

# Convection naturelle d'air dans un canal vertical asymétriquement chauffé à flux imposé : exercice de comparaison et solutions de référence

Eric CHÉNIER<sup>1\*</sup>, Annabelle JOULIN<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, UMR-CNRS 8208, 5 Boulevard Descartes, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2

<sup>2</sup> Université Lille Nord de France, Laboratoire Génie Civil et géo-Environnement, EA 4515, Technoparc Futura, 62400 Béthune

\*(auteur correspondant : eric.chenier@univ-paris-est.fr)

**Résumé** - Un exercice de comparaison entre solutions issues de différents codes de calcul a été mené pour étudier la convection naturelle d'air engendrée dans un canal vertical chauffé asymétriquement. Un ensemble de 4 jeux de conditions aux limites pour les frontières ouvertes a été considéré afin d'examiner l'effet de ces modélisations sur les transferts de chaleur, les débits et la structure des écoulements.

## Nomenclature

|                       |  |   |                                     |
|-----------------------|--|---|-------------------------------------|
| $A$                   | rapport de forme   | $q_{in}(z=0)$   | débit entrant par le bas,           |
| $d_w(z)$              | largeur de l'écoulement de retour :                        | $= \int_0^1 w(x,0) dx$                                |                                     |
|                       | $w(d_w(z), z) = 0$ avec $0 < d_w(z) < 1$                   | $q_{in}(z=A)$   | débit entrant par le haut,          |
| $d_\psi(z)$           | largeur de la recirculation :                              | $= \int_0^1 \frac{ w(x,A)  - w(x,A)}{2} dx$           |                                     |
|                       | $\psi(d_\psi(z), z) = \psi(1, z)$ avec $0 < d_\psi(z) < 1$ | $Ra$  | nombre de Rayleigh                  |
|                       |  | $w$   | vitesse verticale adimensionnelle   |
| $m_\xi$               | valeur médiane pour $\xi$                                  | <i>Symboles grecs</i>                                 |                                     |
| $Nu_1(z)$             | nombre de Nusselt, $= \frac{1}{\theta(0,z)}$               | $\theta$  | température réduite                 |
| $Nu_2(z)$             | nombre de Nusselt, $= \frac{1}{\theta(0,z) - \theta_b(z)}$ | $\theta_b(z)$   | température réduite débitante,      |
| $\overline{Nu}_{1,2}$ | nombre de Nusselt moyen,                                   | $= \frac{\int_0^1 w(x,z)\theta(x,z) dx}{q_{in}(z=0)}$ |                                     |
|                       | $= \frac{2}{A} \int_{A/4}^{3A/4} Nu_{1,2}(z) dz$           | $\sigma_\xi$  | écart type pour $\xi$               |
| $Pr$                  | nombre de Prandtl  | $\psi$  | fonction de courant adimensionnelle |
|                       |  | <i>Divers</i>   |                                     |
|                       |  | $\langle \xi \rangle$                                 | moyenne d'ensemble pour $\xi$       |

## 1. Introduction

Les écoulements de fluides et les transferts de chaleur par convection naturelle dans des conduites ouvertes ont été largement étudiés depuis plusieurs décennies, depuis les travaux expérimentaux d'Elenbaas en 1942 [1] puis numériques de Bodoia et Osterle en 1962 [2]. L'intérêt de ce type de configuration réside dans les nombreuses applications concernées par cette physique [3, 4, 5, 6]. Toutefois, en dépit du grand nombre d'études réalisées, tant expérimentales que numériques, le choix des conditions aux limites dans les conduites ouvertes reste un problème délicat à traiter.

Pour surmonter la difficulté du choix des conditions aux limites à appliquer dans les sections ouvertes sur l'environnement, certains auteurs ont proposé d'étendre le domaine de calcul de part et d'autre des ouvertures du canal. L'idée à l'origine de ces extensions est basée sur le principe de St Venant, souvent invoqué en mécanique des solides [7]. Une autre façon d'éviter l'épineuse question du choix des conditions aux limites dans les sections ouvertes consiste

à encapsuler le canal dans un domaine beaucoup plus grand [8, 9]. Les frontières sont alors des parois sur lesquelles il est aisé de définir des conditions dynamiques. En revanche, les conditions aux limites thermiques ne sont pas si faciles à choisir car elles peuvent perturber le champ thermique autour du canal, et donc l'écoulement de convection naturelle.

