

Mise en place d'un modèle réduit d'écoulement de polymère fondu en vue de l'estimation de la viscosité

Manuel GIRAULT^{1*}, Julien LAUNAY², Nadine ALLANIC², Pierre MOUSSEAU², Rémi DETERRE², Daniel PETIT¹

¹ Institut P² CNRS-ENSMA-Université de Poitiers, UPR 3346, Département Fluides, Thermique, Combustion. ENSMA - Téléport 2. 1 avenue Clément Ader, BP 40109, F86961 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL Cedex.

² LUNAM Université, Université de Nantes, CNRS, GEPEA, UMR 6144, IUT de Nantes, 2 avenue du Professeur Jean Rouxel, 44475 Carquefou Cedex

* (auteur correspondant : manuel.girault@let.ensma.fr)

Résumé - L'étude numérique présentée dans cette communication s'inscrit dans un cadre plus général visant à développer un dispositif de caractérisation thermorhéologique des écoulements de fluides complexes, en particulier des polymères fondus. L'objectif est d'exploiter des mesures de températures intrusives pour estimer la viscosité de ces matériaux lors de leur mise en œuvre. A la condition d'une réponse suffisamment rapide, cet outil de caractérisation en ligne pourrait aussi devenir un outil de suivi de production innovant permettant la détection d'instabilités. A cette fin, un modèle réduit permettant de décrire le comportement thermique d'un fluide pseudoplastique et incompressible est décrit. Basé sur une projection de type Galerkin, il présente l'intérêt d'être paramétré par la viscosité du matériau.

Nomenclature

C_p	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	T	température, °C
k_{th}	conductivité thermique, $W.K^{-1}.m^{-1}$	z	coordonnée axiale, m
K	consistance, $Pa.s^n$	<i>Symboles grecs</i>	
L	longueur d'écoulement, m	μ	viscosité dynamique, $Pa.s$
n	indice de pseudoplasticité	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
p	pression, Pa	θ	angle polaire
Q	débit volumique, $m^3.s^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
r	rayon polaire, m	e	entrée
R	rayon d'écoulement, m	p	pariétale
t	temps, s	s	sortie
u_z	vitesse, $m.s^{-1}$		

1. Introduction

Les polymères, et en particulier les élastomères, ont un comportement rhéologique fortement pseudo-plastique qui concentre le cisaillement aux parois de l'outillage, là où justement la dissipation visqueuse est importante [1, 2]. En vue de maîtriser les procédés de mise en œuvre de ces matériaux, et dans le cadre de travaux précédemment menés, une cellule de mesure de température intrusive a été conçue [3]. Celle-ci a permis de mesurer des profils de température en entrée et sortie d'écoulement d'élastomères et de thermoplastiques dans des canaux de géométries diverses. Les mesures ainsi obtenues et validées numériquement sont sensibles aux paramètres de mise en œuvre et aux conditions d'écoulement, notamment à la rhéologie du matériau. En associant cette mesure à une procédure numérique d'estimation de paramètres, il est possible d'envisager une mesure en ligne de la viscosité d'un matériau, grandeur caractéristique du comportement rhéologique de l'écoulement. La connaissance de la variabilité rhéologique du fluide lors de sa mise en œuvre pourrait alors aider à définir des

critères de stabilité de production. La modélisation réduite des phénomènes physiques est envisagée pour permettre la réponse rapide d'un capteur en ligne.

L'objectif de ce travail numérique préliminaire est de développer un modèle réduit, aussi appelé modèle d'ordre faible, appliqué à l'écoulement d'un fluide non-newtonien pseudo-plastique et incompressible. L'étude est menée en régime stationnaire dans un canal cylindrique. La formulation du modèle réduit concerne l'équation de l'énergie, le champ de vitesse étant obtenu à partir d'une solution analytique. Une projection de type Galerkin est utilisée pour définir la structure des équations du modèle réduit. Elle permet de déterminer la forme des termes de transport, de diffusion et de production de chaleur. Le modèle réduit est paramétré par les quantités définissant la loi de viscosité du fluide et permet de prédire le profil de température en sortie d'écoulement. Un modèle physique de l'écoulement, développé sur un logiciel d'éléments finis, est exploité pour générer des jeux de données «viscosité-température» ensuite utilisés pour construire le modèle réduit. Les paramètres structurels fixes du modèle réduit sont en effet identifiés à travers la minimisation d'un écart entre les réponses du modèle de référence et celles du modèle réduit. Les résultats ainsi obtenus sont validés numériquement pour une large gamme de viscosité.

