

Modèle de turbulence explicite algébrique dédié aux écoulements soumis à la flottabilité

David VANPOUILLE^{1*}, Bertrand AUPOIX¹, Emmanuel LAROCHE¹

¹ ONERA The French Aerospace Lab

F-31055, Toulouse, France

*(auteur correspondant : david.vanpouille@onera.fr)

Résumé - Un modèle de turbulence prenant en compte les effets de flottabilité a été développé. L'hypothèse d'équilibre local à l'origine des modèles algébriques a été validée sur des DNS de canal plan vertical différentiellement chauffé pour les différents régimes de convection. Deux modèles explicites algébriques, dynamique et thermique, ont été modifiés pour inclure la flottabilité. De plus, ces deux modèles ont été étendus à la région de paroi. Enfin, ils ont été couplés afin de prendre en compte le couplage des champs dynamique et thermique induit par la flottabilité. Les premiers résultats sont encourageants pour tous les régimes de convection.

Nomenclature

\mathbf{a}	Tenseur d'anisotropie	u'	Vitesse fluctuante, m/s
\mathbf{g}	Vecteur gravité, m/s^2	v'	Vitesse fluctuante, m/s
Gr	Nombre de Grashof	w'	Vitesse fluctuante, m/s
h	Demi-largeur de canal, m	α	Diffusivité thermique, m^2/s
\mathbf{I}_d	Tenseur identité	β	Coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
k	Énergie cinétique de turbulence, m^2/s^2	γ	Coefficient de projection
k_θ	Demi-variance thermique, K^2	ε	Pseudo-dissipation, m^2/s^3
\mathbf{n}	Vecteur unitaire normal à la paroi	ε_θ	Dissipation de variance thermique, K^2/s
Pr	Nombre de Prandtl	ν	Viscosité dynamique, m^2/s
r	Rapport des échelles de temps turbulentes	ξ	Vecteur flux de chaleur turbulent normalisé
Ra	Nombre de Rayleigh	τ	Échelle de temps de la turbulence, s
Re_τ	Nombre de Reynolds	ψ	Coefficient de pondération elliptique
T	Température, K	<i>Indices et exposants</i>	
T'	Température fluctuante, K	b	Flottabilité
T_τ	Température de frottement, K	h	Homogène
u_τ	Vitesse de frottement, m/s	w	Paroi
U	Vitesse moyenne, m/s		

1. Introduction

Les écoulements soumis à la flottabilité se rencontrent dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans le secteur aérospatial ou de l'ingénierie civile. La flottabilité se caractérise par le couplage des champs thermique et dynamique par le biais du champ gravitationnel. Actuellement les codes industriels rencontrent des difficultés à simuler les régimes de convection mixte et naturelle car les modèles de turbulence utilisés prennent rarement en compte le couplage induit par la flottabilité. Une étude réalisée par Hanjalić [1] a montré que le recours aux modèles algébriques était nécessaire. Parmi les modèles de turbulence algébriques destinés à ces écoulements, on peut citer ceux de So *et al.* [2] et Girimaji et Balachandar [3] qui couplent les équations de la thermique et de la dynamique. Toutefois, le modèle de Girimaji et Balachandar [3] se restreint aux cas d'écoulements sans gradient de vitesse moyenne tandis que le modèle de So *et al.* [2] qui possède une formulation plus générale n'a été testé que sur

un cas d'écoulement cisailé homogène et propose une formulation complexe. Enfin, aucun des modèles cités n'inclut de traitement de la région de paroi. Le développement d'un modèle de turbulence adapté à la simulation des écoulements soumis à la flottabilité a donc été réalisé.

La validité de l'hypothèse d'équilibre local, à la base des modèles algébriques, est examinée en section 2. Ensuite, la formulation du nouveau modèle est présentée en section 3. Les premiers résultats obtenus sont enfin confrontés aux profils issus de DNS et à d'autres modèles en section 4.

2. Étude des DNS

2.1. Cas test considéré : canal plan vertical différentiellement chauffé

Une configuration de canal plan vertical infini différentiellement chauffé a été sélectionnée comme cas test. Cette configuration est un cas académique idéal et à la portée d'un calcul DNS. Des bases de données DNS sont disponibles pour les régimes de convection forcée, mixte et naturelle. Les trois régimes de convection ont été analysés mais seuls les résultats de la convection mixte seront présentés ici. Notons que toutes les DNS étudiées sont réalisées à température de paroi imposée car l'imposition d'un flux de chaleur pariétal dans une DNS donne des comportements non physiques. Cela n'empêche pas le modèle développé d'être valide pour des écoulements à flux de chaleur imposé.