Bien que les stratégies évoquées ci-dessus soient très attractives, l'augmentation de la taille du domaine de calcul s'avère coûteuse aussi bien en temps de calcul qu'en espace mémoire, surtout pour des problèmes tridimensionnels. Une alternative consiste à restreindre les simulations numériques uniquement sur la hauteur du canal, et à modéliser les conditions aux limites thermiques et dynamiques dans les sections ouvertes.

Malgré une littérature abondante, il n'existe pas encore à notre connaissance de solutions de référence pour des écoulements de convection naturelle dans des conduites ouvertes. La question de l'établissement de solutions numériques de référence a été initié dans le cadre d'un congrès SFT en 2004 [10]. Malheureusement, compte tenu de la grande dispersion des résultats, ce travail n'a pu aboutir.

En s'appuyant sur l'expérience des travaux antérieurs [10] et de recherches plus récentes [11], et considérant l'intérêt évident de la communauté des numériciens à définir des solutions de référence pour le problème de convection naturelle en conduite, le cas test décrit dans [10] a été reformulé sur la base de quatre jeux de conditions aux limites fréquemment rencontrées dans la littérature. Cette approche permet de mieux appréhender l'influence des conditions aux limites sur les écoulements de fluides et les transferts de chaleur.

Cette contribution est la synthèse de résultats issus de collaborations entre collègues thermiciens français, voire francophones [12]. Ces travaux ont été menés au sein de la Société Française de Thermique et du Groupement De Recherche AMETH (Analyse - Maîtrise des Ecoulements et échanges Thermiques) et visent à contribuer à l'étude numérique de la convection naturelle engendrée dans un canal vertical chauffé asymétriquement et dans lequel prend place un écoulement de retour à travers la section ouverte supérieure. En particulier, la sensibilité aux conditions aux limites des écoulements fluides et des transferts de chaleur est étudiée, en limitant la géométrie d'étude au domaine physique. Un volet important de ce travail réside dans la définition de solutions de référence qui s'avèrent très utiles pour valider les codes numériques pour les systèmes ouverts, en convection naturelle voire en convection mixte.

## 2. Modélisation

### 2.1. Equations

Le canal plan vertical de largeur  $l$  et de hauteur  $H$  est constitué de deux parois, l'une partiellement chauffée à flux constant et uniforme  $\phi$  sur la demi-section centrale, le reste étant adiabatique (Fig. 1). L'écoulement fluide est supposé laminaire, bidimensionnel. La conduction thermique dans les parois et les échanges radiatifs sont négligés. Compte tenu du faible écart de température entre le fluide le long de la paroi chauffée et les sections d'entrée, les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont exprimées sous l'approximation de Boussinesq. Les équations gouvernant le mouvement fluide et les transferts de chaleur s'écrivent sous forme adimensionnelle :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla p + Pr \nabla^2 \mathbf{v} + Ra Pr \theta \mathbf{e}_z$$

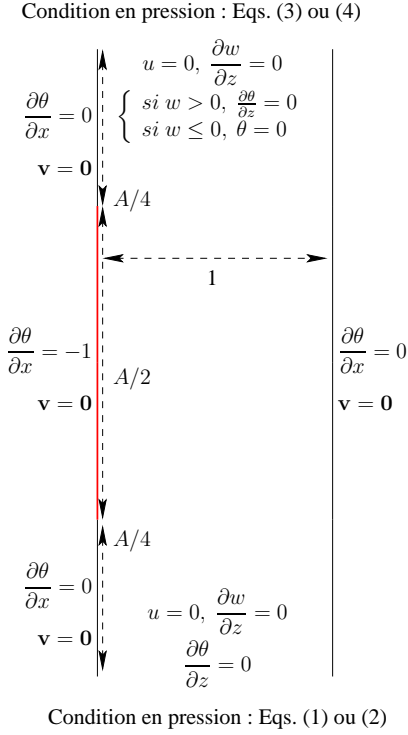


Figure 1 Géométrie, dimensions et conditions aux limites dynamiques et thermiques adimensionnelles.

