

Analyse de l'estimation du flux de chaleur à l'impact d'une goutte en régime de Leidenfrost

Michel Gradeck^{1*}, Denis Maillet¹

¹LEMETA UMR CNRS 7563 – Université de Lorraine, 54500 Vandœuvre les Nancy

*michel.gradeck@univ-lorraine.fr

Résumé - Une expérience a été conçue afin de caractériser le transfert de chaleur induit par l'impact des gouttes d'eau (diamètre 80-250 μm) sur un disque mince de nickel ($R = 12,5 \text{ mm}$ et $e = 500 \mu\text{m}$) chauffée par induction électromagnétique. Une caméra rapide permet de déterminer les caractéristiques de l'interaction et des paramètres tels que le temps de résidence et le diamètre d'étalement par traitement d'images. Le champ de température de la face arrière du disque impacté est mesuré au moyen d'une caméra infrarouge ; la chaleur extraite de la paroi en raison de l'interaction avec les gouttes est estimée en utilisant un modèle inverse. Dans cet article nous étudions la sensibilité du modèle inverse aux paramètres dynamiques des gouttes, en particulier le temps de séjour des gouttes, leur diamètre, la fréquence des impacts. Des expériences numériques ont été réalisées.

Nomenclature

a	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$	init	initiale
D	diamètre, m	G	goutte
E_{IG}	Energie perdue pour une goutte, J	L	liquide
e	épaisseur, m	<i>Leid</i>	Leidenfrost
h	coefficient d'échange, $W.m^{-2}.K^{-1}$	Ni	Nickel
m	masse, kg	N	normale à la paroi
p	variable de Laplace, s^{-1}	n	relatif à l'harmonique de rang n
Nu	nombre de Nusselt	nG	nombre de gouttes associées
r, R	rayon, m	P	paroi
Re	nombre de Reynolds, VD/ν	SAT	saturation
S	surface, m^2		
T	température		
t	temps, s		
T^*	température adimensionnée		
V	vitesse, $m.s^{-1}$		
We	nombre de Weber, $\rho V^2 D / \sigma$		

Indices et symboles

$0,1$	valeur avant et après rebond
e	étalement

Symboles grecs

Φ_{nG}	flux pour n gouttes, W
η	taux d'évaporation
ξ	facteur d'étalement
λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$

1. Introduction

L'interaction entre des gouttes et une paroi chaude est une situation classique en refroidissement par pulvérisation, en combustion interne ou lors de la phase de renoyage d'un REP en cas d'accident de perte de réfrigérant primaire (APRP). Les données expérimentales concernant **le transfert de chaleur à la paroi sont donc primordiales** pour valider les modélisations CFD. Les données calculées sont par exemple le taux d'évaporation des gouttes, la perte de chaleur à la paroi (due à l'interaction avec les gouttes), la chaleur sensible transférée aux gouttes après impact,... L'estimation fiable de ces paramètres est donc importante car elle va avoir des conséquences sur la production de vapeur ou l'estimation de la température de vapeur (pour la modélisation CFD). Seules quelques études expérimentales ont porté sur la

mesure du transfert de chaleur entre des gouttes et une paroi chaude et d'ailleurs, dans la plupart des cas, le diamètre des gouttes est assez élevé (de l'ordre de 1 mm) par rapport à celles rencontrées en refroidissement par sprays, dans les moteurs à combustion ou en situation d'APRP. Shi [1] a réalisé des expériences avec des gouttes millimétriques ($D_G = 2 - 5\text{mm}$ et $V_G = 0,5 - 3\text{m.s}^{-1}$) en impact sur un échantillon d'acier ou de cuivre chauffé par une résistance électrique. Connaissant l'ensemble des pertes, l'énergie prélevée par l'impact des gouttes est simplement la différence d'énergie à fournir pour maintenir l'échantillon à une température constante. Kendall [2] a étudié l'effet du nombre de Weber ($10 < We < 50$) pour quatre diamètres différents ($D_G = 250, 260, 290$ et $350\mu\text{m}$) ; il a constaté que l'augmentation du nombre de Weber conduisait à une amélioration des transferts. Kendall [2] a estimé que l'efficacité des échanges était comprise dans un intervalle [0.04-0.25] pour ses conditions expérimentales. Ces valeurs sont comparables à celles données par Pedersen [3]. Des études numériques des interactions an isothermes entre une goutte et une paroi chauffée, Ge et al. [4] and Chen [5], ont permis de mettre en évidence les paramètres les plus importants à savoir :

