Caractérisation thermique de matériaux anisotropes à haute température par transformations intégrales avec prise en compte de conditions aux limites variables en temps

Christophe RODIET^{1*}, Benjamin REMY¹, Alain DEGIOVANNI¹

¹ Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (L.E.M.T.A)

U.M.R 7563 – CNRS – Université de Lorraine.

ENSEM - 02, avenue de la Forêt de Haye - TSA 60604, 54518 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique (E.N.S.E.M)

*(auteur correspondant : christophe.rodiet@univ-lorraine.fr)

Résumé - Dans ce papier, une méthode de caractérisation thermique de matériaux anisotropes prenant en compte le couplage échantillon-support est présentée. L'originalité de ce travail consiste à utiliser les mesures de températures faites par caméra infrarouge sur les bords de l'échantillon et à les introduire comme conditions aux limites pour s'affranchir de la présence du porte-échantillon. En utilisant le principe de superposition et une transformation intégrale adaptée, il est ensuite possible par une méthode itérative de remonter simultanément aux propriétés du matériau dans ses différentes directions d'anisotropie par une méthode de type moindre carrés appliquée sur les harmoniques spatiales du champ de température. Cette méthode est validée et comparée à une transformation Fourier-Cosinus classique sur une simulation numérique avant d'être utilisée sur des mesures expérimentales.

Nomenclature

<i>x,y,z</i>	Coordonnées	spatiales	, <i>m</i>
,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,			, ·

- t Temps, s
- T_{\star} Température, K
- T^* T-T_{ext}, K
- \overline{T}^* T^* moyennée suivant y, K
- ${ ilde T}^*$ Transformée de Fourier de ${\overline T}^*$
- θ Transformée de Laplace de \overline{T}^*
- $\tilde{\theta}$ \overline{T}^* dans l'espace Fourier-Laplace
- *a* Diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-t}$
- *h* Coefficient d'échange global, $W.m^{-2}.K^{-1}$
- *L* Longueur de la zone d'étude
- \mathcal{L}^{-1} Transformation inverse de Laplace
- \otimes Convolution en temps

Symboles grecs

- φ Flux, W
- $\overline{\varphi}$ Flux moyenné suivant y, W
- $\tilde{\Phi}$ $\bar{\varphi}$ dans l'espace de Fourier
- λ Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
- ρ Masse volumique, kg.m⁻³
- C_p Chaleur massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$

Indices et exposants

- Indice numérique des sous-problèmes
- *k* Indice numérique d'itérations
- x,y,z Directions spatiales (Ox), (Oy), (Oz)
- ext extérieur

i

- SPi Sous-Problème N°i
- flash associé au flash
- z_0, z_L associé aux pertes (en z=0 et z=Lz)

1. Introduction

Lorsque l'on cherche à identifier des répartitions de flux [1-2] ou à caractériser des matériaux anisotropes à hautes températures (méthode Flash 3D) [3] par méthodes inverses, on utilise couramment des transformations intégrales en faisant l'hypothèse que la surface latérale de l'échantillon est parfaitement isolée ("Cosinus" ou "Hankel") et que toute la face arrière est accessible à la mesure. Cependant, pour la caractérisation de matériaux à haute température, nous sommes amenés à utiliser un porte-échantillon dont la conductivité thermique est proche de celle du matériau à caractériser (céramiques, céramiques isolantes) et

de ce fait, l'hypothèse de flux nul sur la surface latérale n'est plus valide. De plus, la présence du support, ne permet pas toujours l'accès à l'intégralité de la face arrière de l'échantillon. De même, lorsqu'un échantillon est très faiblement conducteur de la chaleur, la zone chauffée est réduite du fait de la faible diffusion, il peut être alors intéressant de travailler sur une zone réduite de l'échantillon pour le caractériser. Dans ces conditions, la transformation classique en "cosinus" n'est plus réellement adaptée et conduit à des erreurs sur l'estimation des diffusivités thermiques. Dans une première partie, nous présenterons la méthode que nous proposons pour prendre en compte des conditions aux limites où le flux et la température aux parois varient avec le temps. L'idée consiste à utiliser la mesure de température proche des bords de l'échantillon donnée par la caméra infrarouge et à l'introduire comme conditions aux limites du problème et par superposition à se ramener à un cas simple avec des conditions aux limites homogènes de type température imposée. Dans une seconde partie, nous validerons cette méthode en la comparant avec la méthode classique (transformation en "cosinus") sur des simulations numériques. Dans une dernière partie, nous appliquerons la méthode sur des mesures expérimentales réalisées sur un matériau conducteur anisotrope en carbone.