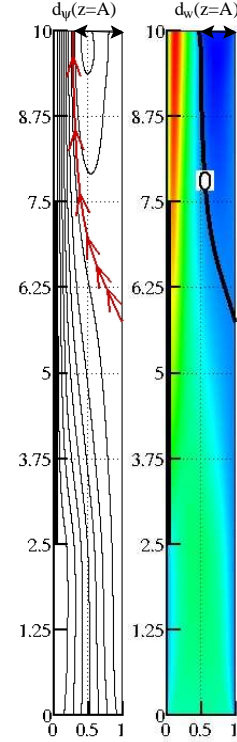


Figure 2 Lignes de courant (gauche) et champ de vitesse verticale  $w(x, z)$  (droite). Dans les sections supérieures sont repérées les grandeurs  $d_\psi(z = A)$  (gauche) et  $d_w(z = A)$  (droite).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\theta) = \nabla^2 \theta$$

avec  $\mathbf{v} = u\mathbf{e}_x + w\mathbf{e}_z$  le vecteur vitesse sans dimension,  $p = \Pi + z/Fr$  l'écart adimensionnel de la pression statique à la pression hydrostatique, et  $\theta = \lambda_0(T - T_0)/\phi l$  la température réduite. La température de référence  $T_0$  est prise à la température de l'environnement extérieur amont. La conductivité thermique, les diffusivités thermique et visqueuse et le coefficient d'expansion volumique sont exprimés en  $T_0$  par  $\lambda_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\nu_0$  et  $\beta_0$  respectivement. Les longueurs, la vitesse et la pression  $\Pi$  sont mises à l'échelle par  $l$ ,  $\alpha_0/l$  et  $\rho_0\alpha_0^2/l^2$ . Compte tenu de l'adimensionnement de la vitesse, le nombre de Froude s'exprime par  $Fr = \alpha_0^2/(gl^3)$ . Les paramètres adimensionnels contrôlant l'écoulement fluide et les transferts sont le nombre de Prandtl  $Pr = \nu_0/\alpha_0$ , le nombre de Rayleigh  $Ra = g\beta_0\phi l^4/(\lambda_0\nu_0\alpha_0)$  et le rapport d'aspect du canal  $A = H/l$ .

## 2.2. Conditions aux limites

La modélisation de l'écoulement et des transferts de chaleur est restreinte à la seule hauteur du canal et différentes conditions aux limites sont appliquées dans les sections d'ouverture inférieure et supérieure (Fig. 1).

**Paroi solide gauche,  $x = 0$**

$$\begin{cases} 0 < z < A, & \mathbf{v}(0, z) = \mathbf{0} \\ 0 < z < A/4 \text{ ou } 3A/4 < z < A, & \frac{\partial \theta}{\partial x}(0, z) = 0 \\ A/4 < z < 3A/4, & \frac{\partial \theta}{\partial x}(0, z) = -1 \end{cases}$$

**Paroi solide droite,  $x = 1$**

$$0 < z < A, \begin{cases} \mathbf{v}(1, z) = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x}(1, z) = 0 \end{cases}$$

**Section d'ouverture inférieure,  $z = 0$**

$$0 < x < 1, \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z}(x, 0) = 0 \\ \theta(x, 0) = 0 \end{cases}$$

Deux conditions en pression sont étudiées :  $\forall x \in ]0; 1[$ ,

$$p(x, 0) = -\frac{1}{2}w^2(x, 0) \quad (1)$$

ou

$$p(x, 0) = -\frac{1}{2} \left( \int_0^1 w(x, 0) dx \right)^2 \quad (2)$$

**Section d'ouverture supérieure,  $z = A$**

$$0 < x < 1, \begin{cases} u(x, A) = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z}(x, A) = 0 \\ \begin{cases} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0, & \frac{\partial \theta}{\partial z}(x, A) = 0 \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0, & \theta(x, A) = 0 \end{cases} \end{cases}$$

avec  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire normal et sortant du domaine d'étude. Deux conditions en pression sont étudiées :  $\forall x \in ]0; 1[$ ,

$$\begin{cases} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0, & p(x, A) = 0 \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0, & p(x, A) = -\frac{1}{2}w^2(x, A) \end{cases} \quad (3)$$

ou

$$p(x, A) = 0 \quad (4)$$

### 3. Résultats

Les équipes qui ont participé à ce travail de comparaison sont mentionnées dans le tableau 1 dans lequel sont précisés l'origine des codes numériques, les maillages employés ainsi que les conditions aux limites traitées.

