

Calcul de la pression et de la température autour d'une bulle en cavitation acoustique

Claudia COGNE^{1*}, Roman PECZALSKI¹, Olivier LOUISNARD²

¹Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés (UMR CNRS 5007), Université Claude Bernard Lyon 1, 3 rue Victor Grignard, 69622 Villeurbanne Cedex

²Centre Rapsodee (UMR CNRS 5302), Ecole des mines d'Albi-Carmaux, 81013 Albi

*(auteur correspondant : claudia.cogne@univ-lyon1.fr)

Résumé – La cavitation acoustique dans le liquide et en particulier le collapse des bulles de gaz induit des conditions physiques extrêmes dans et au voisinage très proche des bulles. Afin de pouvoir exploiter pratiquement ce phénomène en sonocrystallisation et sonochimie, une connaissance exacte de l'évolution des paramètres physiques dans et autour de la bulle est nécessaire. Dans ce travail, on s'est intéressé à la pression et la température à l'interface gaz-liquide et dans le liquide au voisinage immédiat d'une bulle juste avant et juste après son collapse. En partant des équations classiques de la dynamique de la paroi de la bulle sous l'effet d'une onde ultrasonore et de la conservation de l'énergie côté gaz, trois approches différentes concernant le transfert thermique côté liquide ont été appliquées et les profils de pression et de température résultants comparés. Les différences significatives obtenues ont montré l'importance d'une description fine des transferts thermiques côté liquide.

Mots clé - cavitation, ultrasons, nucléation, congélation

1. Introduction/Contexte

La cavitation acoustique de bulles de gaz dans un milieu liquide et en particulier leur effondrement induit des conditions physiques extrêmes (pressions allant jusqu'à des dizaines de GPa, des températures allant jusqu'à des dizaines de milliers K), à l'intérieur et à proximité immédiate de la bulle. Ces conditions sont à l'origine des effets spectaculaires comme la sonoluminescence, la génération de radicaux hydroxyle, l'érosion de surface solide, mais elles peuvent aussi favoriser la cristallisation des solutés ou des solvants. Afin de maîtriser ces phénomènes, il est nécessaire de connaître parfaitement l'évolution des grandeurs physiques (pression, température, composition) pour le gaz à l'intérieur de la bulle, mais aussi celles du liquide, à l'extérieur de la bulle.

L'étude bibliographique a permis de comparer les résultats des simulations (température dans le gaz T_g et température à la paroi T_i) obtenus avec différentes approches de modélisation relevés dans la littérature (Tableau 1). Il est à noter que tous ces travaux ont été réalisés pour diverses conditions opératoires (nature du gaz, pression acoustique P_a , fréquence f , rayon initial de la bulle R_0), ce qui rend la comparaison difficile.

Néanmoins, on peut observer d'abord que les résultats du Tableau 1 peuvent être grossièrement classés en deux groupes : un premier groupe (Toegel *et al.*, Kwak and Na, Yasui et Kim *et al.*) où la température d'interface (T_i) est du même ordre que la température du gaz dans la bulle (T_g) et un second groupe (Vuong *et al.*, Yuan *et al.*, Hauke *et al.*) où T_i est beaucoup plus faible que T_g .

Ensuite, il faut remarquer que les résultats du premier groupe sont basés sur des approches de modélisation simplifiée (hypothèse d'une couche limite, profils arbitraires de température dans le liquide, résolution avec des solutions analytiques), tandis que ceux du second groupe sont basés sur un raisonnement plus rigoureux (distributions spatiales des variables, pas de profils imposés, solutions numériques). Les résultats du second groupe sont donc considérés comme la référence pour notre étude. Il est ainsi évident qu'un certain degré de raffinement

est nécessaire afin d'estimer au mieux le comportement thermique du système, ce sera le point de départ de notre étude.