Modélisation du problème et méthode d'estimation 2.

2.1. Problème général

Nous supposerons que l'échantillon à caractériser est de forme parallélépipédique, maintenu à l'aide d'un support sur ses cotés latéraux, qu'il subit sur l'une de ses faces (« face avant ») une sollicitation sous forme de flux à variables séparables $\varphi_{flash}(x, y, t) \equiv \phi(x, y) \cdot \psi(t)$ et que la mesure du champ de température se fait sur une partie de la face opposée à celle de l'excitation (« face arrière ») comme indiqué sur les Figure 1 et Figure 2. De plus, on supposer aconstante la température extérieure T_{ext} .



Figure 1 : Illustration schématique du principe de mesure

Soient, $\{L_x, L_y, L_z\}$ les dimensions de la zone d'étude (inférieure ou égale à celles de l'échantillon total). Les pertes avec l'extérieur seront prises en compte par des coefficients d'échange constants et uniformes notés h_{z_0} et h_{z_L} . Le flux échangé avec l'extérieur par la « face avant » de l'échantillon est noté $\varphi_{z_0}(x, y, t) = h_{z_0}(T(x, y, 0, t) - T_{ext})$ et celui échangé par la « face arrière » $\varphi_{z_L}(x, y, t) = h_{z_L}(T(x, y, L_z, t) - T_{ext})$. On posera $T^*(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) - T_{ext}$. Les conditions aux bords (points jaunes sur la Figure 1) seront supposées uniformes dans l'épaisseur. De plus, afin d'alléger la présentation de la méthode, nous moyennerons le champ de température suivant (Oy) en supposant que les températures et les flux sont identiques en

$$y = 0$$
 et $y = L_y$. Ainsi, en posant $\overline{T}^* = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} T^* dy$, $\overline{\varphi}(x,t) = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \varphi(x,y,t) dy$, et en

introduisant les températures $\overline{\Delta T}_{x_0}(t)$ et $\overline{\Delta T}_{x_L}(t)$ mesurées par la caméra comme conditions aux limites, le problème devient :

On peut remarquer qu'en procédant ainsi, il n'est pas nécessaire de prendre en compte le transfert de chaleur dans le support.

2.2. Résolution analytique du problème général par superposition

Afin de résoudre le problème (1), nous allons lui appliquer une transformation intégrale suivant x (Transformation de Fourier-Sinus). Cependant, les conditions aux limites étant non homogènes, celles-ci provoqueront l'apparition de termes sources lors de la transformation. Néanmoins, en remarquant que par superposition le problème (1) peut être décomposé en trois sous-problèmes comme illustré par la Figure 3, il sera possible de s'affranchir de ces termes

sources. Le champ de température complet s'écrira : $\overline{T}^*(x,z,t) = \sum_{i=1}^{3} \overline{T}^*_{SP,i}(x,z,t)$, où $\overline{T}^*_{SP,i}(x,z,t)$

représente le champ de température du sous-problème *i*. En « pratique », en remarquant que la conduction est 1D pour les sous-problèmes 2 et 3, nous pourrons retrancher ces solutions au champ de température expérimental et effectuer l'identification de paramètres (sur l'ensemble des harmoniques) sur le sous-problème 1 (champ de température expérimental « corrigé » par les sous problèmes 2 et 3).