Les calculs sont effectués pour un écoulement d'air,  $Pr = 0,71$ , avec un nombre de Rayleigh  $Ra = 5 \times 10^5$  et un rapport d'aspect  $A = 10$ . Les paramètres sont choisis pour engendrer un écoulement de retour à travers la section supérieure du canal, et donc une cellule de recirculation (Fig. 2).

Les tableaux 2 à 6 synthétisent la sensibilité des grandeurs thermiques et dynamiques aux différentes conditions aux limites, pour des valeurs locales aux coordonnées  $z \in \{3A/8; A/2;$

| Laboratoires  | Code                 | maillage   | Conditions aux limites, Eqs. |           |           |           |
|---------------|----------------------|------------|------------------------------|-----------|-----------|-----------|
|               |                      |            | (1) & (3)                    | (1) & (4) | (2) & (3) | (2) & (4) |
| MSME, LAMA    | lab. [13]            | 253 × 1520 | x                            | x         | x         | x         |
| CETHIL        | lab. [14]            | 200 × 1200 | x                            | x         | x         | x         |
| LIMSI         | lab.                 | 128 × 1300 | x                            | x         | x         | x         |
| PPRIME        | FDS [15]             | 400 × 2560 |                              |           |           | x         |
| PIMENT, LaSIE | lab. (OpenFoam) [16] | 48 × 600   |                              |           |           | x         |
| I2M-TREFLE    | Aquilon®[17]         | 100 × 1000 |                              |           |           | x         |
| LIMSI         | lab. [11]            | 256 × 2048 |                              |           |           | x         |
| LGCgE, LEME   | FLUENT®              | 50 × 300   | x                            |           |           |           |

Tableau 1 *Participants à l'exercice de comparaison. Origine des codes numériques, maillages et conditions aux limites traitées.*

| $z$  | Eqs. (1) & (4) |  | Eqs. (1) & (3) |  | Eqs. (2) & (4) |  | Eqs. (2) & (3) |  |
|------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|
|      | $m_{Nu_1}$     | $\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$ | $m_{Nu_1}$     | $\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$ | $m_{Nu_1}$     | $\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$ | $m_{Nu_1}$     | $\frac{\sigma_{Nu_1}}{\langle Nu_1 \rangle}$ |
| 3A/8 | 7,198          | 0,45%  | 7,267          | 0,36%  | 7,286          | 3,3%   | 7,325          | 0,46%  |
| A/2  | 6,170          | 0,38%  | 6,219          | 0,28%  | 6,238          | 3,0%   | 6,265          | 0,39%  |
| 5A/8 | 5,627          | 0,42%  | 5,674          | 0,25%  | 5,693          | 3,3%   | 5,716          | 0,30%  |
| 3A/4 | 5,602          | 3,9%   | 5,647          | 3,8%   | 5,665          | 14%  | 5,694          | 4,2%   |
| 7A/8 | 9,692          | 0,76%  | 9,835          | 0,088%                                       | 9,886          | 5,4%   | 9,965          | 0,22%  |
| A    | 11,68          | 0,97%  | 11,87          | 0,31%  | 11,95          | 11%  | 12,05          | 0,35%  |