- La dynamique de l'étalement de la goutte qui dépend du nombre de Weber normal et de la viscosité du liquide), Hatta et al [6], Karl [7] et Sikalo [8].
- L'épaisseur de vapeur entre la goutte et la paroi qui dépend aussi des caractéristiques de l'étalement et des propriétés de la paroi, Inada [9].
- Le temps de résidence, Biance et al [10]

Aucune étude ne fait état de l'interdépendance du transfert de chaleur à la paroi avec les trois paramètres précédents car il est difficile de mesurer le flux de chaleur pour des petites gouttes en régime de Leidenfrost. La méthode inverse que nous avons déjà proposé [11] permet d'ors et déjà d'estimer celui-ci mais il est important également de quantifier les erreurs d'estimation. Le modèle inverse est sensible à différents paramètres mais la source d'erreur qui nous paraît prépondérante est l'erreur de modèle. Dans cet article, nous décrivons le modèle direct et les expériences numériques effectuées afin de quantifier ces erreurs.

2. Description de l'expérience

Le banc d'essais et les moyens de mesures sont schématiquement représentés sur la figure 1. Un train de gouttes monodispersées est obtenu par la fragmentation contrôlée d'un jet liquide par l'instabilité de Rayleigh générée par l'excitation d'une piezocéramique. Ce train impacte en son centre un disque de nickel ($D = 12,5\text{mm}$ et $e = 500\mu\text{m}$) chauffé par induction électromagnétique à une température supérieure à la limite de Leidenfrost. Les gammes de diamètres ($80\mu\text{m} < D_g < 300\mu\text{m}$) et de vitesses des gouttes générées ($3\text{m/s} < U < 12\text{m/s}$) dépendent de la fréquence excitatrice ($5\text{kHz} < f_{inj} < 30\text{kHz}$), du diamètre de l'orifice et de la pression d'alimentation (1 à 6 bars). La température des gouttes à la sortie de l'injecteur est régulée et mesurée à l'aide d'un thermocouple de *type K*. Les profils de température en face arrière de l'échantillon sont mesurés par thermographie infrarouge à l'aide d'une caméra *Cedip Jade III*, caméra matricielle (résolution de 320×240 pixels) équipée d'un objectif de 200mm.

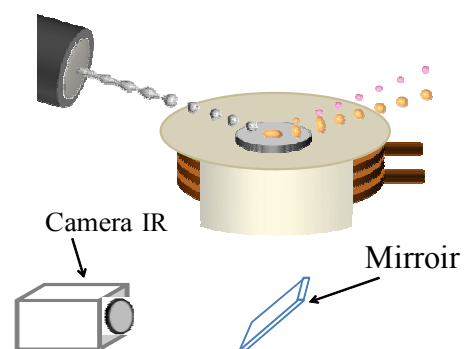


Figure 1 : schéma de l'expérience

3. Modèle direct

Rappelons que nous cherchons à estimer les échanges thermiques entre le train de gouttes monodispersées et le disque de métal ($D=25\text{mm}$ et $e=500\mu\text{m}$) porté à haute température ($>T_{Leid}$). L'estimation du flux de refroidissement du aux seules gouttes en interaction avec la cible en nickel repose sur une méthodologie inverse [11] et [12] qui est basée sur une solution analytique de l'équation de la chaleur décrivant l'évolution du champ de température au sein du disque de Nickel. Il dépend de pertes thermiques convecto-radiatives en face avant (i.e. la face impactée par les gouttes) et en face arrière ainsi que de pertes par conduction au travers du support du disque (i.e. trois sphère en céramique disposées à 120° à $r=R_{cav}$). Le problème qui peut être décrit par l'équation de la chaleur en repère cylindrique est « réduit » en effectuant au préalable une moyenne angulaire de tous les champs. Une transformée temporelle de Laplace et une transformée spatiale de Hankel (dans la direction radiale) [12] permet d'obtenir le système suivant :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}_n}{\partial z^2} - \left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a} \right) \tilde{\theta}_n = 0 \quad (1a)$$