Figure 3 : Illustration du principe de décomposition par superposition du problème complet en sous-problèmes

2.2.1. Résolution du sous-problème 1

Par construction, les conditions aux limites du problème 1 sont homogènes suivant (Ox). Le problème admet des fonctions propres [4] (obtenues par séparation des variables) $X_n(x) = \sin(\alpha_n x)$, avec pour valeurs propres $\alpha_n = n\pi / L_x$, $n \in \mathbb{N}^*$. En effectuant une transformation de Laplace en temps suivi d'une transformation Fourier-Sinus (car les fonctions propres sont des sinus dans le cas de températures imposées homogènes) au système d'équation (1) et en posant $\tilde{\theta}(\alpha_n, z, p) = \int_0^{L_x} \int_0^{+\infty} \overline{T}^* e^{-pt} \sin(\alpha_n x) dt dx$ et

$$\tilde{\Phi}(\alpha_{n}).\Psi(p) = \int_{0}^{L_{x} + \infty} \overline{\varphi}_{flash}(x,t)e^{-pt}\sin(\alpha_{n}x)dtdx, \text{ nous avons :}$$

$$\frac{d^{2}\tilde{\theta}}{dz^{2}} - \left(\frac{p}{a_{z}} + \alpha_{n}^{2}\frac{a_{x}}{a_{z}}\right)\tilde{\theta} = 0$$

$$\begin{vmatrix}
\text{en } z = 0, & -\lambda_{z}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial z}\Big|_{z=0} = \tilde{\Phi}(\alpha_{n},p) - h_{z_{0}}\tilde{\theta}(\alpha_{n},z,p)$$

$$\text{en } z = L_{z}, & -\lambda_{z}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial z}\Big|_{z=L_{z}} = h_{z_{L}}\tilde{\theta}(\alpha_{n},z,p)$$
(2)

D'où en posant $\gamma_n^2 = \frac{p}{a_z} + \alpha_n^2 \frac{a_x}{a_z}$, la solution du sous-problème 1 en face-arrière de l'échantillon:

$$\tilde{\theta}_{SP1}(\alpha_n, L_z, p) = \frac{\tilde{\Phi}(\alpha_n) \cdot \Psi(p)}{\lambda_z \gamma_n sh(\gamma_n L_z) + (h_{z_0} + h_{z_L}) ch(\gamma_n L_z) + \frac{h_{z_0} h_{z_L}}{\lambda_z \gamma_n} sh(\gamma_n L_z)}$$
(3)

En pratique, l'estimation des propriétés se fera sur les harmoniques spatiales $\tilde{T}^*(\alpha_n, L_z, t) = \mathcal{L}^{-1}(\tilde{\theta}_{SP1}(\alpha_n, L_z, p))$ qui dépendant du temps (inversion numérique par méthode de DeHoog). On identifiera les harmoniques spatiales du flux $\tilde{\Phi}(\alpha_n)$ (la forme temporelle $\psi(t)$ et sa transformée de Laplace $\Psi(p)$ sont supposées comme parfaitement connues).

2.2.2. Résolution des sous-problèmes 2 et 3

Les conditions aux limites en x étant supposées uniformes suivant (Oz) et celles en z étant de type « flux nul », on peut montrer que la conduction est strictement 1D suivant (Ox). Dans ce cas en effectuant une transformation de Laplace à l'équation de la chaleur (transitoire 1D), nous avons :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{p}{a_x}\theta = 0 \tag{4}$$

Avec comme conditions aux limites pour les sous-problèmes 2 et 3 :

$$\operatorname{SP2}:\begin{cases} \operatorname{en} x = 0, \quad \theta(x, p)_{x=0} = \Delta \theta_{x_0}(p) \\ \operatorname{en} x = L_x, \quad \theta(x, p)_{x=L_x} = 0 \end{cases} \qquad \operatorname{SP3}:\begin{cases} \operatorname{en} x = 0, \quad \theta(x, p)_{x=0} = 0 \\ \operatorname{en} x = L_x, \quad \theta(x, p)_{x=L_x} = \Delta \theta_{x_L}(p) \end{cases}$$
(5)