Référence	Hypothèse thermique (côté liquide)	Gaz	P bar	f kHz	R ₀ μm	T _g K	T _i K
Toegel <i>et al.</i>	Température uniforme	argon et vapeur	1,3	16	5	15000	293
Kwak and Na	Profil linéaire de température	air	1,3	26,5	4,5	25000	17000
Yasui	Profil exponentiel de température	argon et vapeur	1,35	20,6	5	10000	8000
Kim <i>et al.</i>	Profil parabolique de température	air	1,33	12,9	5	28000	13500
Vuong <i>et al.</i>	- Pas de profil arbitraire de température	argon	1,3	26,5	4,5	106000	4000
Yuan <i>et al.</i> ,	- Résolution simplifiée de l'équation de transfert côté liquide	air	1,275	26,4	4,5	15000	500
Hauke <i>et al.</i> ,	Résolution exacte de l'équation de transfert côté liquide	argon et vapeur	1,2	22,3	19,3	4300	360
modèle A de cette étude	Voir paragraphe 2a	air et vapeur	1,4	29	5,2	11000	263
modèle B de cette étude	Voir paragraphe 2b	air et vapeur	1,4	29	5,2	11000	1750
modèle C de cette étude	Voir paragraphe 2c	air et vapeur	1,4	29	5,2	11000	570

Tableau 1 : Analyse bibliographique ; comparaisons des résultats.

Le but de l'étude était d'évaluer la pression et la température à la paroi de la bulle et dans le liquide autour de la bulle au moment du collapse. En partant des équations classiques de la dynamique de la paroi de la bulle et de la thermodynamique du gaz dans la bulle, trois approches différentes ont été proposées pour décrire le transfert de chaleur à la paroi et dans le liquide. Ces trois approches ont été basées sur les hypothèses suivantes concernant la température côté liquide :

A) profil uniforme de température égale à la température loin de la bulle,

B) profil linéaire de la température dans une couche limite thermique, l'épaisseur de la couche étant calculé comme la distance de la diffusion durant le temps caractéristique de l'oscillation de la bulle,

C) profil non linéaire de la température obtenu par une résolution approchée de l'équation de la conduction-advection dans le liquide pour un flux thermique imposé à l'interface gaz-liquide.

2. Formulation mathématique du modèle

La modélisation de la cavitation acoustique d'une bulle d'air a nécessité la mise en équation des phénomènes suivants (cf. Figure 1) :

- 1) la thermodynamique du gaz dans la bulle basée sur l'hypothèse d'une pression uniforme (P_g) et l'existence d'une couche limite thermique (δ_{tg}) (équation d'état du gaz, équations du bilan thermique du gaz) ;
- 2) la dynamique de la paroi de la bulle et du liquide environnant (résolution de Gilmore des équations de Navier-Stokes à l'intérieur et à l'extérieur de la bulle (Knapp)).
- 3) le transfert de chaleur entre la bulle et le liquide (équation de bilan thermique à la paroi, équation de transfert thermique dans le liquide).

Dans cette communication, les deux premiers points ne seront pas développés car les équations correspondantes ont été reprises directement de la littérature. Par contre, le dernier point sera développé en proposant trois modèles thermiques différents côté liquide.

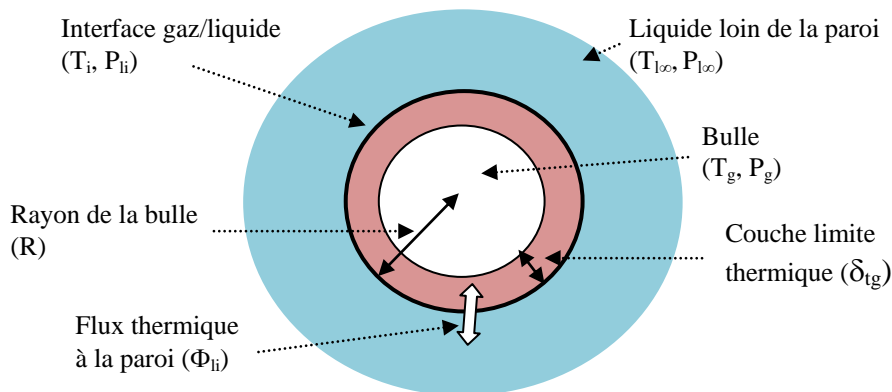


Figure 1 : Représentation de la bulle d'air et de son interface gaz/liquide.