Tableau 2 *Nombre de Nusselt  $Nu_1(z)$ . Valeurs médianes  $m_{Nu_1}$  et rapports entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\sigma_{Nu_1}/\langle Nu_1 \rangle$ .*

| $z$  | Eqs. (1) & (4) |  | Eqs. (1) & (3) |  | Eqs. (2) & (4) |  | Eqs. (2) & (3) |  |
|------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|
|      | $m_{Nu_2}$     | $\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$ | $m_{Nu_2}$     | $\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$ | $m_{Nu_2}$     | $\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$ | $m_{Nu_2}$     | $\frac{\sigma_{Nu_2}}{\langle Nu_2 \rangle}$ |
| 3A/8 | 8,469          | 1,3%   | 8,296          | 0,56%  | 8,255          | 3,1%   | 8,207          | 0,32%  |
| A/2  | 8,311          | 2,8%   | 7,889          | 0,67%  | 7,807          | 5,1%   | 7,671          | 0,36%  |
| 5A/8 | 8,690          | 4,4%   | 7,991          | 2,4%   | 7,853          | 7,7%   | 7,626          | 0,66%  |
| 3A/4 | 10,52          | 13%  | 9,160          | 6,1%   | 8,917          | 17%  | 8,528          | 5,4%   |
| 7A/8 | 50,95          | 33%  | 29,71          | 0,43%  | 27,22          | 27%  | 23,78          | 3,5%   |
| A    | 471,0          | 219%   | 61,34          | 1,2%   | 51,76          | 70%  | 40,50          | 6,5%   |

Tableau 3 *Nombre de Nusselt  $Nu_2(z)$ . Valeurs médianes  $m_{Nu_2}$  et rapports entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\sigma_{Nu_2}/\langle Nu_2 \rangle$ .*

5A/8; 3A/4; 7A/8; A} et des grandeurs intégrées. Les quantités relevées sont les nombres de Nusselt  $Nu_1(z)$ ,  $Nu_2(z)$  et leur valeur moyenne sur la paroi chauffée  $\overline{Nu_1}$  et  $\overline{Nu_2}$ , les caractéristiques de la recirculation  $d_\psi(z)$  et  $d_w(z)$ , et les débits de fluide entrant dans les sections inférieure,  $q_{in}(z=0)$ , et supérieure,  $q_{in}(z=A)$ .

Pour chacune des grandeurs moyennes et pour chaque quantité locale, nous avons fixé la valeur de référence à la valeur médiane qui a été exprimée avec 4 chiffres significatifs. Pour mesurer la dispersion des résultats, nous avons également calculé le rapport entre l'écart type et la moyenne. Ce rapport est reporté en bleu s'il est inférieur à 1%, en rouge sinon.

| $z$  | Eqs. (1) & (4) |  | Eqs. (1) & (3) |  | Eqs. (2) & (4) |  | Eqs. (2) & (3) |  |
|------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|
|      | $m_{d_w}$      | $\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$ | $m_{d_w}$      | $\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$ | $m_{d_w}$      | $\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$ | $m_{d_w}$      | $\frac{\sigma_{d_w}}{\langle d_w \rangle}$ |
| 3A/8 | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  |
| A/2  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  |
| 5A/8 | 0,4141         | 19% <sub>oo</sub>                          | 0,1534         | 5,3% <sub>oo</sub>                         | 0,09023        | 530% <sub>oo</sub>                         | 0              | —  |
| 3A/4 | 0,5157         | 7,2% <sub>oo</sub>                         | 0,4139         | 0,16% <sub>oo</sub>                        | 0,3713         | 58% <sub>oo</sub>                          | 0,2591         | 16% <sub>oo</sub>                          |
| 7A/8 | 0,5424         | 3,8% <sub>oo</sub>                         | 0,4862         | 0,37% <sub>oo</sub>                        | 0,4640         | 20% <sub>oo</sub>                          | 0,4106         | 4,0% <sub>oo</sub>                         |
| A    | 0,5530         | 2,7% <sub>oo</sub>                         | 0,5230         | 5,6% <sub>oo</sub>                         | 0,5018         | 22% <sub>oo</sub>                          | 0,4758         | 2,3% <sub>oo</sub>                         |

Tableau 4 Longueur du fluide entrant  $D_w(z)$ . Valeurs médianes  $m_{d_w}$  et rapports entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\sigma_{d_w}/\langle d_w \rangle$ .