2. Ecoulement d'un fluide pseudo-plastique dans un canal cylindrique

On s'intéresse à l'écoulement stationnaire d'un polymère fondu assimilé à un fluide non-Newtonien incompressible dans un canal cylindrique. La géométrie considérée est schématisée sur la Figure 1.

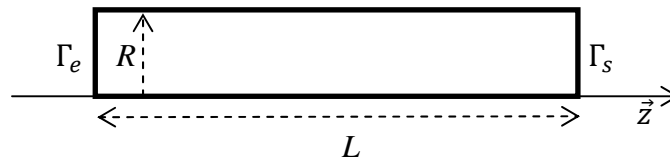


Figure 1 : Ecoulement cylindrique considéré

2.1. Modèle physique

Les équations de conservation de masse, quantité de mouvement et énergie s'écrivent, en négligeant les effets gravitationnels et pour un écoulement stationnaire (compte-tenu du caractère fortement visqueux des polymères, les termes d'inertie sont négligés) [4,5] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\tau}} \quad (2)$$

$$\rho C_p \vec{v} \cdot \vec{\nabla}T + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}p = \vec{\nabla} \cdot (\underline{\underline{\tau}} \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (k_{th} \vec{\nabla}T) \quad (3)$$

Le tenseur $\underline{\underline{\tau}}$ des contraintes dépend de la viscosité du fluide. Dans le cas de fluides pseudoplastiques, la viscosité dynamique μ est exprimée par une loi puissance :

$$\mu = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (4)$$

où $\dot{\gamma}$ est le *taux de cisaillement* (en s^{-1}), K est la *consistance* (en $Pa \cdot s^n$) et $n < 1$ est l'*indice pseudoplastique*, sans dimension.

La température en entrée du canal d'écoulement est supposée constante. En sortie d'écoulement, une condition de Neumann est appliquée. Une vitesse de non-glissement et une température constante sont imposées sur les parois latérales. Les conditions aux limites sont données ci-dessous :

$$\Gamma_e : \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}(r, \theta, z = 0) = \vec{0} ; T(r, \theta, z = 0) = T_e = cste \quad (5)$$

$$\Gamma_p : \vec{v}(r = R, \theta, z) = \vec{0} ; T(r = R, \theta, z) = T_p \quad (6)$$

$$\Gamma_s : \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}(r, \theta, z = L) = \vec{0} ; \frac{\partial T}{\partial z}(r, \theta, z = L) = 0 \quad (7)$$

La résolution de ce système d'équations couplées est faite avec le logiciel Ansys Polyflow [6]. Ce logiciel commercial d'éléments finis est particulièrement adapté à l'écoulement des fluides visqueux. La méthode de résolution est la méthode d'élimination de Gauss, associée à un schéma itératif de Picard. Un maillage géométrique de facteur 1,1 ayant pour dimension minimale 0,5 mm est utilisé pour obtenir la convergence des résultats.

2.2. Résultats numériques

Les simulations sont menées pour une longueur $L = 207$ mm et un rayon $R = 5$ mm d'écoulement. Des propriétés thermophysiques moyennes pour un polymère sont considérées : $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $C_p = 2000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $k_{th} = 0,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. La température d'entrée est supposée dans un premier temps égale aux températures pariétales et telles que $T_e = T_p = 150^\circ\text{C}$. Un débit $Q = 10^{-5} \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ est imposé.

Les calculs sont réalisés pour plusieurs jeux de paramètres rhéologiques (K, n) décrits dans le Tableau 1. L'objectif est de construire ainsi une base de données numérique permettant la construction du modèle réduit.

Jeu de données	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
$K \times 10^3$	20	20	20	40	40	40	60	60	60
n	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3

Tableau 1 : Configurations tests, variation des paramètres rhéologiques

A titre d'exemple, l'évolution des viscosités en fonction du taux de cisaillement sont représentés pour trois des jeux de données sur la Figure 2, permettant ainsi d'illustrer la gamme de viscosité considérée dans cette étude.