En posant $\gamma^2 = \frac{p}{a_r}$, les solutions des sous-problème 2 et 3 sont :

$$\theta_{SP2}(x,p) = \underbrace{\frac{sh(\gamma(L_x - x))}{sh(\gamma L_x)}}_{H_{T_{x}}(x,p)} \Delta \theta_{x_0}(p) \quad \Rightarrow \quad \overline{T}^*_{SP2}(x,t) = \mathcal{L}^{-1}(H_{x_0}(x,p)) \bigotimes \underbrace{\overline{\mathcal{L}T}_{x_0}(t)}_{=\mathcal{L}^{-1}(\Delta \theta_{x_0}(p))} \tag{6}$$

$$\theta_{SP3}(x,p) = \underbrace{\frac{sh(\gamma x)}{\underbrace{sh(\gamma L_x)}}}_{H_{x_L}(x,p)} \Delta \theta_{x_L}(p) \implies \overline{T}_{SP3}^*(x,t) = \mathcal{L}^{-1}(H_{x_L}(x,p)) \bigotimes \underbrace{\overline{\Delta T}_{x_L}(t)}_{=\mathcal{L}^{-1}(\Delta \theta_{x_L}(p))} \tag{7}$$

Cependant, numériquement la convolution avec la réponse impulsionnelle étant délicate (erreurs de troncatures numériques), nous calculerons les champs de température \overline{T}_{SP2}^* et \overline{T}_{SP3}^* (avec $\overline{\Delta T}_{x_0}$ et $\overline{\Delta T}_{x_L}$ obtenus expérimentalement à l'aide de la caméra thermique) à l'aide de la

réponse indicielle (Théorème de Duhamel) qui permet une meilleure précision numérique. Ainsi, nous aurons :

$$\overline{T}_{SP2}^{*}\left(x,t\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{H_{x_{0}}\left(x,p\right)}{p}\right) \otimes \frac{\partial \overline{\Delta T}_{x_{0}}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \overline{T}_{SP3}^{*}\left(x,t\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{H_{x_{L}}\left(x,p\right)}{p}\right) \otimes \frac{\partial \overline{\Delta T}_{x_{L}}}{\partial t} \quad (8)$$

2.3. Méthode d'estimation

Dans le cas d'un matériau supposé orthotrope pour lequel on supposera $h_{z_0} = h_{z_1} = h$ et après moyennage du champ de température suivant (Oy), les paramètres à estimer sont $\left\{a_x, a_z, h, \tilde{\Phi}(\alpha_n)\right\}.$ l'aide d'une caméra А thermique, nous obtenons $\overline{T}_{x}^{*}(x,L_{z},t) = \overline{T}_{exp}(x,L_{z},t) - T_{ext}$ le champ de température moyenné suivant (Oy) en face arrière de l'échantillon. Comme a_x apparait dans les sous-problèmes 2 et 3 (devant être retranchés à \bar{T}_x^* afin de pouvoir réaliser l'estimation à partir du sous problème 1), il va être nécessaire de mettre en place un processus itératif pour l'identification. La méthode d'estimation consiste $\Delta T_{x_0}(t) = \overline{T}_x^*(0, L_z, t)$ pour initialiser l'algorithme d'annuler les températures et $\overline{\Delta T}_{x_L}(t) = \overline{T}_x^*(L_x, L_z, t)$ en effectuant une correction affine (on obtient ainsi $\overline{T}_{x,cor}^{*0}(x, L_z, t)$) (solution dégénérée de la relation (8)). Ceci nous permet d'obtenir une première évaluation des paramètres $\{a_x^0, a_z^0, h^0, \tilde{\Phi}^0(\alpha_n)\}$ en minimisant l'écart quadratique (sur l'ensemble des harmoniques) [5] entre $\tilde{T}_{SP1}^{*0}\left(\alpha_{n},L_{z},t\right)$ et $\tilde{T}_{x,cor}^{*0}\left(\alpha_{n},L_{z},t\right)$ (Transformée de Fourier-Sinus Discrète de \overline{T}_{SP1}^* et \overline{T}_x^* après correction affine). A l'issue de cette première estimation, il est possible de mettre en place un processus itératif d'estimation consistant à calculer les deux solutions particulières $\overline{T}_{SP2}^{*k}\left(x,t\right)$ et $\overline{T}_{SP3}^{*k}\left(x,t\right)$, et à les soustraire à $\overline{T}_{x}^{*}\left(x,L_{z},t\right)$, pour obtenir $\tilde{T}_{x,cor}^{*k}(\alpha_n, L_z, t)$ (Transformée de Fourier-Sinus Discrète de $\overline{T}_x^* - \overline{T}_{SP2}^{*k} - \overline{T}_{SP2}^{*k}$) et estimer $\left\{a_x^k, a_z^k, h^k, \tilde{\Phi}^k(\alpha_n)\right\}$ par une méthode de type moindres carrés (Levenberg-Marquardt) sur l'ensemble des harmoniques entre $\tilde{T}_{SP1}^{*k}(\alpha_n, L_z, t)$ et $\tilde{T}_{x,cor}^{*k}(\alpha_n, L_z, t)$, On réitère l'opération jusqu'à convergence.