Avec $\theta(r, z, t) = T(r, z, t) - T_{init}$; $\gamma_n^2 = \alpha_n^2 + \frac{p}{a}$; $\alpha_0 = 0$ et $\alpha_n R = n\pi + \frac{\pi}{4} - \frac{3}{8} \frac{1}{n\pi + \pi/4}$ si $n > 1$

$$\rightarrow \text{face avant (F)} : \lambda \left. \frac{\partial \tilde{\theta}_j}{\partial z} \right|_{z=0} = h_{EQ}^F \left(\tilde{\theta}_n^F - \frac{\tilde{\theta}_{\infty,n}}{p} \right) + \tilde{q}_{n,nG} \quad (1b)$$

$$\rightarrow \text{face arrière (R)} : -\lambda \left. \frac{\partial \tilde{\theta}_j}{\partial z} \right|_{z=e} = h_{EQ}^R \left(\tilde{\theta}_n^R - \frac{\tilde{\theta}_{\infty,n}}{p} \right) + k_{cond} R_{cav} J_0(\alpha_n R_{cav}) \left(\tilde{\theta}(r = R_{cav}) - \frac{\tilde{\theta}_{stum,n}}{p} \right) \quad (1c)$$

Les pertes convecto-radiatives sont prises en compte à l'aide d'un coefficient d'échange moyen sur chaque face (h_{EQ}^F, h_{EQ}^R). En considérant que les propriétés thermophysiques du nickel n'évoluent pas significativement dans la gamme de température de l'expérience ($300-600^\circ\text{C}$), on obtient une relation entre le champ de température mesuré en face arrière et le flux de refroidissement dû aux gouttes (inconnue du système). Les pertes sont schématiquement représentées fig. 2.

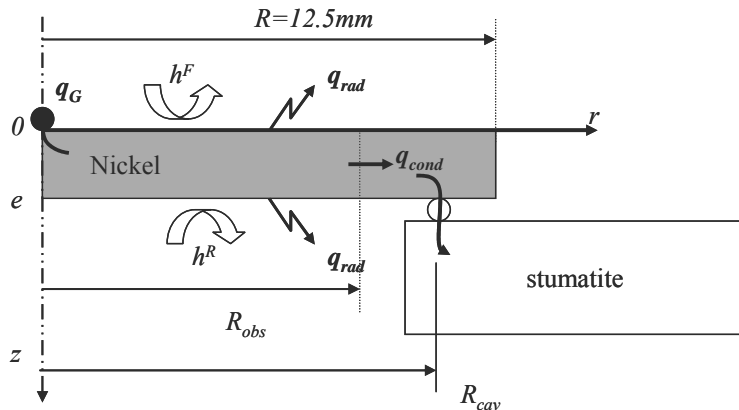


Figure 2. Représentation schématique des transferts de chaleur

La contribution des gouttes aux pertes thermiques est prise en compte par une densité de flux axisymétrique $q_{nG}(r,t)$. Finalement, une inversion de Laplace de la solution du système précédant fait apparaître plusieurs produits de convolution ; la relation entre l'harmonique de température en face arrière et l'harmonique du flux recherché peut s'exprimer sous forme

matricielle à partir de la relation (2a) en modélisant le flux $q_{nG}(r,t)$ par une fonction constante par morceaux à chaque pas de temps correspondant à la fréquence d'acquisition de la caméra (ou à un multiple) :

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_n^R(t) = & -\left[e^{-a_{Ni}\alpha_n^2 t} \tilde{Z}_n^A(t) \right] * \tilde{q}_{n,nG}(t) + \left[\int_0^t e^{-a_{Ni}\alpha_n^2 t'} \tilde{Z}_n^B(t') dt' \right] \tilde{\theta}_{n,\infty} + \left[\int_0^t e^{-a_{Ni}\alpha_n^2 t'} \tilde{W}_n(t') dt' \right] \theta_{stum} \\ & - \left[e^{-a_{Ni}\alpha_n^2 t} \tilde{W}_n(t) \right] * \theta(r = R_{cav}, t) \end{aligned} \quad (2a)$$