La Figure 3 donne le profil de température en $z = 187$ mm pour chaque configuration d'étude. Cette position correspond aux points de mesures théoriques qui seraient réalisées par la cellule de mesure développée au laboratoire et placée en sortie d'écoulement [3]. Les échauffements varient fortement avec les propriétés rhéologiques du matériau.

3. Cas particulier de l'écoulement établi en conduite circulaire

En fait, on suppose l'écoulement établi selon z (axe du tube), avec une symétrie du champ de vitesse par rapport à θ . Le champ de vitesse n'a donc qu'une seule composante u_z dépendant de la coordonnée radiale r . La viscosité μ définie à l'équation (4) se réduit donc à :

$$\mu = K \left| \frac{du_z}{dr} \right|^{n-1} \quad (8)$$

Dans le travail présenté ici, la thermodépendance de la viscosité est négligée ce qui signifie que les équations qui régissent l'écoulement ne sont pas dépendantes de la température.

Sous les hypothèses précédentes, les équations de conservation de masse (1) et de quantité de mouvement (2) admettent une solution analytique. Le champ de vitesse s'écrit ainsi [5] :

$$u_z(r) = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\Delta p}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right) \quad (9)$$

avec Δp la différence de pression entre l'entrée et la sortie du canal de longueur L .

Compte-tenu des hypothèses formulées, l'équation de l'énergie (3) prend la forme suivante, décrivant les transferts de chaleur en régime stationnaire [4,5] :

$$\rho C_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} = k_{th} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + \mu \left(\frac{du_z}{dr}\right)^2 \quad (10)$$

En utilisant les équations (8) et (9), l'équation (10) s'écrit :

$$\rho C_p \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\Delta p}{2KL}\right)^{\frac{1}{n}} \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right) \frac{\partial T}{\partial z} = k_{th} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + K \left(\frac{\Delta p}{2KL} r\right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (11)$$

L'équation (11) peut être écrite sans difficultés en fonction du débit volumique Q (qui est ici donné) plutôt qu'en fonction de la différence de pression Δp :

$$\rho C_p \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \frac{Q}{\pi} \frac{1}{R^{\frac{3n+1}{n}}} \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right) \frac{\partial T}{\partial z} = k_{th} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + K \left(\left(\frac{3n+1}{n}\right) \frac{Q}{\pi} \frac{r^{\frac{1}{n}}}{R^{\frac{3n+1}{n}}}\right)^{n+1} \quad (12)$$

4. Modèle réduit de l'équation de l'énergie paramétré par la viscosité

Le champ de vitesse étant déterminé analytiquement, le modèle réduit concerne ici l'équation de l'énergie.

L'approche que nous utilisons s'appuie sur la Méthode d'Identification Modale (MIM) [7], dont une extension aux modèles réduits paramétriques est présentée dans [8].

On fait l'hypothèse que le champ de température peut s'écrire comme une combinaison linéaire de fonctions ϕ_i de l'espace :

$$T(r, \theta, z) \approx \sum_{i=1}^m \phi_i(r, \theta, z) X_i \quad (13)$$

On appelle \mathcal{R} le résidu de l'équation de l'énergie (12) :

$$\mathcal{R} = \rho C_p \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \frac{Q}{\pi} \frac{1}{R^{\frac{3n+1}{n}}} \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right) \frac{\partial T}{\partial z} - k_{th} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + K \left(\left(\frac{3n+1}{n}\right) \frac{Q}{\pi} \frac{r^{\frac{1}{n}}}{R^{\frac{3n+1}{n}}}\right)^{n+1} \quad (14)$$

La projection de Galerkin consiste à imposer l'orthogonalité du résidu \mathcal{R} (dans lequel le champ de température est écrit comme la combinaison linéaire (13) des ϕ_i , $i = 1, \dots, m$), avec chacun des ϕ_i , de façon à assurer que la projection de ce résidu dans le sous-espace de $\mathcal{L}_2(\Omega)$ engendré par les ϕ_i soit nulle. On écrit donc :

$$\langle \mathcal{R}, \phi_k \rangle = \int_{\Omega} \mathcal{R} \phi_k d\Omega = 0 \quad \forall k \in [1; m] \quad (15)$$