a. Modèle A

A l'instant du collapse, la variation de la température du gaz est très rapide et l'épaisseur de l'hypothétique couche limite thermique côté gaz et côté liquide est très faible. Ainsi, en première approximation, on peut considérer le cas classique de deux corps solides semi-infinis mis en contact brusquement à différentes températures initiales. La solution analytique à ce problème montre que le rapport des différences de température entre l'infini et l'interface pour les deux corps correspond à la racine carrée du rapport de leur effusivité thermique. Pour les valeurs standards des propriétés thermophysiques de l'eau et de l'air, le gradient de température côté liquide serait donc beaucoup plus faible que celui côté gaz de sorte que la température de l'interface pourrait être considérée très proche de la température du liquide à l'infini. Cette estimation peut justifier l'hypothèse d'une température de paroi constante et égale à la température du liquide ambiant. Cette hypothèse a été utilisée par plusieurs auteurs (Prosperetti *et al*, 1999 ; Toegel *et al*, 2000) et elle a été adoptée pour le modèle thermique le plus simple dans cette étude (modèle A, température d'interface constante à une valeur de -10°C).

b. Modèle B

L'approche présentée ci-dessus n'est cependant pas satisfaisante, car, lors du collapse, la réduction du volume de la bulle entraîne une augmentation importante de la densité du gaz et par conséquent une forte augmentation de l'effusivité thermique. On s'éloigne alors des conditions standards, l'effusivité du gaz pouvant même devenir plus élevée que celle du liquide et la température de l'interface pouvant se rapprocher de celle du gaz. Il faut donc trouver une approche applicable durant tout le cycle d'oscillation de la bulle.

En partant de nouveau de la solution analytique du problème de conduction thermique dans deux corps en contact, on peut montrer que les gradients de température de chaque côté de l'interface peuvent être exprimés comme une différence de température sur une distance variable dans le temps. Cette distance peut être interprétée comme une épaisseur de couche limite thermique et évaluée comme la longueur de diffusion pendant un intervalle de temps donné. Pour notre application, cet intervalle de temps est l'échelle de temps caractéristique de l'oscillation de bulle. En conséquence, les épaisseurs de la couche limite côté liquide (notée δ_{il}) et côté gaz (notée δ_{ig}) peuvent s'écrire sous la forme :

$$\delta_{il} = \sqrt{\alpha_{tl} \frac{R}{|\dot{R}|}} \quad \text{et} \quad \delta_{ig} = \sqrt{\alpha_{tg} \frac{R}{|\dot{R}|}}, \quad \text{où}$$

α est la diffusivité thermique, R le rayon de la bulle évoluant au cours du temps. La température d'interface T_i est alors calculée en résolvant l'équation du bilan thermique à l'interface qui tient compte du flux d'eau évaporée ou condensée :

$$4\pi R^2 \lambda_g \frac{T_g - T_i}{\delta_{tg}} - 4\pi R^2 \lambda_l \frac{T_i - T_{l\infty}}{\delta_{tl}} = \frac{dN_v}{dt} M_v \Delta h_{vap}$$

où λ représente la conductivité thermique, N_v le nombre de mol de vapeur, M la masse molaire de l'eau et Δh_{vap} la chaleur latente de vaporisation de l'eau.

Cette deuxième approche permet d'estimer l'évolution de la température d'interface au cours du temps en fonction de la dynamique de la paroi et de la thermodynamique du gaz dans la bulle. Mais elle suppose grossièrement un profil de température linéaire de température dans le liquide. Une troisième approche plus rigoureuse a donc été proposée pour déterminer un profil de température plus réaliste (modèle C).

c. Modèle C

Plesset and Zwick (1952) imité plus récemment par Szeri *et al.* (2003) ont montré qu'il est possible de résoudre analytiquement l'équation de convection-advection thermique dans le liquide à l'aide d'un changement de variables spatiale et temporelle. La température d'interface peut se mettre finalement sous la forme :

$$T(r,t) - T_{l\infty} = \frac{\sqrt{\alpha_l}}{4\pi^{3/2}\lambda_l} \int_0^t \frac{\Phi_{li}(x)}{\sqrt{\int_x^t R^4(y)dy}} \exp\left(-\frac{(r^3 - R^3(x))^2}{36\alpha_l \int_x^t R^4(y)dy}\right) dx$$

Cette relation est cependant approchée et soumise à l'hypothèse d'un gradient de température du liquide confirmé à la proximité immédiate de la bulle.