Pour la convection forcée, nous avons considéré les DNS de l'Université de Madrid ([4],[5]) pour des nombres de Reynolds de frottement Re_τ , défini par $Re_\tau = u_\tau h/\nu$, de 180, 550, 950 et 2000 ainsi que les DNS de Kasagi et Iida [6] à $Re_\tau = 150$ qui traitent le champ de température comme un scalaire passif. Pour la convection mixte, la DNS de Kasagi et Nishimura [7], à $Re_\tau = 150$ et un nombre de Grashof Gr défini par $Gr = g\beta\Delta Th^3/\nu^2 = 9,6 \cdot 10^5$, a été choisie. Pour la convection naturelle, nous nous sommes intéressés à la DNS de Versteegh et Nieuwstadt [8] à un nombre de Rayleigh Ra défini par $Ra = g\beta\Delta Th^3/\nu\alpha = 5,0 \cdot 10^6$.

2.2. Validité de l'hypothèse d'équilibre local

L'hypothèse d'équilibre local est à la base des modèles algébriques. Elle permet de simplifier les équations de transport des tensions de Reynolds et des flux de chaleur turbulents et de les lier aux équations de transports de l'énergie cinétique et de la variance thermique, aboutissant à des représentations algébriques pour les tensions de Reynolds et les flux de chaleur turbulents. Pour le champ dynamique et dans un cas inhomogène, l'hypothèse d'équilibre local suppose l'équilibre entre le terme de convection et le terme de diffusion de l'équation de transport de l'anisotropie $a_{ij} = \overline{u'_i u'_j}/k - 2/3 \delta_{ij}$, i.e. $D\mathbf{a}/Dt - \mathcal{D}\mathbf{a} = 0$. On aboutit alors à l'équation suivante :

$$P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} (P_k + G_k - \varepsilon) \quad (1)$$

où P_{ij} , G_{ij} , ϕ_{ij} et ε_{ij} sont respectivement les termes de production, de flottabilité, de redistribution et de dissipation de l'équation de transport des tensions de Reynolds et P_k , G_k et ε les termes équivalents pour l'équation de transport de l'énergie cinétique de turbulence. Pour examiner la validité de cette hypothèse sur les DNS, les termes de cette équation ont été regroupés par type sous la forme :

$$\left(P_{ij} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} P_k \right) + \left(G_{ij} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} G_k \right) - \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \varepsilon \right) + \phi_{ij} = \text{Résidu} \quad (2)$$

Sur les figures suivantes, ces résidus seront représentés sur l'axe de droite et adimensionnés par le terme prépondérant du membre de gauche de l'équation (2). La même démarche est applicable pour le champ thermique mais l'hypothèse d'équilibre local porte sur le flux de chaleur turbulent adimensionnalisé ξ défini par $\xi_i = \overline{u'_i T'}/\sqrt{k k_\theta}$. Cette hypothèse mène à :

$$P_{i\theta} + G_{i\theta} + \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} = \frac{\overline{u'_i T'}}{2} \left(\frac{P_k + G_k - \varepsilon}{k} + \frac{P_\theta - \varepsilon_\theta}{k_\theta} \right) \quad (3)$$

où $P_{i\theta}$, $G_{i\theta}$, $\phi_{i\theta}$ et $\varepsilon_{i\theta}$ sont respectivement les termes de production, de flottabilité, de corrélation gradient de pression-température et de dissipation de l'équation de transport des flux de chaleur turbulents et P_θ et ε_θ les termes de production et de dissipation de l'équation de transport de la demi-variance thermique. Les termes de l'équation (3) peuvent être regroupés de façon analogue à ceux de l'équation (1). Des exemples de cette analyse appliquée aux DNS de convection mixte sont donnés sur les figures 1 et 2. Les grandeurs sont adimensionnées par la vitesse de frottement à la paroi u_τ , la demi-largeur du canal h et la température de frottement T_τ . Ces figures montrent que l'hypothèse d'équilibre local est valable à l'exception des régions de proche paroi et près des extrema de vitesse où les termes de diffusion ne sont plus négligeables. Cette observation bien connue dans le cas des écoulements de convection forcée est donc aussi pertinente dans le cas de la convection mixte. Les cas de convection forcée et naturelle ont aussi été étudiés et la même conclusion reste valable. Néanmoins, dans le cas de la convection naturelle, les deux régions problématiques se recouvrent. L'hypothèse d'équilibre local reste donc valide dans la majeure partie de l'écoulement, justifiant l'utilisation des modèles algébriques, mais des traitements spécifiques devront être mis en place pour traiter la région de paroi.