Après introduction des conditions aux limites (5), (6), (7) dans (15), on obtient un système de m équations algébriques pour les coefficients X_i , $i = 1, \dots, m$.

$$\sum_{i=1}^m \mathcal{A}_{ki}(K, n) X_i = \mathcal{B}_k(K, n) \quad \forall k \in [1; m] \quad (16)$$

où $\mathcal{A}(K, n) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $\mathcal{B}(K, n) \in \mathbb{R}^m$ dépendent des fonctions ϕ_i . Bien sûr, on souhaite que l'ordre m du système soit petit (de l'ordre de la dizaine) de façon à obtenir un modèle réduit. Nous utilisons une approche de type « identification » où les fonctions ϕ_i sont estimées à travers une procédure d'optimisation. Afin de simplifier cette procédure, nous faisons ici l'hypothèse que les fonctions ϕ_i peuvent s'écrire $\phi_i(r, \theta, z) = \psi_i(r) \xi_i(\theta, z) \quad \forall i \in [1; m]$.

Cette hypothèse permet de séparer la direction radiale, intrinsèquement liée à l'indice pseudoplastique n d'après (14), des directions θ et z . Finalement, on a :

$$\mathcal{A}_{ki}(K, n) = \rho C_p \left(\frac{3n+1}{n+1} \right) \frac{Q}{\pi} \frac{1}{R \frac{3n+1}{n}} [M_T]_{ki} \left(\int_{r=0}^{r=R} \left(R \frac{n+1}{n} - r \frac{n+1}{n} \right) \psi_i(r) \psi_k(r) dr \right) - k_{th} [M_D]_{ki} \quad \forall k \in [1; m], \forall i \in [1; m] \quad (17)$$

On notera que le modèle étant exprimé en fonction du débit, \mathcal{A} ne dépend en fait que de n .

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_k(K, n) = & \left(\rho C_p \left(\frac{3n+1}{n+1} \right) \frac{Q}{\pi} \frac{1}{R \frac{3n+1}{n}} [V_{T,e}]_k \int_{r=0}^{r=R} \left(R \frac{n+1}{n} - r \frac{n+1}{n} \right) \psi_k(r) dr + k_{th} [V_{D,e}]_k \int_{r=0}^{r=R} \psi_k(r) dr \right) T_e + \\ & [W]_k \left(-k_{th} [V_{D,p}]_k T_p + K \left(\left(\frac{3n+1}{n} \right) \frac{Q}{\pi} \frac{1}{R \frac{3n+1}{n}} \right)^{n+1} \int_{r=0}^{r=R} r \frac{n+1}{n} \psi_k(r) dr \right) \quad \forall k \in [1; m] \end{aligned} \quad (18)$$

Remarques :

1. Les fonctions $\psi_i(r)$, $i = 1, \dots, m$, doivent être identifiées pour construire le modèle réduit. Les termes intégraux relatifs aux fonctions $\xi_i(\theta, z)$, $i = 1, \dots, m$, sont quant à eux inclus dans les matrices M_T, M_D et les vecteurs $V_{T,e}, V_{D,e}, W, V_{D,p}$, (indices « T » pour « Transport » et « D » pour « Diffusion »), dont les composantes constituent les autres paramètres fixes du modèle réduit. Les $\xi_i(\theta, z)$ ne sont donc pas explicitement identifiées.
2. D'après la projection de Galerkin, $M_D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $V_{D,p} \in \mathbb{R}^m$ ont en fait pour expressions :

$$\begin{aligned} [M_D]_{ki} = & [M_{D1}]_{ki} \left(\frac{d\psi_i(r)}{dr} (r=R) \psi_k(r=R) + \int_{r=0}^{r=R} \psi_i(r) \left(\frac{1}{r} \frac{d\psi_k(r)}{dr} + \frac{d^2\psi_k(r)}{dr^2} \right) dr \right) + \\ & [M_{D2}]_{ki} \left(\int_{r=0}^{r=R} \frac{\psi_i(r) \psi_k(r)}{r^2} dr \right) + [M_{D3}]_{ki} \left(\int_{r=0}^{r=R} \psi_i(r) \psi_k(r) dr \right) \quad \forall k \in [1; m], \forall i \in [1; m] \end{aligned}$$

$$\text{Et } [V_{D,p}]_k = \frac{d\psi_k(r)}{dr} (r=R) \quad \forall k \in [1; m]$$