3. Résultats des simulations

Dans ce paragraphe, les résultats des simulations réalisées avec les trois modèles thermiques côté liquide seront comparés. D'abord les évolutions temporelles du rayon de la bulle, de la température du gaz, de la pression et de la température du liquide à la paroi seront présentées. Ensuite, les distributions spatiales de la pression et de la température dans le liquide autour de la bulle seront analysées. Toutes les simulations ont été réalisées pour les mêmes conditions résumées dans le Tableau 2.

Rayon initial de la bulle	5,2 μm
Température du liquide loin de la paroi	-10°C
Pression acoustique imposée au liquide	1,4 bar
Fréquence acoustique	29 Hz

Tableau 2 : Paramètres utilisés dans les simulations.

a. Comportement dynamique et thermique de la bulle

La Figure 2 représente l'évolution temporelle du rayon de la bulle et de la température du gaz pour les 3 modèles considérés dans cette étude au cours d'une période acoustique. La nature du modèle thermique côté liquide ne modifie pas sensiblement ni le comportement dynamique de la paroi, ni le comportement thermique du gaz dans la bulle.

Dans les trois cas, le collapse s'accompagne d'une forte augmentation de température (environ 11000K), les rebonds produisant des pics de température secondaires similaires.

Cependant, en regardant de plus près l'intervalle de temps autour du collapse (Figure 3), on peut constater un léger décalage au moment de l'apparition du collapse pour les différents modèles.

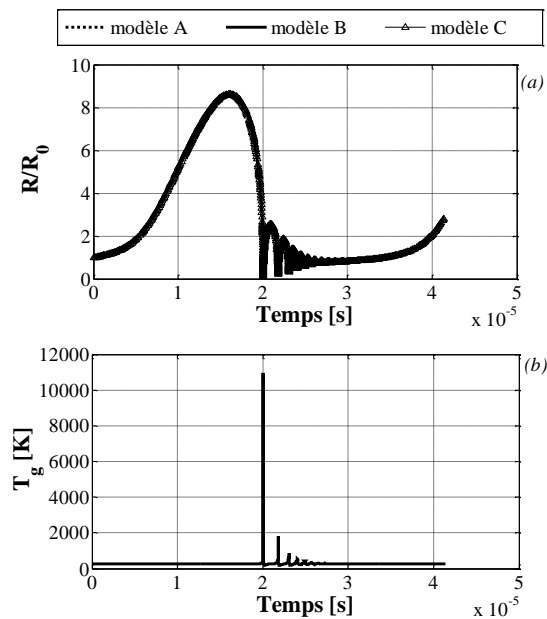


Figure 2 : Influence du modèle thermique sur (a) l'évolution du rayon de la bulle ; (b) sur la température dans la bulle.

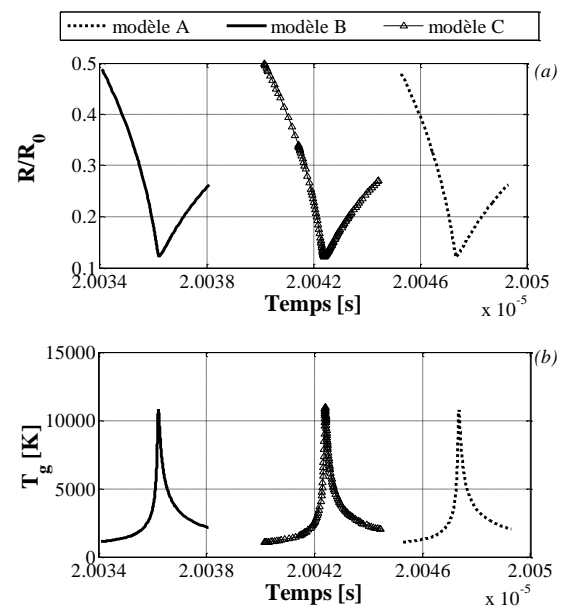


Figure 3 : Influence du modèle thermique sur (a) l'évolution du rayon de la bulle ; (b) la température dans la bulle. Zoom autour du collapse.

b. Température et pression à la paroi de la bulle

D'après la Figure 4 représentant l'évolution de la pression (P_{li}) et la température (T_i) à la paroi, la pression à l'interface (Figure 4a) n'est pas affectée par le modèle thermique côté liquide utilisé.