Les expressions des différentes impédances et de la transmittance sont rappelées ci-dessous :

$$\tilde{Z}_n^A(p)^{-1} = \left(h_{EQ}^R + h_{EQ}^F \right) \cosh(e_{Ni}\gamma_n) + \frac{h_{EQ}^R h_{EQ}^F}{\lambda_{Ni}\gamma_n} \sinh(e_{Ni}\gamma_n) + \lambda\gamma_n \sinh(e_{Ni}\gamma_n) \quad (2b)$$

$$\tilde{Z}_n^B(p) = \left(h_{EQ}^F + h_{EQ}^R \cosh(e_{Ni}\gamma_n) + \frac{h_{EQ}^R h_{EQ}^F}{\lambda_{Ni}\gamma_n} \sinh(e_{Ni}\gamma_n) \right) \tilde{Z}_n^A(p) \quad (2c)$$

$$\tilde{W}_n(p) = k_{cond} R_c J_0(\alpha_n R_c) \left(\cosh(e_{Ni}\gamma_n) + \frac{h_{EQ}^F}{\lambda_{Ni}\gamma_n} \sinh(e_{Ni}\gamma_n) \right) \tilde{Z}_n^A(p) \quad (2d)$$

Un retour dans l'espace réel est effectué par une inversion de Hankel. La densité de flux de chaleur associée au train de goutte $q_{nG}(r,t)$ est finalement moyennée sur la surface de l'échantillon pour obtenir le flux de refroidissement pour n_G gouttes puis l'énergie pour 1 goutte unique E_{1G} .

$$\Phi_{nG}(t) = 2\pi \int_0^R \hat{q}_{nG}(r,t) r dr \quad \rightarrow \quad E_{1G}(t) = \frac{\Phi_{nG}(t)\Delta t}{n_G} = \frac{\Phi_{nG}(t)}{n_G f_{camera}} = \frac{\Phi_{nG}(t)}{f_{inj}} \quad (3)$$

Le flux de refroidissement $\Phi_{nG}(t)$ étant la moyenne spatiale à chaque pas de temps du flux de refroidissement du aux n gouttes incidentes ayant interagi avec la paroi pendant le temps d'interaction t_R , l'énergie E_{1G} prélevée à **chaque impact de goutte** est donc une moyenne statistique sur un échantillon de $n_G=1/f_{inj}$ gouttes.

4. Estimation des erreurs

Le modèle décrit §3 permet d'obtenir des profils de températures dits synthétiques afin de tester notre modèle inverse. Nous ne considérons pas ici les erreurs dues aux autres pertes thermiques (conduction, convection et rayonnement). On ne considère ici que le flux de pertes dû aux gouttes qui sera modélisé par un échelon temporel constant dans la direction radiale ou présentant une distribution gaussienne. Nous souhaitons examiner ici si notre modèle permet une estimation précise de l'énergie prélevée à l'impact des gouttes et donnée par l'équation (3). En effet, le temps de résidence des gouttes étant de l'ordre de 10^{-3} - 10^{-4} s, la fréquence d'acquisition de la camera IR [10Hz-100Hz] et il n'est donc pas possible de décrire le flux du à une goutte unique. **La seule donnée mesurable** est la valeur de l'énergie moyenne prélevée par l'impact d'une goutte unique. Nous allons donc nous donner ce flux en face avant ($z=0$) en négligeant toutes les autres pertes et en considérant également que la goutte impacte au centre du disque ($r=0$) et donne lieu à une distribution radiale (on ne considère pas de glissement de la goutte à la paroi). Deux distributions de flux (échelon ou gaussienne) ont été testées.

$$q_{1G}(r,t) = \frac{E_{1D}}{S_d \times t_R} g(r) [H(t) - H(t - t_R)] \quad (9)$$

où $g(r) = H(r) - H(r - \xi D_d / 2)$ dans le cas (a) et $g(r) = e^{-r^2 / \delta^2}$ avec $\delta = \xi D_d / 2$ dans le cas (b) E_{1G} représente l'énergie nécessaire pour chauffer une goutte et l'évaporer partiellement.

$$E_{1D} = \frac{\rho \pi D_d^3}{6} [C_p (T_1 - T_0) + \eta C_p (T_{SAT} - T_1) + \eta L_V] \quad (10)$$

$$S_d = \frac{\pi D_d^2}{8} [1 + \xi^2] \quad (11)$$

où T_0 est la température de la goutte avant impact ; T_1 , la température de la goutte après rebond; T_{SAT} , la température de saturation; L_V , la chaleur latent de vaporisation et η , le taux d'évaporation.