Les dérivées (première et seconde) des fonctions $\psi_k(r)$, $k = 1, \dots, m$ qui apparaissent dans l'expression de M_D sont sources d'erreurs numériques. Elles sont calculées à chaque itération de l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire utilisé pour identifier les paramètres du modèle réduit, et ce pour chaque particule de l'essaim. Elles peuvent donc également s'avérer coûteuses en temps de calcul, en particulier si une dérivation par schéma compact est employée sur un maillage radial fin. Afin de s'affranchir de ces difficultés, nous avons en fait identifié une matrice unique M_D sans tenir compte de sa forme particulière, ce qui est ici possible puisque les paramètres explicites K et n n'apparaissent pas dans les termes diffusifs. De même, pour le second membre \mathcal{B} , un vecteur $V_{D,p}$ a été identifié au lieu de calculer la dérivée de $\psi_k(r)$ en $r = R$.

Nous nous intéressons à un jeu d'observables particulier constitué de N_r températures notées Y_j , $j = 1, \dots, N_r$, le long d'un rayon situé à une position donnée (θ^*, z^*) . D'après (13) :

$$Y_j = T(r_j, \theta^*, z^*) = \sum_{i=1}^m \psi_i(r_j) \xi_i(\theta^*, z^*) X_i = \sum_{i=1}^m \psi_i(r_j) \alpha_i X_i \quad j = 1, \dots, N_r \quad (19)$$

On définit la matrice $\Psi \in \mathbb{R}^{N_r \times m}$ dont les composantes sont $\Psi_{ji} = \psi_i(r_j)$.

Le modèle réduit est formé des équations (16) et (19), avec \mathcal{A} et \mathcal{B} définis respectivement par (17) et (18). Il est explicitement paramétré par K et n qui définissent la viscosité.

Les paramètres fixes du modèle réduit, au nombre de $2m^2 + 5m + mN_r$, sont rassemblés dans un vecteur $\theta(m)$ dépendant de l'ordre m du modèle réduit :

$$\theta(m) = [M_T \ M_D \ V_{T,e} \ V_{D,e} \ W \ V_{D,p} \ \Psi \ \alpha]$$

Ils sont identifiés par minimisation d'une fonctionnelle basée sur l'écart quadratique entre les données en température issues du modèle de référence d'une part et les sorties du modèle réduit d'autre part [7-8], pour N_{jeux}^{id} couples (K, n) différents :

$$J_{id}^{(m)}(\theta(m)) = \sum_{i=1}^{N_{jeux}^{id}} \sum_{j=1}^{N_r} (Y_j(\theta(m), (K, n)_i^{data}) - Y_j^{data}((K, n)_i^{data}))^2 \quad (20)$$

La procédure d'optimisation mise en œuvre fait appel à un algorithme d'Optimisation par Essaim de Particules [9] et un estimateur aux moindres carrés ordinaires [7].

Un modèle réduit d'ordre $m = 1$ est tout d'abord identifié, c'est-à-dire qu'un vecteur $\theta(1)$ est obtenu en minimisant $J_{id}^{(m)}(\theta(1))$. Un modèle réduit d'ordre $m = 2$ est ensuite construit, les paramètres structurels du modèle d'ordre 1 servant à initialiser les paramètres à estimer correspondants dans le modèle d'ordre 2. Des modèles réduits d'ordre supérieurs sont obtenus en répétant la procédure de construction jusqu'à satisfaction d'un critère prédéfini ou jusqu'à ce que le critère (20) ne puisse plus être amélioré, i.e. $J_{id}^{(m)}(\theta(m+1)) \approx J_{id}^{(m)}(\theta(m))$ [7-8].

5. Résultats et discussion

La première étape consiste à construire des modèles réduits d'ordre $m = 1, 2, \text{etc.}$, à partir des $N_{jeux}^{id} = 9$ jeux de données D1 à D9 (profils de température sur $N_r = 50$ points en $z = 187$ mm pour différents couples (K, n) indiqués dans le Tableau 1 de la section 2.2).