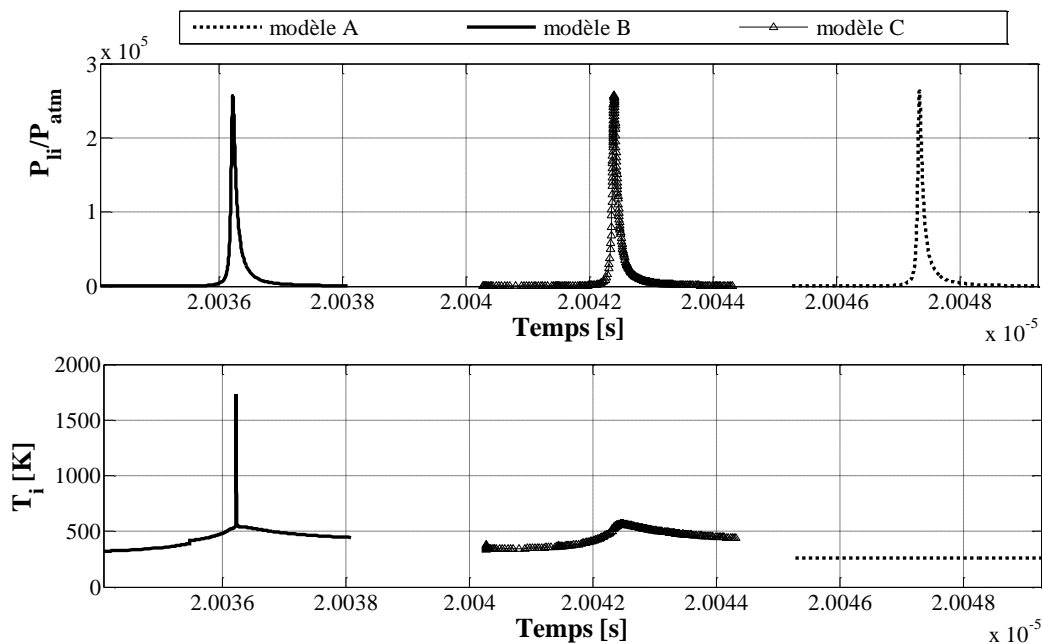


Figure 4 : (a) Evolution de la pression à l'interface ; (b) Evolution de la température d'interface.

En revanche, d'après la Figure 4b, l'évolution de la température de la paroi de la bulle est fortement dépendante de ce modèle :

- par définition, la température de la paroi du modèle A, modèle isotherme, est constante au cours du temps et égale à la température du liquide loin de la paroi ;
- le modèle B se caractérise par une élévation très forte de la température (environ 1500K) au moment du collapse de la bulle. Il faut noter que cette approche se caractérise par des instabilités numériques qu'il est nécessaire de contourner en optimisant les paramètres numériques (pas de temps, tolérance).
- le modèle C basé sur l'approche théorique la plus complexe donne une élévation modérée de la température autour du collapse (570K au maximum). L'amplitude de la variation de température d'interface est donc très atténuée par rapport à celle dans la bulle (11000K). Ce résultat est en adéquation avec les résultats des modèles de la littérature les plus élaborés même s'il convient d'être prudent, les conditions ne sont pas rigoureusement comparables (nature du gaz, fréquence acoustique, etc.).

Le modèle C proposé dans cette étude correspond à une approche où tous les phénomènes thermiques importants sont pris en compte mais dont la résolution mathématique et ensuite numérique sont simplifiées. Ce modèle basé sur un système d'équations différentielles ordinaires est à mi-chemin entre le modèle thermiquement simpliste et le modèle rigoureux basé sur un système d'équations aux dérivées partielles mais nécessitant une résolution numérique sophistiquée et consommatrice des ressources. Ayant démontré que les résultats de notre modèle se rapprochent beaucoup des résultats des modèles les plus complets, on montre ainsi l'intérêt de notre modèle dont la mise en équations et la résolution numérique sont beaucoup plus directes. Dans la suite de cette communication, les résultats correspondants au modèle C seront exclusivement présentés.

c. Pression et température dans le liquide (modèle C)

La distribution spatiale de la pression dans le liquide autour de la bulle pour différents temps après le collapse est présentée sur la Figure 5. On observe qu'une onde de pression se propage dans le liquide à très grande vitesse, en s'atténuant au fur et à mesure de sa progression. La discontinuité qu'elle présente est caractéristique d'une onde de choc. On note que la pression n'est pas maximale à la paroi mais à une certaine distance de la paroi. Ce maximum de pression entre la paroi et l'intérieur du liquide est légèrement plus important pour le modèle B (Figure 5b) que pour les 2 autres modèles.

