique de $0,01 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$

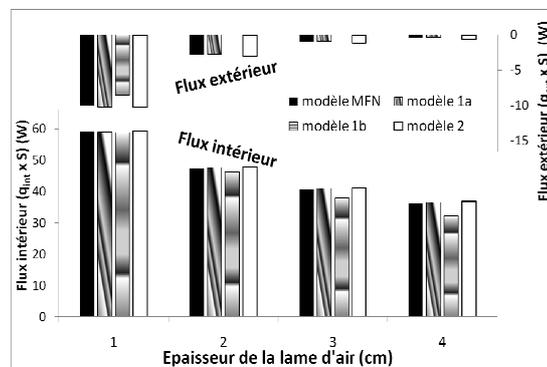


Figure 9 : Evolution des flux extérieur et intérieur en fonction de l'épaisseur de la lame d'air pour un débit massique de $0,01 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$

5.1. Variation du débit

La figure 6 montre que les coefficients h_{c1} et h_{c2} varient selon le débit. La corrélation utilisée par le modèle 1b (équation (3)) pour déterminer leurs valeurs et ainsi se passer de la MFN, donne des résultats cohérents, en ce qui concerne leurs tendances selon le débit. Notamment pour le paramètre h_{c2} , les différences sont minimales. Par contre, pour le paramètre h_{c1} , les différences sont plus importantes, notamment à partir de $40 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ (habituellement, le débit dans les fenêtres qui nous intéressent ne dépassera pas $30 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$).

Notons également que sur la figure 6, le modèle 2 n'est pas représenté. En effet, et c'est là tout l'avantage de ce modèle, les coefficients h_{sym} et $h_{\text{éch}}$ ne dépendent pas de la vitesse d'air.

5.2. Evolution de la température d'air dans le conduit

La figure 7 montre que l'hypothèse utilisée dans la norme ISO 15099 d'un coefficient de convection identique sur les deux interfaces air-paroi n'est absolument pas réaliste. On arrive donc aux mêmes conclusions que Raffnsøe [3]. Quant aux modèles 1 et 2, ils donnent des résultats satisfaisants avec des évolutions semblables de la température d'air. Ainsi, l'hypothèse d'une fonction exponentielle décroissante de la forme de celle de l'équation (5) (qui est considéré par les 2 modèles) semble relativement pertinente. Par ailleurs, l'approximation utilisée par le modèle 1b (équation (3)) pour déterminer les valeurs des

coefficients h_{c1} et h_{c2} a peu d'influence sur les résultats en ce qui concerne la température de l'air.

5.3. Variation de l'épaisseur de la lame d'air à débit constant

Les figures 8 et 9 rendent compte de la fiabilité des différents modèles lorsque l'on fait varier l'épaisseur de la lame d'air à débit massique constant valant $0,01 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Que ce soit pour le gain de température de l'air ou des flux de part et d'autre de la lame d'air, les résultats sont très semblables.

6. Conclusion

Cet article présente deux modélisations distinctes pour déterminer les phénomènes thermiques ayant lieu dans un conduit d'air soumis à un chauffage asymétrique avec des conditions aux limites aux parois de type Fourier. Pour les deux modèles, la précision des résultats est satisfaisante. Une corrélation permet au modèle 1 d'obtenir des résultats sans l'aide de la MFN. Concernant le modèle 2, son exploitation nécessite encore l'aide de la MFN. Une recherche de corrélation est actuellement à l'étude pour rendre également ce modèle indépendant de la MFN.

Références

- [1] F. Gloriant, P. Tittlein, A. Joulin, S. Lassue, Supply-air Window Paziud®: comparison of two numerical models for integration in thermal building simulation, *Conference EPPM*, (2012).
- [2] ISO-15099, Thermal performance of windows, doors and shading devices - Detailed Calculations, (2003).
- [3] L. M. Raffnsøe, Thermal Performance of Air Flow Windows, *Master Thesis, Danmarks Tekniske Universitet, Danmark*, (2007).
- [4] R. K. Shah, A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Advanced in Heat Transfer*, Academic Press. New-York, (1978).
- [5] A. Bejan, *Convection Heat Transfer*, Second ed. New-York, Wiley, (1995).
- [6] W. M. Kays, M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, Third ed. New-York McGraw-Hill, (1993).
- [7] J. L. Wright, A Correlation to Quantify Convective Heat Transfer Between Vertical Window Glazings, *ASHRAE Transactions*, vol. 106.
- [8] S. Sideman, D. Luss, et R. E. Peck, Heat transfer in laminar flow in circular and flat conduits with (constant) surface resistance, *Appli. Sci. Res.*, vol. A14, p. 157-171, (1964).
- [9] H. J. Hickman, An asymptotic study of the Nusselt-Graetz problem, Part 1: Large x behavior, *J. Heat Mass Transfer* 96, p. 354-358, (1974).

Remerciements

Ce travail est financé dans le cadre du programme européen INTERREG IFORE (<http://www.ifore.eu>).