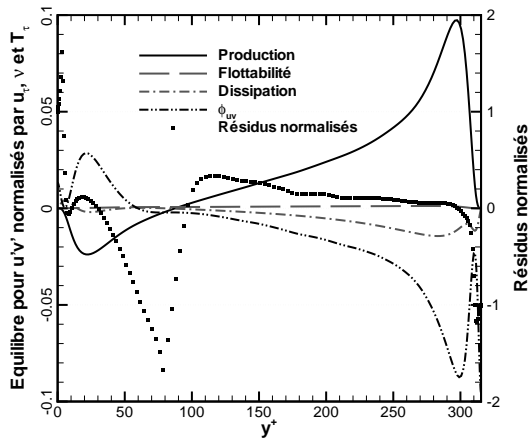


Figure 1 Convection mixte : validité de l'hypothèse d'équilibre pour $\overline{u'v'}$

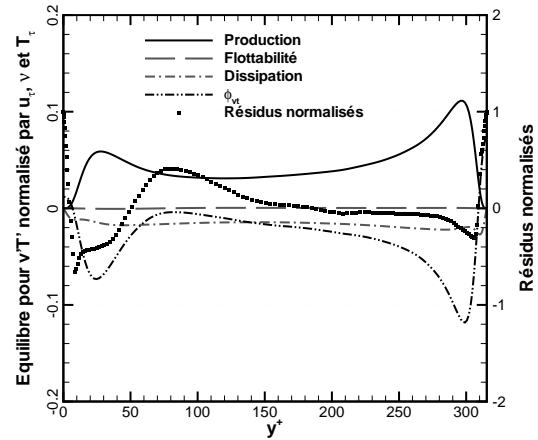


Figure 2 Convection mixte : validité de l'hypothèse d'équilibre pour $\overline{v'T'}$

2.3. Modélisation des termes de pression

La modélisation des termes de pression dans les équations (1) et (3) est un paramètre important pour la qualité du modèle algébrique final. L'étude des DNS de canal pour chacun des régimes de convection a permis de choisir le modèle de So *et al.* [2] pour ϕ_{ij} et celui de Wikström *et al.* [9] pour $\phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}$ et a aussi permis de valider des choix classiques pour les constantes liées aux termes de flottabilité.

3. Développement du modèle

Le modèle couple deux modèles explicites algébriques, l'un pour les tensions de Reynolds et l'autre pour les flux de chaleur. Chaque modèle est étendu à la région de paroi à l'aide d'une approche elliptique. La méthode de couplage est présentée à la fin cette section.

3.1. Modèle explicite algébrique pour les tensions de Reynolds (EARSM)

Le modèle pour les tensions de Reynolds est une extension du modèle de Wallin et Johansson [10] pour prendre en compte les termes de flottabilité. L'hypothèse d'équilibre local mène à l'équation (1) dont les termes de redistribution ϕ_{ij} et de dissipation ε_{ij} sont à modéliser et les termes de flottabilité, dépendants des flux de chaleur, sont supposés connus. Le modèle pour le terme de redistribution est celui utilisé par So *et al.* [2] dont la constante liée au terme de flottabilité est modifiée :

$$\frac{\phi_{ij}}{\varepsilon} = - \left(c_1 + c_1^* \frac{P_k}{\varepsilon} \right) a_{ij} + c_2 S_{ij}^* + c_3 \left(a_{ik} S_{kj}^* + S_{ik}^* a_{kj} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{lk} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

$$- c_4 \left(a_{ik} \Omega_{kj}^* - \Omega_{ik}^* a_{kj} \right) + \frac{c_6}{\varepsilon} \left(G_{ij} - \frac{2}{3} G_k \delta_{ij} \right)$$

avec $c_1 = 1,7$, $c_1^* = 0,9$, $c_2 = 0,18$, $c_3 = 0,625$, $c_4 = 0,2$ et $c_6 = 0,6$. La dissipation est supposée isotrope : $\varepsilon_{ij} = 2/3 \varepsilon \delta_{ij}$. En définissant les tenseurs de déformation et de vorticité normalisés $S_{ij}^* = k/\varepsilon S_{ij}$ et $\Omega_{ij}^* = k/\varepsilon \Omega_{ij}$, on aboutit à l'équation suivante :

$$N' \underline{\underline{a}} = -A_1 \underline{\underline{S}}^* - A_2 \left(\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{S}}^* + \underline{\underline{S}}^* \cdot \underline{\underline{a}} - \frac{2}{3} \text{tr} \left(\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{S}}^* \right) \underline{\underline{I}}_d \right) + A_3 \left(\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{\Omega}}^* - \underline{\underline{\Omega}}^* \cdot \underline{\underline{a}} \right) + \frac{A_4}{\varepsilon} \left(\underline{\underline{G}} - \frac{2}{3} G_k \underline{\underline{I}}_d \right) \quad (5)$$

avec $N' = A_5 + A_6 P_k / \varepsilon + A_7 G_k / \varepsilon$ où les A_i sont liés aux constantes du modèle de redistribution. Pour plus de détails sur les calculs, le lecteur se référera à [11]. Par souci de concision, le terme de flottabilité $\left(\underline{\underline{G}} - 2/3 G_k \underline{\underline{I}}_d \right)$ sera noté $\underline{\underline{\Gamma}}$ dans le reste de cette étude.