La relation entre l'harmonique de rang n du flux ainsi définie et la température en face arrière est simplement:

$$\tilde{\theta}_n^R(t) = -[e^{-\alpha_n^2 t} \tilde{Z}_n^A(t)] * \tilde{q}_{n,d}(t) \quad (12)$$

$$\text{avec } \tilde{Z}_n^A(p)^{-1} = \lambda \sqrt{\frac{p}{a}} \sinh\left(e \sqrt{\frac{p}{a}}\right)$$

Dans le cas (a), les harmoniques du flux sont analytiques:

$$n = 0 : \tilde{q}_{0,1G}(t) = \frac{E_{1D}}{S_d \times t_R} \left[\frac{1}{2} \left(\xi \frac{D_d}{2} \right)^2 \right] [H(t) - H(t - t_R)] \quad (12a)$$

$$n \geq 1 : \tilde{q}_{n,1G}(t) = \frac{E_{1D}}{S_d \times t_R} \left[\frac{1}{\alpha_n} \left(\xi \frac{D_d}{2} \right) J_1 \left(\alpha_n \xi \frac{D_d}{2} \right) \right] [H(t) - H(t - t_R)] \quad (12b)$$

Dans le cas de la gaussienne (cas b), les harmoniques sont calculées à l'aide d'une quadrature. Le temps de résidence et le facteur d'étalement sont décrits par les relations suivantes:

$$t_R = 2.65 \sqrt{\frac{\rho D_d^3}{8\sigma}} \quad \text{et} \quad \xi \approx We^{0.25} \quad (13)$$

Pour toutes les simulations, nous avons utilisé un pas spatial de $6.25 \mu\text{m}$, un pas temporel de 10^{-5} s et un nombre d'harmoniques $n_H = 1000$. Les données utilisées pour le calcul des champs de températures synthétiques sont résumées dans le tableau 1. Le champ de température est d'abord calculé pour un impact unique et le champ correspondant à un train de goutte est calculé par superposition. La figure 3 donne l'évolution temporelle de la température obtenue en $r=0$ pour un train de gouttes.

A partir des champs ainsi calculés, un bruit blanc d'écart type variable peut aussi être ajouté et le champ de température discret, entrée du modèle inverse est déterminé en sélectionnant une partie du champ correspondant à la fréquence de la camera IR (10Hz). L'énergie déterminée par inversion peut être comparée à l'énergie d'entrée:

$$E_{P,1G}^{Theo} = 2\pi \int_0^{R_{Ni}} q_{1G}(r,t) r dr = \begin{cases} \rightarrow \frac{\pi \delta^2}{S_d} E_{1G} \\ \rightarrow \frac{\pi \delta^2}{S_d} (1 - e^{-R_{Ni}^2 / \delta^2}) E_{1G} \end{cases} \quad (14)$$

L'inversion a été effectuée pour un nombre d'harmonique de troncature variant de 0 à 11. Dans le cas d'un signal non bruité, l'accord entre la valeur obtenue et la valeur utilisée est assez bon mais dépend fortement du nombre d'harmonique, cf tableau 2. Dans le cas d'un signal bruité, l'accord est également acceptable mais semble également dépendre de l'étalement de la goutte et de son diamètre, cf tableau 3.

Conclusion

Le flux de chaleur dû à une goutte impactant une paroi chauffée à une température supérieure à la limite de Leidenfrost est tellement faible qu'il est nécessaire de parfaitement connaître les limites du modèle utilisé pour son estimation. Ici, nous n'avons finalement examiné qu'un seul aspect des choses en nous considérant que les gouttes impactent au centre de la pastille (ce qui n'est pas toujours le cas) et que le flux de chaleur est constant pendant le temps de résidence de la goutte ; ce qui ne doit pas être le cas en réalité si on examine minutieusement la topologie des gouttes à l'impact et l'évolution de l'épaisseur de vapeur. Néanmoins, on montre que les erreurs faites en considérant deux distributions radiales différentes dépendent des paramètres dynamiques des gouttes (diamètre, vitesse).

Remerciements

Ce travail a été financé par l'Agence Nationale de Recherche (ANR) dans le cadre du programme de recherche IDHEAS (n°ANR-NT09 432160).