| $z$  | Eqs. (1) & (4) |  | Eqs. (1) & (3) |  | Eqs. (2) & (4) |  | Eqs. (2) & (3) |  |
|------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|
|      | $m_{d_\psi}$   | $\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$ | $m_{d_\psi}$   | $\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$ | $m_{d_\psi}$   | $\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$ | $m_{d_\psi}$   | $\frac{\sigma_{d_\psi}}{\langle d_\psi \rangle}$ |
| 3A/8 | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  |
| A/2  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  | 0              | —  |
| 5A/8 | 0,5912         | 20% <sub>oo</sub>                                | 0,2260         | 12% <sub>oo</sub>                                | 0,1334         | 480% <sub>oo</sub>                               | 0              | —  |
| 3A/4 | 0,7257         | 9,0% <sub>oo</sub>                               | 0,5953         | 4,1% <sub>oo</sub>                               | 0,5392         | 58% <sub>oo</sub>                                | 0,3826         | 7,7% <sub>oo</sub>                               |
| 7A/8 | 0,7644         | 7,1% <sub>oo</sub>                               | 0,6921         | 3,8% <sub>oo</sub>                               | 0,6652         | 18% <sub>oo</sub>                                | 0,5950         | 0,44% <sub>oo</sub>                              |
| A    | 0,7775         | 6,1% <sub>oo</sub>                               | 0,7204         | 2,9% <sub>oo</sub>                               | 0,7049         | 11% <sub>oo</sub>                                | 0,6595         | 3,8% <sub>oo</sub>                               |

Tableau 5 Longueur de la recirculation  $d_\psi(z)$ . Valeurs médianes  $m_{d_\psi}$  et rapports entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\sigma_{d_\psi}/\langle d_\psi \rangle$ .

| $\xi$             | Eqs. (1) & (4) |  | Eqs. (1) & (3) |  | Eqs. (2) & (4) |  | Eqs. (2) & (3) |  |
|-------------------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|
|                   | $m_\xi$        | $\frac{\sigma_\xi}{\langle \xi \rangle}$ | $m_\xi$        | $\frac{\sigma_\xi}{\langle \xi \rangle}$ | $m_\xi$        | $\frac{\sigma_\xi}{\langle \xi \rangle}$ | $m_\xi$        | $\frac{\sigma_\xi}{\langle \xi \rangle}$ |
| $\overline{Nu}_1$ | 6,840          | 1,0% <sub>oo</sub>                       | 6,913          | 0,94% <sub>oo</sub>                      | 6,947          | 3,6% <sub>oo</sub>                       | 6,969          | 1,1% <sub>oo</sub>                       |
| $\overline{Nu}_2$ | 9,005          | 3,2% <sub>oo</sub>                       | 8,580          | 1,0% <sub>oo</sub>                       | 8,484          | 5,1% <sub>oo</sub>                       | 8,362          | 1,1% <sub>oo</sub>                       |
| $q_{in}(z=0)$     | 59,82          | 8,6% <sub>oo</sub>                       | 73,47          | 0,32% <sub>oo</sub>                      | 77,63          | 17% <sub>oo</sub>                        | 85,77          | 3,1% <sub>oo</sub>                       |
| $q_{in}(z=A)$     | 28,87          | 11% <sub>oo</sub>                        | 18,59          | 0,56% <sub>oo</sub>                      | 17,52          | 52% <sub>oo</sub>                        | 11,97          | 19% <sub>oo</sub>                        |

Tableau 6 Nombres de Nusselt moyens  $\xi \equiv \overline{Nu}_1$ ,  $\xi \equiv \overline{Nu}_2$ , débits de fluide entrant dans la section inférieure  $\xi \equiv q_{in}(z=0)$  et la section supérieure  $\xi \equiv q_{in}(z=A)$  du canal. Valeurs médianes  $m_{D_\xi}$  et rapports entre les écarts types et les valeurs moyennes  $\sigma_{D_\xi}/\langle D_\xi \rangle$ .