Afin d'obtenir une formulation explicite pour le tenseur d'anisotropie, celui-ci est projeté sur une base formée par les vecteurs $\underline{\underline{S}}^*$ et $\underline{\underline{\Omega}}^*$. Dans le cas bidimensionnel, la base est uniquement formée de trois vecteurs : $\underline{\underline{S}}^*$, $\left(\underline{\underline{S}}^{*2} - 1/3 \text{tr} \left(\underline{\underline{S}}^{*2} \right) \underline{\underline{I}}_d \right)$ et $\left(\underline{\underline{S}}^* \cdot \underline{\underline{\Omega}}^* - \underline{\underline{\Omega}}^* \cdot \underline{\underline{S}}^* \right)$. Dans le cas tridimensionnel, cette base sert de première approximation pour obtenir la solution. Cette étude se restreint à la modélisation bidimensionnelle. Dans le cas d'un écoulement en convection forcée, lorsque le gradient de vitesse est nul, la base précédente donne un tenseur d'anisotropie nul. Ceci pose un problème car l'équation (5) montre que la flottabilité induit de l'anisotropie même en cas de gradient de vitesse nul, *i.e.* $N' \underline{\underline{a}} = A_4 / \varepsilon \underline{\underline{\Gamma}}$. So *et al.* [2] ont choisi de rajouter à la base initiale des tenseurs formés à partir de $\underline{\underline{\Gamma}}$, conduisant à une formulation complexe. L'idée retenue pour garder une formulation simple est de projeter le tenseur d'anisotropie moins la solution de l'équation (5) sans gradient de vitesse dans la base originale :

$$\underline{\underline{a}} - \gamma_4 \underline{\underline{\Gamma}} = \gamma_1 \underline{\underline{S}}^* + \gamma_2 \left(\underline{\underline{S}}^{*2} - \frac{1}{3} \text{tr} \left(\underline{\underline{S}}^{*2} \right) \underline{\underline{I}}_d \right) + \gamma_3 \left(\underline{\underline{S}}^* \cdot \underline{\underline{\Omega}}^* - \underline{\underline{\Omega}}^* \cdot \underline{\underline{S}}^* \right) \quad (6)$$

où les coefficients γ_1, γ_2 et γ_3 sont les coefficients de projection dans la base et $\gamma_4 = A_4 / (N' \varepsilon)$. L'expression (6) est ensuite utilisée dans (5) pour obtenir les expressions de γ_1, γ_2 et γ_3 :

$$\gamma_1 = -\frac{A_1 N'}{Q} + \frac{A_4}{\varepsilon} \left(\frac{N' \eta_1 - 2A_2 \eta_2 + 2A_3 \eta_3}{Q I I_S} \right) - \frac{\eta_1}{I I_S} \gamma_4 \quad (7)$$

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= \frac{2A_1A_2}{Q} + \frac{A_4}{\varepsilon} \left[\frac{6\eta_2}{N'II_S^2} - \frac{2A_2}{N'} \left(\frac{N'\eta_1 - 2A_2\eta_2 + 2A_3\eta_3}{QII_S} \right) \right] - \frac{6\eta_2}{II_S^2}\gamma_4 \\ \gamma_3 &= -\frac{A_1A_3}{Q} + \frac{A_4}{\varepsilon} \left[\frac{\eta_3}{N'II_SII_\Omega} + \frac{A_3}{N'} \left(\frac{N'\eta_1 - 2A_2\eta_2 + 2A_3\eta_3}{QII_S} \right) \right] - \frac{\eta_3}{II_SII_\Omega}\gamma_4\end{aligned}$$