3. Validation numérique

Afin de valider la méthode d'identification proposée, une expérience avec porte échantillon (et échantillon supposé orthotrope) est simulée à l'aide du code d'éléments finis $FlexPDE^{\textcircled{o}}$. Les paramètres de simulations choisis sont : $h_{z_0} = h_{z_L} = 10$, excitation uniforme (créneau en temps de durée 420.10⁻³s), centrée suivant (Ox) et d'extension spatiale $L_x / 10$, échantillon de dimensions { $L_x = 40mm$, $L_z = 2.5mm$ } et de propriétés thermiques { $a_x = 5.10^{-6}$, $a_z = 5.10^{-7}$, $\rho C_p = 1,5.10^5$ }. Le contact non parfait à été modélisé par une résistance de contact ($10^4 m^2 K W^1$) aux frontières en x=0 et x=Lx (Figure 4), de plus la conductivité du support a été choisie identique à celle de l'échantillon (mettant ainsi en défaut l'hypothèse de flux nul, Figure 5). La durée de la simulation a été choisie égale à 1,3 fois le temps de réponse dans l'épaisseur $t_c = L_z^2/a_z = 12,5s$, afin de correspondre à la durée expérimentale permettant d'avoir des harmoniques exploitables (rapport signal sur bruit). Pour les mêmes raisons, nous n'utiliserons que les 6 premiers harmoniques pour l'estimation. Les profils de température et thermogrammes avant correction sont donnés sur les Figure 6 et Figure 7, et après correction sur les Figure 10 et Figure 11. On remarque sur les profils de température non corrigés que la

température (ainsi que les flux, Figure 5) aux bords (en x=0 et $x=L_x$) est non nulle et varie en fonction du temps, et qu'après correction celle-ci est bien nulle. Les résultats d'estimations obtenus par la méthode proposée (Méthode « A ») pour les différents harmoniques sont illustrés sur la Figure 12, ceux obtenus par la méthode classique (Méthode « B ») de transformation en Fourier-Cosinus [6] sont donnés Figure 13. Notons qu'il y a une meilleure adéquation entre les harmoniques estimés et expérimentaux dans le cas de la méthode proposée, ce qui sera confirmé par les estimations de diffusivité se trouvant dans le Tableau 1.



Les estimations des diffusivités par les deux méthodes sont données dans le Tableau 1. Pour la méthode Classique, les estimations ont étés réalisées harmoniques par harmoniques [3] et la valeur retenue pour les diffusivités correspond à celle donnée par la moyenne arithmétique pondérée par l'inverse des variances (moyenne de Gauss-Markov). Les écarttypes ont étés calculés pour l'ensemble des estimations faites pour les différents harmoniques. Pour la méthode proposée, les estimations ont étés réalisées sur l'ensemble des harmoniques et les écart-types ont étés calculés à partir de la matrice de variance-covariance [5] pour un bruit d'écart-type σ_b supposé unitaire (afin de pouvoir en déduire par simple multiplication l'écart-type sur les paramètres pour un bruit d'écart-type quelconque).