Références

- [1] Shi M.H, Bai T.C. and Yu J, Dynamic behavior and heat transfer of a liquid droplet impinging on a solid surface, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 202-207 (1993)
- [2] Kendall G.E, Heat transfer to impacting drops and post critical heat flux dispersed flow, PhD thesis, Dept. of Mechanical Engineering Massachusetts Institute of Technology, (1978)
- [3] Pedersen C.O., An experimental study of dynamic behaviour and heat transfer characteristics of water droplets impinging upon a heated surface, *Int. J. Heat and Mass transfer*, 369-381 (1970)
- [4] Ge Y., Fan L.S., Three dimensional simulation of impingement of a liquid droplet on a flat surface in the Leidenfrost regime. *Physics of fluids*, 1-20 (2005).
- [5] Chen J.C., Hsu K.K., Heat transfer during liquid contact on superheated surfaces, *J. Heat Transfer*, 117, 693-697, (1995)
- [6] Hatta N., Fujimoto H., Kinoshita K., Takuda H., Collision dynamics of a water droplet impinging on a rigid surface above the Leidenfrost temperature, *ISIJ Int.*35, 50-55 (1995).
- [7] Karl A. and Frohn A., Experimental investigation of interaction processes between droplets and hot walls, *Physics of fluids*, 785 (2000)
- [8] Sikalo S., Marengo M., Tropea C. Ganic E.N, Analysis of impact of droplets on horizontal surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Sciences*, 25,503-510 (2002)
- [9] Inada S., Yang W.J., Film boiling heat transfer for saturated drops impinging on a heating surface, *Int. J. Heat and Mass transfer*, 2588-2591 (1994)
- [10] Biance A. L., Chevy F. , Clanet C., Lagudeau G., Quere D., On the elasticity of an inertial liquid shock, *J. Fluid. Mech.*, , 47-66 (2006)
- [11] F. Lelong, M. Gradeck, B. Rémy, A. Ouattara , D. Maillet, Inverse conduction technique in Hankel domain using infrared thermography: application to droplet stream quenching a metal disk, 14th International Heat Transfer Conference, 8-13 August, Washington DC, 2010
- [12] F. Lelong, expérimentation, modélisation et simulation de l'impact de gouttes d'eau sur le gainage gonflé des assemblages d'un cœur de REP en situation d'APRP, 2010, thèse Université Henri Poincaré

[13] Incropera F.P., Dewitt D.P., Bergman T.L., Lavine A.S., Fundamentals of heat and mass transfer, John Wiley & Sons, 6th Edition

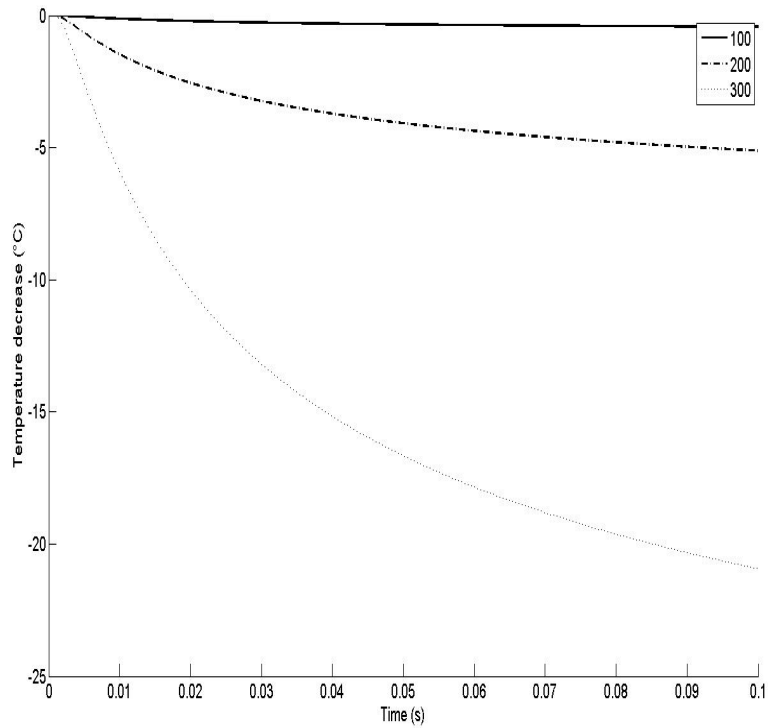


Figure 3: Evolution de la température en $r=0$ pour un train de gouttes, cas (a), $f_{inj} = 10000\text{Hz}$