La distribution spatiale de la température autour de la bulle pour différents temps après le collapse est présentée sur la Figure 6. Chaque thermogramme présente trois zones bien distinctes :

- la première zone, de faible étendue, se caractérise par un gradient de température très élevé ;
- dans la seconde zone, la température évolue très lentement en fonction de la position dans le liquide ;
- pour des distances de la bulle au-delà d'une demi fois le rayon initial de la bulle, la cavitation acoustique n'a plus d'effet ; la température du liquide est revenue à sa valeur loin de la bulle (-10°C).

La présence des deux premières zones et donc d'une inflexion importante du profil dans le proche voisinage de la bulle rend difficile une interprétation simple basée sur la couche limite

thermique comme celle adoptée pour le modèle B et prouve bien la nécessité d'une description plus fine des transferts thermiques entre la bulle et le liquide.

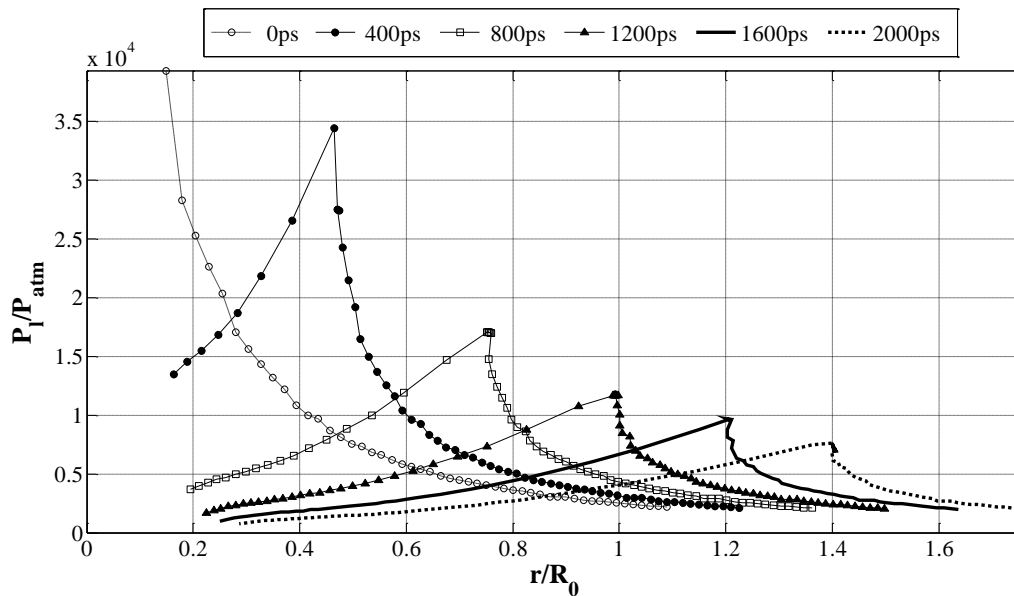


Figure 5 : Profil de pression dans le liquide après le collapse (modèle C).