On définit l'écart quadratique moyen entre données de référence d'une part et réponses du modèle réduit d'autre part, qui d'après (20), s'écrit $\sigma_{id}^{(m)} = \sqrt{J_{id}^{(m)}(\theta(m)) / N_{jeux}^{id} \times N_r}$.

Cette quantité est un bon indicateur de la qualité globale des modèles identifiés. Ainsi, pour le modèle réduit d'ordre 1 obtenu, on a $\sigma_{id}^{(1)} = 0,35^\circ\text{C}$, et pour le modèle d'ordre 2, $\sigma_{id}^{(2)} = 0,04^\circ\text{C}$. Les quantités similaires à $\sigma_{id}^{(2)}$ relatives à chaque jeu sont données dans le Tableau 2. L'écart est plus important lorsque K et n sont élevés, en particulier K . Ce n'est pas surprenant puisque ces jeux correspondent aux échauffements les plus importants comme le montre la Figure 3. La Figure 4 montre que l'écart entre les profils de référence et ceux calculés par le modèle d'ordre 2 n'excède cependant jamais $\pm 0,15^\circ\text{C}$ tout le long du profil et ce pour chaque jeu de données.

Jeu de données	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
$\sigma_{id} (\text{°C})$	0,015	0,21	0,022	0,027	0,041	0,041	0,041	0,061	0,062

Tableau 2 : Construction du modèle réduit d'ordre 2 à partir des jeux de données D1 à D9

Nous avons donc identifié un modèle réduit d'ordre 2 capable de reproduire les profils de température pour 9 couples (K, n) différents (jeux D1 à D9). On souhaite que ce modèle puisse fournir les profils de température pour d'autres couples (K, n) . Nous l'avons donc testé pour 9 autres cas indiqués dans le Tableau 3 (jeux test J1 à J9). Les valeurs σ_{test} de l'écart quadratique moyen entre les températures calculées par Polyflow d'une part et par le modèle réduit d'ordre 2 d'autre part, sur les jeux J1 à J9, sont données dans le Tableau 3. Elles montrent de fortes disparités. Pour les jeux J1, J2, J4 et J5 (colonnes grisées dans le Tableau 3), qui correspondent à des couples (K, n) à l'intérieur du domaine de construction du modèle (cf. Figure 5), les valeurs de σ_{test} sont de l'ordre de celles observées lors de la construction du modèle, attestant ainsi de la bonne tenue de ce dernier. En revanche, comme on pouvait s'y attendre, les écarts sont plus importants lorsque les jeux sont hors du domaine de construction

(jeux J3, J4, J6, J7 et J9, cf. Figure 5). De façon surprenante, le modèle réduit reproduit mieux le profil du jeu J9 (K et n tous deux hors du domaine D1-D9) que celui du jeu J3. La Figure 6 montre les profils de température calculés avec Polyflow pour les 9 jeux test. Sur la Figure 7 sont tracés les écarts entre ces profils et ceux fournis par le modèle réduit d'ordre 2, confirmant ainsi le très bon comportement du modèle réduit pour les jeux situés dans la gamme de construction et les moins bons résultats sur les autres jeux, en particulier sur J3 pour lequel des investigations seront nécessaires afin d'expliquer les larges erreurs constatées.

Jeu test	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9
$K \times 10^3$	30	30	30	50	50	50	70	70	70
n	0,15	0,25	0,35	0,15	0,25	0,35	0,15	0,25	0,35
$\sigma_{test} (^\circ C)$	0,026	0,026	2,589	0,036	0,042	0,146	0,048	0,058	0,205

Tableau 3 : Etude des configurations tests J1 à J9 avec le modèle réduit d'ordre 2

6. Conclusion

Dans le cadre de l'écoulement stationnaire d'un fluide pseudoplastique incompressible dans un tube de section circulaire, un modèle réduit permettant de calculer le profil de température en sortie de conduite est proposé. Les paramètres structurels fixes du modèle sont identifiés à travers une procédure d'optimisation. Le modèle réduit est explicitement paramétré par la consistance et l'indice pseudoplastique du fluide caractérisant sa viscosité, permettant ainsi d'envisager l'estimation en ligne de la viscosité à partir de mesures de température, par résolution rapide du problème inverse associé. Les premiers résultats obtenus sur un modèle réduit d'ordre 2 sont encourageants car celui-ci reproduit correctement le comportement thermique de polymère sur une large gamme de viscosité. Avant d'intégrer le modèle réduit à un outil de caractérisation thermorhéologique permettant un suivi de production, des essais seront menés à un ordre supérieur pour améliorer la précision du modèle et réduire les erreurs observées à l'extérieur du domaine de construction du modèle.