### 3.1. Solutions de référence et dispersion

Les dispersions les plus significatives sont relevées pour les conditions aux limites Eqs. (2) & (4), c'est-à-dire pour le problème qui a été le plus étudié par les participants. Les valeurs les plus éloignées de la médiane (et également de la moyenne) correspondent à deux contributions pour lesquelles les conditions aux frontières ouvertes ou le modèle physique ont été quelque peu changés. Dans les travaux basés sur [11], l'écart de pression entre le bas et le haut du canal n'est contrôlé qu'en moyenne tandis que les résultats issus du logiciel FDS [15] s'appuient sur une formulation "Faible Mach". Ces altérations changent d'autant plus les grandeurs mesurées qu'elles sont sensibles à l'intensité et à la dimension de l'écoulement de

retour.

Une dispersion également très importante est visible en sortie de canal lorsque le nombre de Nusselt est construit sur la température débitante pour les conditions aux limites Eqs. (1) & (4) (Tab. 3). Les très grandes valeurs atteintes par  $Nu_2$  indiquent un faible écart entre les températures débitante et pariétale, et a pour effet d'amplifier la sensibilité aux erreurs liées aux schémas numériques. Cependant, sur les trois contributions à ce cas test, deux travaux donnent des résultats en excellent accord ce qui permet de proposer de nouveau une valeur de référence.

### 3.2. Effet des conditions aux limites

La comparaison des nombres de Nusselt moyens indique que les transferts de chaleur sont relativement peu sensibles aux conditions aux limites, avec moins de 2% de variation pour  $\overline{Nu}_1$  et légèrement moins de 8% pour  $\overline{Nu}_2$  (Tab. 6). En revanche, une étude locale des transferts thermiques montre que le nombre de Nusselt construit sur la température débitante est extrêmement dépendant des conditions choisies dans les sections ouvertes, et cela d'autant plus que les échanges sont calculés dans la région supérieure adiabatique (Tab. 3). Cette dépendance résulte de la modification du débit d'alimentation en air du canal (Tab. 6), mais également des caractéristiques des cellules de recirculation (Tabs. 4 et 5). Cet accroissement du débit entrant en  $z = A$  correspond à une augmentation de la largeur sur laquelle le fluide est descendant (Tab. 4) mais également de la vitesse moyenne de l'air entrant  $q_{in}(z = A)/d_w(z = A)$ . Enfin, la diminution de  $q_{in}(z = 0)$  avec les conditions aux limites s'accompagne d'une augmentation du débit de fluide pénétrant le canal par le haut, de sorte que le débit sortant à travers la section supérieure,  $\int_0^1 \frac{|w(x,A)|+w(x,A)}{2} dx = q_{in}(z = 0) + q_{in}(z = A)$ , devient quasiment constant en ne variant tout au plus que de 10%.

L'examen de l'effet des conditions aux limites dans la section inférieure montre que la condition de pression uniforme (Eq. 2) engendre un profil de vitesse verticale parabolique identique à celui d'un écoulement établi isotherme. En revanche, la prise en compte d'une pression locale (Eq. 1), construite sur une pression dynamique constante, conduit à un champ de vitesse quasiment plat loin des parois verticales. L'établissement dynamique de ce dernier écoulement crée des pertes de charge supérieures au cas établi, ce qui explique la réduction du débit entrant par le bas. Dans la section supérieure, l'introduction d'une dépression locale (Eq. 3) bloque l'écoulement de retour et diminue donc l'intensité et la taille du fluide pénétrant dans le canal.

## 4. Conclusion

Des valeurs de référence ont été établies pour des écoulements d'air dans un canal vertical chauffé asymétriquement et 4 jeux de conditions aux limites dans les sections ouvertes. Les nombres de Nusselt, construits sur la température d'entrée ou débitante, la largeur du fluide entrant et la largeur de la recirculation sont relevés en fonction de la position axiale. Les nombres de Nusselt moyens sur la paroi chauffée et les débits de fluide pénétrant le canal par les sections inférieure et supérieure sont également calculés. Les résultats montrent que ces écoulements de convection naturelle sont très sensibles au choix des conditions aux limites ouvertes, en particulier pour ce qui concerne la forme et l'intensité de l'écoulement fluide. Le débit de fluide sortant par le haut du canal et engendré par le développement de la couche limite dynamique le long de la paroi chauffée n'est en revanche que très peu sensible aux conditions appliquées sur les frontières ouvertes.