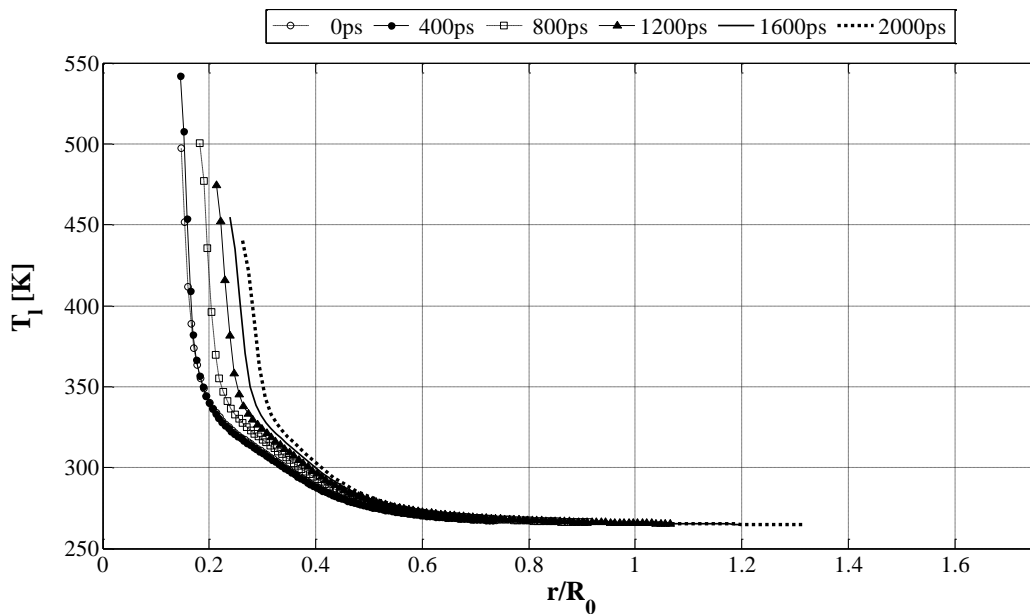


Figure 6 : Profil de température dans le liquide après le collapse (modèle C).

4. Conclusion

Cette étude a permis de développer un modèle décrivant le phénomène de cavitation inertielle et en particulier l'implosion d'une bulle de gaz et/ou de vapeur au sein du liquide. Les transferts thermiques à la paroi de la bulle et dans le liquide ont été pris en compte à trois niveaux de complexité différents.

Dans un premier temps, la comparaison des résultats de nos trois modèles thermiques a montré que :

- les évolutions du rayon de la bulle, de la température du gaz dans la bulle et de la pression du liquide à la paroi n'étaient pas affectées par l'exactitude du modèle thermique ;
- la température de la paroi de la bulle est très fortement influencée par la nature du modèle thermique. Au moment du collapse, elle apparaît beaucoup plus proche de la température du liquide au loin que de celle du gaz d'après le modèle le plus rigoureux.

Dans un second temps, le modèle le plus exact (modèle C) a été utilisé pour simuler les profils de température et de pression dans le liquide.

La connaissance précise de ces profils permettra dans un travail ultérieur de vérifier dans le cas de solutions aqueuses sous refroidies, si autour d'une bulle cavitante les conditions thermodynamiques sont suffisantes pour initier la cristallisation de la glace.

Références :

- Hauke G., Fuster D., Dopazo C. (2007). Dynamics of a single cavitating and reacting bubble, *Physical Review*, 75, 1-14.
- Kim K., Byun B., Kwak, H. (2007). Temperature and pressure fields due to collapsing bubble under ultrasound, *Chemical Engineering Journal*, 132, 125-135.
- Knapp R.T., Daily J.W., Hammitt F.G. (1970). Cavitation, *McGraw-Hill*, 1-152.
- Kwak H., Na J. (1996). Hydrodynamic solutions for a sonoluminescing gas bubble, *Phys. Rev. Lett.*, 77, 4454-4457.
- Plesset M.S., Zwick S.A. (1952). A Nonsteady Heat Diffusion Problem with Spherical Symmetry. *Journal of Applied Physics*, 23(1), 95-98.
- Prosperetti A., Hao Y. (1999). Modelling of spherical gas bubble oscillations and sonoluminescence. *Phil. Trans. R. Soc. Lon.*, 357, 203-223.
- Szeri A.J., Storey, B. D., Pearson A., Blake J. R. (2003). Heat and mass transfer during the violent collapse of nonspherical bubbles. *Physics of Fluids*, 15, 2576-2586.
- Toegel R., Gompf B., Pecha R. (2000). Does water vapor prevent upscaling sonoluminescence? *Physical Review Letters*, 85(15), 3165-3168.
- Vuong V.Q., Szeri A.J., Young D.A. (1999). Shock formation within sonoluminescence bubbles. *Physics of fluids*, 11(1), 10-17.
- Yuan L., Cheng H.Y., Chu M.C., Leung P.T. (1998). Physical parameters affecting sonoluminescence: A self-consistent hydrodynamic study, *Physical Review*, 57(4), 4265-4280.
- Yasui K. (1997). Alternative model of single-bubble sonoluminescence. *Physical Review*, 56(6), 6750-6760.