avec $II_S = \text{tr}(\underline{\underline{S}}^{*2})$, $II_\Omega = \text{tr}(\underline{\underline{\Omega}}^{*2})$, $\eta_1 = \text{tr}(\underline{\underline{\Gamma}} \cdot \underline{\underline{S}}^*)$, $\eta_2 = \text{tr}(\underline{\underline{\Gamma}} \cdot \underline{\underline{S}}^{*2})$, $\eta_3 = \text{tr}(\underline{\underline{\Gamma}} \cdot \underline{\underline{S}}^* \cdot \underline{\underline{\Omega}}^*)$ et $Q = N'^2 - 2/3 A_2^2 II_S - 2A_3^2 II_\Omega$. Le premier terme de chaque coefficient est celui obtenu par Wallin et Johansson [10] en convection forcée, noté γ_i^h , et les autres sont dus à la flottabilité et notés γ_i^b . Ces coefficients dépendent du terme G_k/ε , lié aux flux de chaleur turbulents, et de N' qui reste à déterminer. Les relations suivantes :

$$\frac{P_k}{\varepsilon} = -\text{tr}(\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{S}}^*) = -\gamma_1 II_S \quad \text{et} \quad N' = A_5 + A_6 \frac{P_k}{\varepsilon} + A_7 \frac{G_k}{\varepsilon}$$

conduisent à une équation polynômiale du troisième ordre permettant de calculer N' par la méthode de Cardan.

Comme vu précédemment, un traitement spécifique est nécessaire près de la paroi. L'application de la technique de pondération elliptique (Manceau et Hanjalić [12]) a été envisagée mais, comme l'ont déjà montré Ocenic *et al.* [13], cette méthode conduit à une équation polynômiale du quatrième ordre pour N'_θ et pose le problème du choix de la solution à retenir. Le modèle de Karlatiras et Papadakis [14] a donc été préféré. Ils ont recours au coefficient de pondération elliptique ϕ pour définir une fonction d'amortissement f . Cette fonction n'est utilisée que pour amortir la partie purement dynamique des coefficients de projection car la partie flottabilité est négligeable près de la paroi. Les coefficients sont alors modifiés de la façon suivante : $\gamma_i = f^2 \gamma_i^h + (1 - f^2) \gamma_i^w + \gamma_i^b$.

3.2. Modèle explicite algébrique pour les flux de chaleur turbulents (EAHFM)

Le modèle pour les flux de chaleur est une extension du modèle de Wikström *et al.* [9] pour prendre en compte les termes de flottabilité. L'hypothèse d'équilibre local conduit à l'équation (3) dont les termes de corrélation gradient de pression-température $\phi_{i\theta}$ et de dissipation $\varepsilon_{i\theta}$ sont à modéliser tandis que le terme P_k/ε est supposé connu car dépendant des tensions de Reynolds. Le modèle de Wikström *et al.* [9] est utilisé pour modéliser $\phi_{i\theta} - \varepsilon_\theta$:

$$\begin{aligned}\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} &= - \left(c_{\theta 1} + c_{\theta 5} \frac{k}{\varepsilon k_\theta} \frac{\overline{u'_k T'}}{\partial x_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) \frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{u'_i T'}}{k} + c_{\theta 2} \frac{\overline{u'_k T'}}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ &\quad + c_{\theta 3} \frac{\overline{u'_k T'}}{k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} + c_{\theta 4} \frac{\overline{u'_i u'_k}}{k} \frac{\partial T}{\partial x_k} + 2c_{\theta 6} \beta g_i k_\theta\end{aligned} \quad (8)$$

avec $c_{\theta 1} = (r + 1)/r$, $r = (k_\theta \varepsilon) / (\varepsilon_\theta k)$, $c_{\theta 2} = 0$, $c_{\theta 3} = 0$, $c_{\theta 4} = 0,35$, $c_{\theta 5} = 0$ et $c_{\theta 6} = 0,4$. On introduit le vecteur gradient de température normalisé $\Theta_i = k/\varepsilon \sqrt{k/k_\theta} \partial T/\partial x_i$. Afin d'accéder au vecteur flux de chaleur turbulent normalisé, So *et al.* [2] projettent ce vecteur sur une base formée de $\underline{\underline{\Theta}}$ et $\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{\Theta}}$. Cette projection sur une base est inutile car la relation (3) peut être directement inversée sous la forme :

$$\underline{\underline{\xi}} = -\underline{\underline{A}}'^{-1} \cdot \left(c'_{\theta 4} \left(\underline{\underline{a}} + \frac{2}{3} \underline{\underline{I}}_d \right) \cdot \underline{\underline{\Theta}} + 2c'_{\theta 6} \frac{\sqrt{k k_\theta}}{\varepsilon} \beta g \right) \quad (9)$$