Figure 12 : Harmoniques expérimentaux et Estimés (Fonctions Propres Sin)



Méthode	Diffusivités	Valeurs	Valeurs	Erreurs Relatives	Ecart-types
		Cibles	Estimées	[%]	$(\sigma_b = 1)$
В	a_x	5.10-6	4,74.10-6	5,28	$1,27.10^{-4}$
	a_z	5.10-7	4,91.10 ⁻⁷	1,89	9,46.10 ⁻⁹
А	a_x	5.10-6	5,11.10-6	2,27	5,01.10 ⁻⁶
	a_z	5.10-7	4,99.10 ⁻⁷	0,21	2,52.10-7

Tableau 1 : Comparaison des valeurs des diffusivités obtenus par la méthode "A" et "B"

Nous constatons que les estimations de la nouvelle méthode semblent nettement meilleures en moyenne que celles de la méthode Classique, mais ont un écart-type légèrement plus élevé pour a_z . Des causes possibles de l'erreur commise sur a_x par la nouvelle méthode seraient le biais de modèle dû à la non uniformité de la température dans l'épaisseur, ainsi que les erreurs de troncatures sur le produit de convolution numérique (8).

4. Validation expérimentale

Afin de valider expérimentalement la méthode, nous avons réalisé l'estimation sur un échantillon monolithique de carbone ayant déjà été étudié par [6]. Les Profils de température et thermogrammes expérimentaux avant correction sont donnés Figure 14 et Figure 15 et ceux après correction Figure 16. Les résultats des estimations pour les différents harmoniques sont donnés Figure 17. Les estimations de diffusivités estimées sont notées dans le Tableau 2. Les écart-types sont obtenus de la même façon que pour le Tableau 1. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux ayant été précédemment obtenus par [6].







Figure 17 : Harmoniques Expérimentaux et Estimés (Fonctions Propres Sin)

Méthode	Diffusivités	Valeurs Estimées	Ecart-types ($\sigma_b = 1$)
Α	a _x	$3,72.10^{-6}$	5,55.10 ⁻⁷
	az	4,89.10 ⁻⁷	3,66.10 ⁻⁸

Tableau 2 : Estimation des diffusivités $\{a_x, a_z\}$ pour un échantillon monolithique de carbone

5. Conclusion

Dans ce papier, nous avons présenté une méthode permettant de prendre en compte dans l'estimation de paramètres le couplage échantillon-support en introduisant comme conditions aux limites sur les surfaces latérales les températures expérimentales mesurées par la caméra infrarouge. La méthode proposée consiste à corriger le champ de température expérimentale par deux solutions particulières (principe de superposition) afin de se ramener à un problème homogène de type températures (nulles) imposées. Nous avons montré qu'il est ensuite possible à partir de ce champ corrigé et par une méthode itérative de remonter simultanément aux diffusivités thermiques dans le plan et dans l'épaisseur de l'échantillon en travaillant sur l'ensemble les harmoniques spatiales des profils de température (il est intéressant de noter qu'en travaillant dans l'espace de Fourier, nous n'avons pas besoin de connaitre la répartition spatiale d'énergie qui peut être quelconque). Nous avons pu montrer à travers une simulation numérique la pertinence de cette méthode pour prendre en compte le couplage échantillon-support, comparée à une méthode « classique » basée sur une transformation en cosinus. Enfin, nous avons montré une application de cette méthode sur un cas expérimental.

Références

- [1] M. Gradeck, J.A. Ouattara, B. Remy, D. Maillet, Solution of an inverse problem the Hankel space Infrared thermography applied to estimation of a transient cooling flux, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 36 (2012) 56–64.
- [2] B. Remy, J.P. Lassere, A. Degiovanni, Estimation of the spatial distribution of high flux pulse stimulations through Infrared Thermography, *Int. J on IR Thermography - QIRT Journal*, Vol.7, n°2, 2010, pp 237-254.
- [3] Y.Souhar, B. Remy, B et A.Degiovanni, High Temperature Facility Under Vacuum for the Thermal Characterization of Anisotropic Materials, *14th International Heat Transfer Conference*, Washington (USA), 08-13 August 2010.
- [4] D. Maillet et al., Thermal Quadrupoles Solving the Heat Equation through Integral Transforms, *John Willey & Sons*, Chichester, 2000.
- [5] J.V. Beck et K.J. Arnold, Parameter Estimation in Engineering and Science, *John Wiley & Sons*, New-York (1977).
- [6] B. Remy, A. Degiovanni, D. Maillet, Mesure de la diffusivité thermique de matériaux anisotropes de petites dimensions par thermographie infrarouge et transformations intégrales, *Congrès Français de Thermique*, Île des Embiez, juin 2007.