Références

- [1] J. Launay, N. Allanic, P. Mousseau, R. Muller et R. Deterre, Scorch arisen prediction through elastomer flow in extrusion die, *Int. J. Mater. Form.*, DOI 10.1007/s12289-012-1120-9.
- [2] Y. Wielhorski, P. Mousseau, Y. Jarny, D. Delaunay et N. Lefevre, Thermal balance between viscous heating and inlet thermal condition in non stationary polymer flow through a cylindrical die, *Int. J. Therm. Sci.*, 50-5 (2011), 769-778
- [3] J. Launay, N. Allanic, P. Mousseau, R. Deterre et Y. Madec, Etude numérique d'un canal instrumenté permettant l'analyse thermique et cinétique d'un écoulement d'élastomère, *Actes du congrès de la Société Française de Thermique 2012* (SFT Bordeaux, 29 mai-1^{er} juin 2012), 861-868.
- [4] R.B. Bird, W.E. Stewart et E.N. Lightfoot, *Transport phenomena*, 2^{ème} ed., J. Wiley & Sons, Inc (2002).
- [5] J.F. Agassant, P. Avenas, J.P. Sergent et B. Vergnes, *La mise en forme des matières plastiques*, 3^{ème} ed., Tec & Doc - Lavoisier (1996).
- [6] M.H.R. Ghoreishy, M. Razavi-Nouri, G. Naderi, Finite element analysis of a thermoplastic elastomer melt flow in the metering region of a single screw extruder, *Comp Mater Sci* (2005) 34, 389-396.
- [7] M. Girault, D. Petit, E. Videcoq, Identification of Low-Order Models and Their Use for Solving Inverse Boundary Problems, dans *Thermal Measurements and Inverse Techniques*, Editeurs: Helcio R.B. Orlando, Olivier Fudym, Denis Maillet, Renato M. Cotta, CRC Press (2011).

- [8] M. Girault, L. Cordier, E. Videcoq, Parametric low-order models in transient heat diffusion by MIM. Estimation of thermal conductivity in a 2D slab, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 395 (<http://iopscience.iop.org/1742-6596/395/1/012019>) (2012).
- [9] M. Clerc, *L'Optimisation par Essais Particulaires – Versions Paramétriques et Adaptatives*, Paris: Hermes Science-Lavoisier (2005).

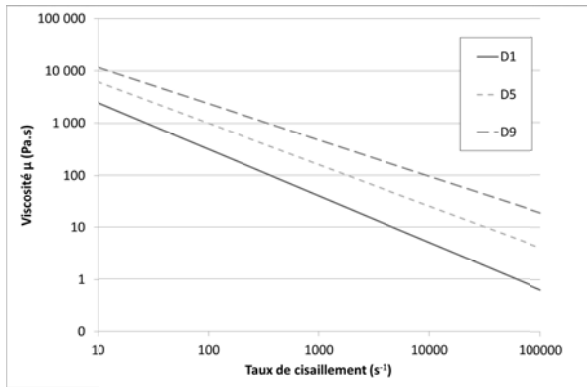


Figure 2 : Exemples d'évolution de viscosité avec le taux de cisaillement pour trois jeux de données rhéologiques (D1, D5 et D9)