où $\underline{\underline{A}}' = N'_\theta \underline{\underline{I}}_d + c_S \underline{\underline{S}}^* + c_\Omega \underline{\underline{\Omega}}^*$, $N'_\theta = (2c_{\theta 1} - 1 - 1/r + (P_k + G_k)/\varepsilon) / 2 + 1/r (1/2 - c_{\theta 5}) P_\theta/\varepsilon_\theta$ et $c'_{\theta 4}$, $c'_{\theta 6}$, c_S , c_Ω des constantes liées au modèle de Wikström *et al.* [9] pour $\phi_{i\theta} - \varepsilon_\theta$. Le

vecteur flux de chaleur turbulent normalisé $\underline{\xi}$ est alors solution d'une équation matricielle. $\underline{\xi}$ est fonction du tenseur \underline{A}' qui lui-même est fonction de N'_θ qui doit être déterminé afin de pouvoir calculer les flux de chaleur turbulents. Les expressions de $P_\theta/\varepsilon_\theta = -r \operatorname{tr}(\underline{\Theta} \cdot \underline{\xi})$, $G_k/\varepsilon = -\beta\sqrt{k}k_\theta/\varepsilon \operatorname{tr}(\underline{g} \cdot \underline{\xi})$ et de N'_θ permettent d'accéder à une équation polynômiale du troisième ordre permettant de calculer N'_θ par la méthode de Cardan.

Néanmoins comme pour le modèle EARSM, un traitement spécifique est nécessaire dans la région de paroi. Dehoux *et al.* [15] reprennent la technique de pondération elliptique mise en place par Manceau et Hanjalić [12] pour l'appliquer à $\phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}$. Cette technique est utilisée ici pour modifier $\phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}$ sous la forme :

$$\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} = (1 - \phi^3) (\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta})^w + \phi^3 (\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta})^h \quad (10)$$

où h désigne le modèle de Wikström *et al.* [9] déjà présenté et w le modèle de paroi choisi par Dehoux *et al.* [15] :

$$(\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta})^w = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr}\right) \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_i T'} - \left(1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr}\right)\right) \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_k T'} n_i n_k \quad (11)$$

Les constantes ainsi que \underline{A} et N'_θ sont alors modifiées et incluent ϕ^3 . N'_θ est solution d'une nouvelle équation polynômiale, toujours du troisième ordre ([11]).

3.3. Le couplage

Pour le modèle EARSM, les termes de flottabilité étaient supposés connus car dépendants des flux de chaleur turbulents calculés par le modèle EAHFM. De même, pour le modèle EAHFM, les tensions de Reynolds et le terme $\frac{P_k}{\varepsilon}$ étaient supposés connus car calculés par le modèle EARSM. Afin de pouvoir obtenir un modèle complet, le couplage des modèles EARSM et EAHFM est réalisé à l'aide d'une méthode itérative. Néanmoins, le modèle complet nécessite la connaissance des profils de vitesse moyenne, de température moyenne, d'énergie cinétique turbulente, de dissipation, de variance thermique et de dissipation de variance thermique et doit donc être utilisé en conjonction avec des modèles de turbulence à trois ou quatre équations.

4. Premiers résultats

Les premiers calculs sur la configuration de canal plan avec le modèle développé ont été réalisés pour chaque régime de convection. Les résultats du modèle pour le régime de convection mixte sont présentés sur les figures 3 pour $\overline{u'v'}$, 4 pour $\overline{u'^2}$, 5 pour $\overline{u'T'}$ et 6 pour $\overline{v'T'}$. Les grandeurs sont adimensionnées par la vitesse de frottement à la paroi u_τ , la demi-largeur du canal h et la température de frottement T_τ . Ces résultats sont comparés aux profils des DNS mais aussi au modèle de So *et al.* [2], à l'hypothèse de viscosité turbulente et à l'hypothèse de gradient de diffusion généralisé (GGDH, $\overline{u'_i T'} = C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial T}{\partial x_j}$) pour les flux de chaleur turbulents. Les différents modèles calculent les tensions de Reynolds et les flux de chaleur turbulents, les grandeurs nécessaires à leur évaluation ($\partial U/\partial y$, $\partial T/\partial y$, k , k_θ , ε et ε_θ) étant issus des DNS.

La figure 3 montre que l'hypothèse de Boussinesq ne prévoit correctement le profil du cisaillement $\overline{u'v'}$ que dans la partie centrale du canal. Les résultats sont très mauvais près des parois. Le modèle de So *et al.* [2] et le modèle développé donnent des résultats semblables dans la partie centrale du canal, avec une brusque variation de $\overline{u'v'}$ autour du maximum de vitesse. Le modèle de So *et al.* [2] donne de meilleurs résultats que l'hypothèse de Boussinesq près de la paroi mais est toujours assez éloigné de la DNS. D'après la figure 3, le modèle développé représente mieux le cisaillement $\overline{u'v'}$ dans la région de paroi que les autres modèles présentés.