D_G (μm)	200			300		
M_G (kg)	4.19E-09			1.41E-08		
t_R (ms)	0.32			0.58		
η	0.001			0.001		
E_{IG} (mJ)	$9,84 \cdot 10^{-2}$			0,332		
V_N (m/s)	1	2	3	1	2	3
We	2,86	11,43	25,71	4,29	17,14	38,57
ξ	1,30	1,84	2,25	1,44	2,03	2,49
S_d (mm^2)	$4,23 \cdot 10^{-2}$	$6,88 \cdot 10^{-2}$	$9,54 \cdot 10^{-2}$	0,109	0,182	0,255
$E_{P,1D}$ (mJ)	0.124	0.152	0.164	0.448	0.535	0.572

Tableau 1: données utilisées pour les expériences numériques

nH	$D_G = 200\mu\text{m}$			$D_G = 300\mu\text{m}$		
	$V_N = 1 \text{ m/s}$	$V_N = 2 \text{ m/s}$	$V_N = 3 \text{ m/s}$	$V_N = 1 \text{ m/s}$	$V_N = 2 \text{ m/s}$	$V_N = 3 \text{ m/s}$
0	-425.0	-453.0	-420.7	-525.3	-516.9	-511.9
1	-14.9	-15.6	-14.2	-36.7	-35.6	-34.6
2	-19.1	-18.9	-18.4	-41.7	-40.6	-39.5
3	11.3	11.9	11.7	-5.7	-5.2	-4.7
4	14.7	14.7	14.9	-1.8	-1.3	-0.9
5	10.9	11.1	11.3	-6.2	-5.6	-5.1
6	-417.8	-421.5	47.6	37.5	36.4	35.5
7	-121.2	-122.7	-116.2	-168.0	-143.0	-144.7
8	908.8	896.2	890.9	1037.9	997.3	939.1
9	-7422.1	-7455.2	-7079.1	-8564.3	-8031.9	-7539.5
10	-81225.3	-78762.9	-76758.0	-92526.3	-85811.6	-79694.1

Tableau 2a: erreur relative (%) en fonction du nombre d'harmonique, $f_{inj} = 10000\text{Hz}$, cas (a)

nH	$D_G = 200\mu\text{m}$			$D_G = 300\mu\text{m}$		
	$V_N = 1 \text{ m/s}$	$V_N = 2 \text{ m/s}$	$V_N = 3 \text{ m/s}$	$V_N = 1 \text{ m/s}$	$V_N = 2 \text{ m/s}$	$V_N = 3 \text{ m/s}$
0	-422.9	-418.9	-415.1	-525.3	-498.2	-494.4
1	-14.5	-13.9	-13.3	-35.7	-34.1	-32.3
2	-18.8	-18.1	-17.4	-40.7	-38.7	-37.1
3	11.4	11.8	12.1	-5.2	-4.4	-3.6
4	14.7	15.1	15.3	-1.4	-0.7	-0.1
5	11.1	11.4	11.7	-5.6	-4.7	-3.9
6	47.9	47.3	46.7	36.5	34.8	33.3
7	-118.8	-114.1	-109.8	-145.6	-143.0	-127.3
8	904.1	890.2	830.1	993.2	903.8	834.2
9	-7260.3	-6946.0	-6653.2	-8073.0	-7190.6	-6473.1
10	79041.5	74971.9	71282.4	86363.0	75660.8	66862.6
11	-1114948.0	-1049687.3	-990613.2	-1202960.0	-1033542.4	-896378.4

Tableau 2a: erreur relative (%) en fonction du nombre d'harmonique, $f_{inj} = 10000\text{Hz}$, cas (b)

nH	$D_G = 300\mu\text{m} - V_N = 3\text{m/s}$		
	$\sigma = 0.3^\circ\text{C}$	$\sigma = 0.5^\circ\text{C}$	$\sigma = 0.8^\circ\text{C}$
0	-227.8	-227.8	-227.8
1	-5.0	-4.9	-4.7
2	-6.1	-6.1	-5.9
3	2.3	2.4	2.5
4	6.4	6.4	6.6
5	-2.9	-2.8	-2.7
6	34.3	34.4	34.4
7	-127.3	-127.3	-127.3
8	816.7	821.1	812.4
9	-6486.2	-6490.6	-6499.3
10	66923.7	66967.5	67024.3
11	-909201.2	-917714.8	-930480.8

Tableau 3: erreur relative (%) en fonction du bruit imposé - Cas d'une distribution gaussienne