## Références

- [1] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection, *Physica*, 9-1 (1942) 1–23.
- [2] J.R. Bodoia and J.F. Osterle, The development of free convection between heated vertical plates, *ASME J. Heat Transfer*, 84 (1962) 40–44.
- [3] E. Bacharoudis, M.G. Vrachopoulos, M.K. Koukou, D. Margaris, A.E. Filios and S.A. Mavrommatis, Study of the natural convection phenomena inside a wall solar chimney with one wall adiabatic and one wall under a heat flux, *Applied Thermal Eng.*, 27 (2007) 2266–2275.
- [4] F.P. Incropera, Convection heat transfer in electronic equipment cooling, *J. Heat Transfer*, 110 (1988) 1097–1111.
- [5] R. Ben Yedder and E. Bilgen, Natural convection and conduction in Trombe wall systems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34 (1991) 1237–1248.
- [6] B. Balunov, A. Babykin, R. Rybin, B. Krylov, V. Tanchuck and S. Grigoriev, Heat transfer at mixed convection in vertical and inclined flat channels of the vacuum chamber of the ITER international thermonuclear reactor, *High Temperature*, 42 (2004) 126–133.
- [7] C.F. Kettleborough, Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15 (1972) 883–896.
- [8] S. Ramanathan and R. Kumar, Correlations for natural convection between heated vertical plates, *J. Heat Transfer*, 113 (1991) 97–107.
- [9] J.P. Liu and W.Q. Tao, Numerical analysis of natural convection around a vertical channel in a rectangular enclosure, *Heat and Mass Transfer* 31 (1996) 313–321.
- [10] G. Desrayaud, R. Bennacer, J.-P. Caltagirone, E. Chénier, A. Joulin, N. Laaroussi and K. Mojtabi, Etude numérique comparative des écoulements thermoconvectifs dans un canal vertical chauffé asymétriquement, *8ième Colloque Inter universitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes*, (2007).
- [11] P. Le Quéré, On the computation of some external or partially enclosed natural convection flows (keynote paper), in : *In 19th Int. Symp. Transport Phenomena, ISTP19*, 2008, 8 pages, Reykjavik, Iceland.
- [12] G. Desrayaud, E. Chénier, A. Joulin, A. Bastide, B. Brangeon, J.P. Caltagirone, Y. Cherif, R. Eymard, C. Garnier, S. Giroux-Julien, Y. Harnane, P. Joubert, N. Laaroussi, S. Lassue, P. Le Quéré, R. Li, D. Saury, A. Sergent, S. Xin and A. Zoubir, Sensitivity to the open boundary conditions of the natural convection flows in a vertical channel asymmetrically heated - From comparison exercise to benchmark solutions, *soumis à Int. J. Therm. Sci.*, (2013).
- [13] E. Chénier, R. Eymard, O. Touazi, Numerical results using a colocated finite volume scheme on unstructured grids for incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer Part B*, 49-3 (2006) 259–276.
- [14] Z. Amine, S. Xin, S. Giroux-Julien, C. Ménézo, étude numérique des transferts thermo-convectifs dans un canal d'air vertical à flux imposé, in : *Proc. of the annual Congrès Français de Thermique*, SFT Perpignan, 2011, 163–168.
- [15] [Http ://www.fire.nist.gov/fds](http://www.fire.nist.gov/fds).
- [16] R. Peyret, T. D. Taylor, Computational methods for fluid flow, Springer Series in Computational Physics, 1983.
- [17] P. Angot, J.P. Caltagirone, P. Fabrie, A fast vector penalty-projection method for incompressible nonhomogeneous or multiphase Navier-Stokes problems, *Applied Mathematics Letters* 25-11 (2012) 1681–1688.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier A. Bastide, B. Brangeon, J.P. Caltagirone, Y. Cherif, G. Desrayaud, R. Eymard, C. Garnier, S. Giroux-Julien, Y. Harnane, P. Joubert, N. Laaroussi, S. Lassue, P. Le Quéré, R. Li, D. Saury, A. Sergent, S. Xin et A. Zoubir pour leur participation à cet exercice numérique de comparaison.