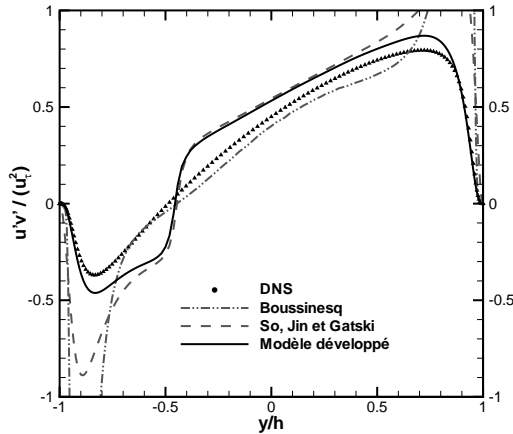


Figure 3 Comparaison des modèles aux DNS pour $\overline{u'v'}$ dans le cas de la convection mixte

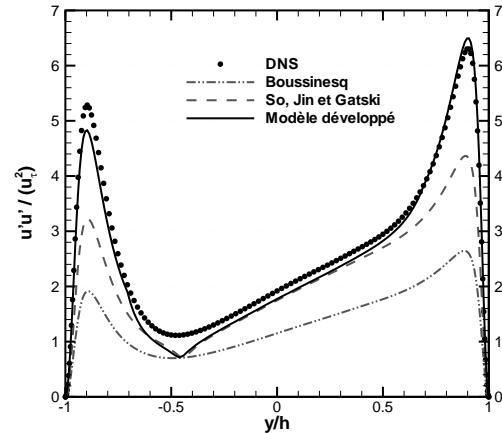


Figure 4 Comparaison des modèles aux DNS pour $\overline{u'u^2}$ dans le cas de la convection mixte

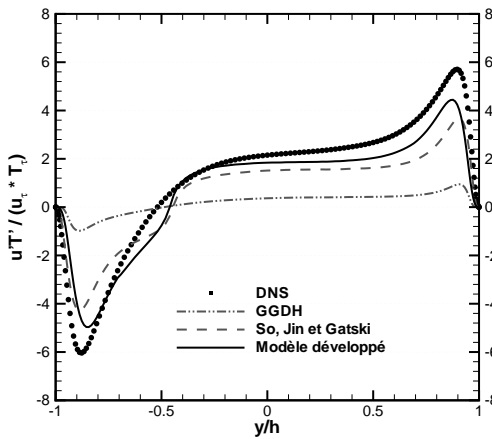


Figure 5 Comparaison des modèles aux DNS pour $\overline{u'T'}$ dans le cas de la convection mixte

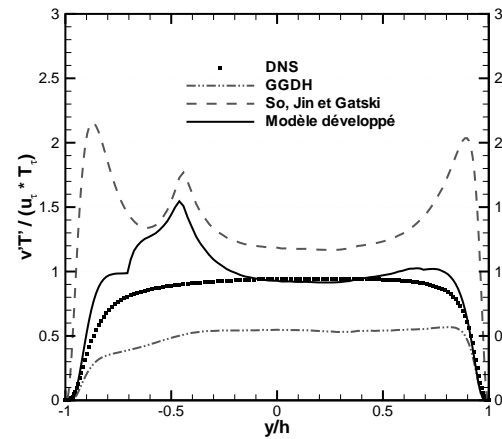


Figure 6 Comparaison des modèles aux DNS pour $\overline{v'T'}$ dans le cas de la convection mixte

La figure 4 montre que l'hypothèse de Boussinesq qui donne $\overline{u'u^2} = 2/3 k$ n'est pas adaptée. Le modèle de So *et al.* [2] prévoit un profil de $\overline{u'u^2}$ très proche de la DNS dans le centre du canal mais pas près des parois. Le nouveau modèle donne quant à lui de très bons résultats près des parois et dans tout le canal.

Les figures 5 et 6 montrent que l'hypothèse GGDH donne des profils largement sous-estimés pour les deux composantes du flux de chaleur. Le modèle de So *et al.* [2] donne un profil de $\overline{u'T'}$ satisfaisant excepté près des parois où il le sous-estime en module. Toutefois, ce modèle surestime largement $\overline{v'T'}$ sur toute la largeur du canal et présente un pic au maximum de vitesse. Le modèle développé prévoit un profil de $\overline{u'T'}$ très proche de celui de la DNS et donne de meilleurs résultats près des parois. Cette conclusion est aussi valable pour $\overline{v'T'}$ avec toutefois l'apparition d'un pic au maximum de vitesse comme pour le modèle de So *et al.* [2].