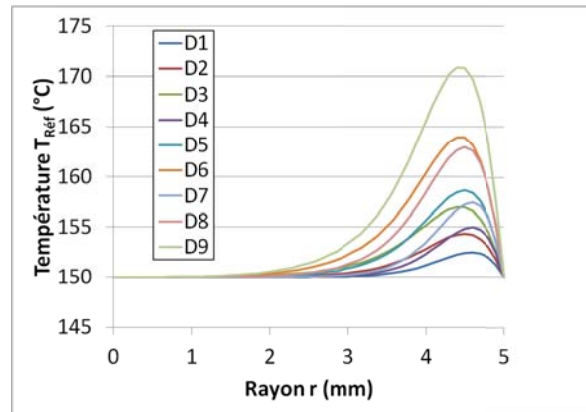


Figure 3 : Champs de température à $z = 18,7$ cm obtenus avec le modèle physique pour les différents jeux de données D1 à D9

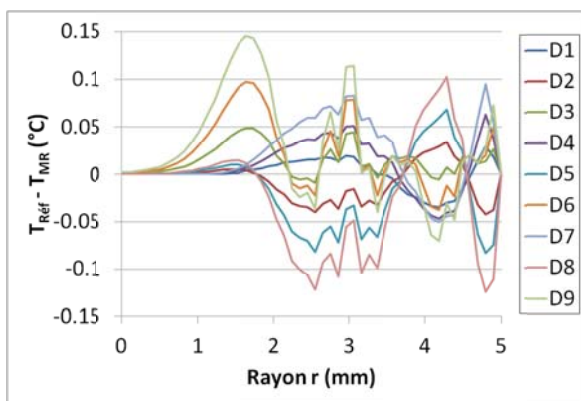


Figure 4 : Différences de température à $z = 18,7$ cm entre le modèle physique ($T_{Réf}$) et le modèle réduit (T_{MR}) pour les jeux D1 à D9

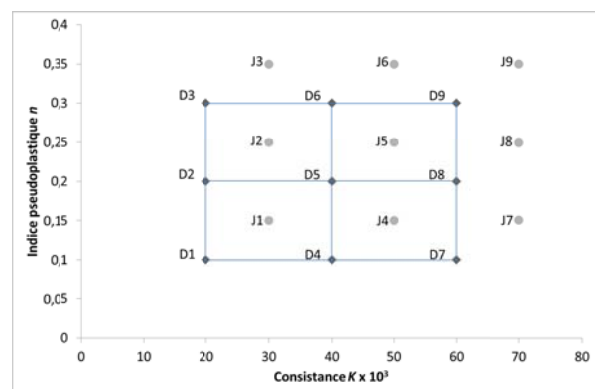


Figure 5 : Comparaison des jeux de données et des jeux tests de valeurs rhéologiques

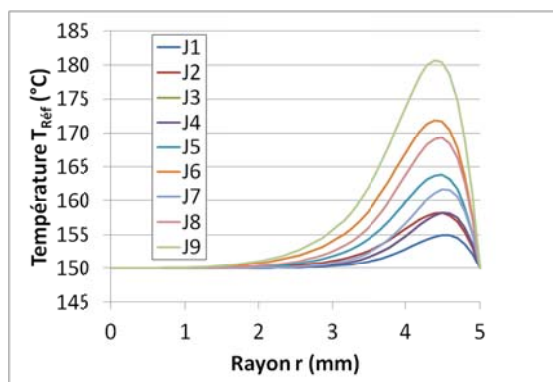


Figure 6 : Champs de température à $z = 18,7$ cm obtenus avec le modèle physique pour les différents jeux tests J1 à J9

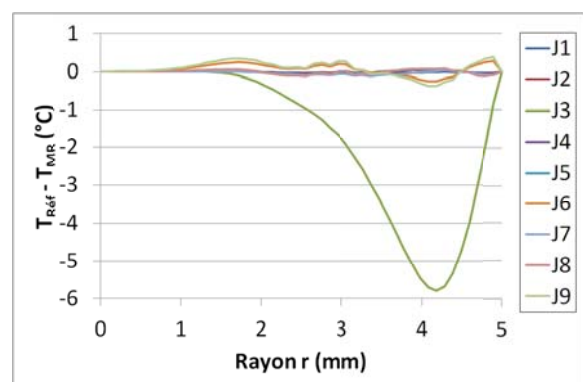


Figure 7 : Différences de température à $z = 18,7$ cm entre le modèle physique ($T_{Réf}$) et le modèle réduit (T_{MR}) pour les jeux tests J1 à J9