Le modèle développé donne donc de meilleurs résultats pour les tensions de Reynolds et pour les flux de chaleur que le modèle de So *et al.* [2] et les hypothèses de Boussinesq et GGDH. Des calculs semblables ont été menés sur cette configuration de canal pour les régimes de convection forcée et naturelle et mènent aux mêmes conclusions. Les résultats en convection forcée sont très satisfaisants et les résultats en convection naturelle sont encourageants.

5. Conclusion

Un nouveau modèle de turbulence destiné à améliorer la prévision des écoulements soumis à la flottabilité a été développé. Le choix s'est porté sur l'utilisation de modèles algébriques car l'hypothèse de Boussinesq et l'hypothèse GGDH ne suffisent pas pour prévoir ce type d'écoulement. L'hypothèse d'équilibre local étant à la base des modèles algébriques, sa pertinence a été examinée sur une configuration de canal plan vertical différentiellement chauffé pour les différents régimes de convection et comparée aux DNS disponibles. Cette hypothèse s'est avérée valide dans une large partie du canal mais pas dans la région proche des extrema de vitesse et dans la région de paroi où des modèles spécifiques sont nécessaires. Deux modèles algébriques ont alors été mis en place. Un modèle explicite algébrique pour les tensions de Reynolds et un modèle explicite algébrique pour les flux de chaleur turbulents ont été modifiés afin d'inclure les termes de flottabilité et étendus jusqu'à la paroi via des modèles à pondération elliptique. Les deux modèles sont couplés par une méthode itérative. Les premiers résultats sur la configuration de canal sont encourageants, quel que soit le régime de convection.

Références

- [1] Hanjalić, K., One-point closure models for buoyancy-driven turbulent flows, *Ann. Rev. Fluid Mechanics*, 34, pp. 321–347, 2002
- [2] So, R.M.C., Jin, L.H. et Gatski, T.B., An explicit algebraic Reynolds and heat flux model for incompressible turbulence : Part II Buoyant flow, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 17, pp. 377–406, 2004
- [3] Girimaji, S.S. et Balachandar, S., Analysis and modeling of buoyancy-generated turbulence using numerical data, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 41(6), pp. 915–929, 1998
- [4] del Álamo, J.C., Jiménez, J., Zandonade, P. et Moser, R.D., Scaling of the energy spectra of turbulent channels, *J. Fluid Mech.*, 500, pp. 135–144, 2004
- [5] Hoyas, S. et Jiménez, J., Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$, *Phys. of Fluids*, 18 :011702, 2006
- [6] Kasagi, N. et Iida, O., Progress in direct numerical simulation of turbulent heat transfer, *Proc. 5th ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference* (San Diego, California, mars 1999)
- [7] Kasagi, N. et Nishimura, M., Direct numerical simulation of combined forced and natural turbulent convection in a vertical plane channel, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18, pp. 88–99, 1997
- [8] Versteegh, T.A.M. et Nieuwstadt, F.T.M., Turbulent budgets of natural convection in an infinite, differentially heated, vertical channel, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 19(2), pp. 135–149, 1998
- [9] Wikström, P.M., Wallin, S. et Johansson, A.V., Derivation of a new explicit algebraic model for the passive scalar flux, *Phys. of Fluids*, 12, pp. 688–702, 2000
- [10] Wallin, S. et Johansson, A.V., An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, 403, pp. 89–132, 2000
- [11] Vanpouille, D., Aupoix, B. et Laroche, E., An explicit algebraic turbulence model for buoyant flows, *Proc. of the 7th Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, (Palermo, Sicily, Italy, Septembre 2012), soumis à *Int. J. of Heat and Fluid Flow*
- [12] Manceau, R. et Hanjalić, K., Elliptic blending model : A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure, *Phys. of Fluids*, 14(2), pp. 744–754, 2002
- [13] Ocenic, A.G., Manceau, R. et Gatski, T. B., A hierarchy of explicit algebraic models for wall-bounded flows, *Proc. of the 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements*, (Limassol, Cyprus, Juin 2008), pp. 83–88
- [14] Karlatiras, G. et Papadakis, G., Near-wall modification of an explicit algebraic Reynolds stress model using elliptic blending, *Flow, Turbulence and Combustion*, 77, pp. 257–275, 2006
- [15] Dehoux, F., Lecocq, Y., Benhamadouche, S., Manceau, R. et Brizzi, L.-E., Algebraic modeling of the turbulent heat fluxes using the elliptic blending approach - Application to forced and mixed convection regimes, *Flow, Turbulence and Combustion*, 88, pp. 77–100, 2012