

Analyse spectrale de l'équation de l'énergie cinétique turbulente en écoulement pariétal fortement anisotherme

Frédéric AULERY¹, Adrien TOUTANT^{1*}, Françoise BATAILLE¹, Ye ZHOU²

¹PROMES CNRS, Rambla de la thermodynamique, Tecnosud, 66100 Perpignan, France

Université de Perpignan Via Domitia, 52 avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex 9, France

² Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, Livermore, California 94551, USA

*(Auteur correspondant : adrien.toutant@univ-perp.fr)

Résumé - Les écoulements pariétaux soumis à de forts gradients thermiques voient leur dynamique se modifier. Les études des statistiques physiques de ces écoulements ont montré que les modifications de l'écoulement ne peuvent pas seulement s'expliquer par la modification locale des propriétés du fluide. La réalisation de simulations des grandes échelles de canaux plans anisothermes, à un nombre de Reynolds turbulent de 395, permet d'étudier les phénomènes liés aux couplages entre la partie dynamique et la partie thermique de ces écoulements. Les spectres des différentes contributions à l'équation de l'énergie cinétique turbulente sont tracés. Les interactions entre l'écoulement et la thermique sont analysés.

Nomenclature

T température K
 U vitesse, $m.s^{-1}$
 V $V = \sqrt{\rho}U$, $kg^{1/2}.m^{-1/2}.s^{-1}$
 b $b = \frac{1}{\sqrt{\rho}}$, $kg^{-1/2}.m^{3/2}$
 k vecteur d'onde m^{-1}
 Re nombre de Reynolds
 Re_τ nombre de Reynolds de frottement
 \Re partie réelle
SGE Simulation des Grandes Échelles
SND Simulation Numérique Directe

Symboles grecs
 ρ masse volumique, $kg.m^{-3}$
 μ viscosité dynamique, $Pa.s$
Indices et exposants
 c chaud
 f froid
 $+$ adimensionné
 $*$ complexe conjugué
 $'$ valeur fluctuante
 $-$ valeur moyenne
 rms root mean square
 i, j composante

1. Introduction

Dans de nombreux procédés utilisant des échangeurs de chaleur, les conditions physiques sont telles que les gradients thermiques impactent très fortement la dynamique des écoulements. Les modélisations de type RANS actuelles ne tiennent que partiellement compte de ces effets sur les écoulements [1, 2]. L'amélioration des modélisations numériques passe par une étude des phénomènes fins liés au couplage thermique/dynamique de ces écoulements. Pour réaliser ces études, des simulations numériques directes (SND) ou simulations des grandes échelles (SGE), sont utilisées. Nicoud *et al.* [3] pour de bas nombres de Reynolds et Serra *et al.* [4] pour une turbulence plus intense, ont montré l'influence de la température qui change la dynamique de l'écoulement, en faisant notamment augmenter ou diminuer le niveau de turbulence en proche paroi, au delà des effets liés aux variations locales du nombre de Reynolds.

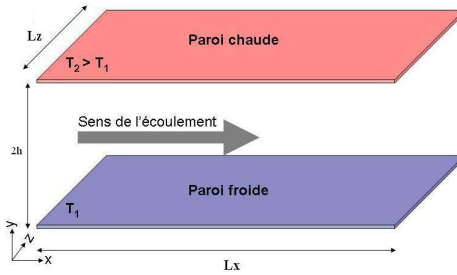


Figure 1 Canal plan bipériodique anisotherme

Pour aller plus loin dans la compréhension des changements dus aux gradients de température, il est intéressant d'étudier les statistiques de la turbulence dans l'espace spectral. Ces études permettent de comprendre comment les mécanismes de la turbulence d'un canal plan sont modifiés par le gradient de température. Les mécanismes d'un canal plan isotherme ont été décrit dans l'étude de Bolotnov *et al.* [5] pour un nombre de Reynolds turbulent de 180. A notre connaissance, il n'existe que cette étude spectrale pour un canal plan isotherme et aucune étude n'existe en canal anisotherme ou à plus fort nombre de Reynolds. Notre article se propose d'étudier les différentes contributions aux variations de l'énergie cinétique turbulente dans l'espace spectral en canal plan isotherme et anisotherme pour un nombre de Reynolds turbulent de 395. Pour cela, nous présentons les SGE réalisées avec le logiciel Trio_U en les comparant dans l'espace physique aux SND de la littérature. Nous explicitons ensuite dans le domaine spectral les différentes contributions à l'équation de l'énergie cinétique turbulente. Enfin, nous comparons ces différentes contributions avec et sans gradient de température.

2. Simulations réalisées

2.1. Configuration

Nous utilisons une géométrie de type canal plan bipériodique anisotherme (figure 1). Elle a le double avantage de permettre une simulation fine et de se concentrer sur les effets liés au gradient thermique. Les parois sont à température constantes respectivement $T_f = 293K$ pour la paroi froide et $T_c = 1.01T_f$ (quasi-isotherme) ou $T_c = 2T_f$ (anisotherme). Le nombre de Reynolds turbulent moyen est $Re_\tau = 395$. Une force est ajoutée dans la direction longitudinale pour jouer le rôle de moteur de l'écoulement et maintenir un débit constant. La périodicité du canal rend les directions longitudinale ox et transversale oz homogènes et facilite la convergence des statistiques.

Pour réaliser nos simulations numériques, nous utilisons le code Trio_U. C'est un code de mécanique des fluides ouvert et modulaire développé par le CEA Grenoble où sont utilisés les volumes finis et les éléments finis [6]. Ce code massivement parallèle est particulièrement adapté aux supercalculateurs tels que la machine JADE du CINES que nous utilisons pour notre étude. Il permet, entre autres, la réalisation de simulations numériques directes [7] et de simulations des grandes échelles [8]. Les méthodes de résolution des équations sont spécifiquement adaptées aux écoulements turbulents très anisothermes. Nous utilisons l'approximation de bas nombre de Mach [9], avec un algorithme de résolution qui décrit précisément le couplage entre la partie thermique et la partie dynamique des écoulements. Le schéma en temps est un schéma Runge-Kutta d'ordre 3. Les opérateurs de convection sont : un schéma centré d'ordre 4 pour l'équation de conservation de quantité de mouvement et un schéma QUICK d'ordre 3 [10] pour la conservation de l'énergie. Les modèles de turbulence utilisés sont : un modèle WALE [11] pour la partie dynamique et un modèle à Prandtl turbulent constant pour la conservation de

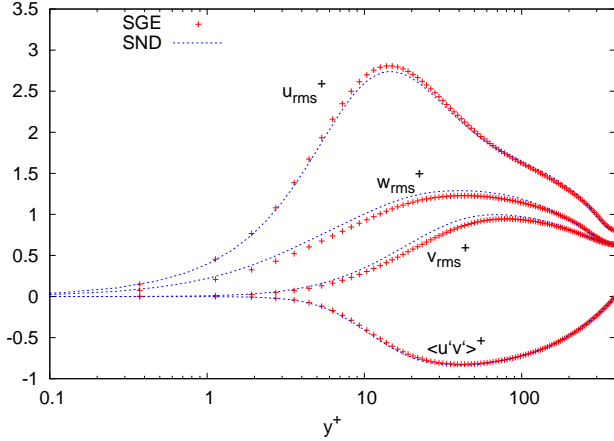


Figure 2 Comparaison des fluctuations de vitesses adimensionnées avec la SVD de Moser *et al.* [13]

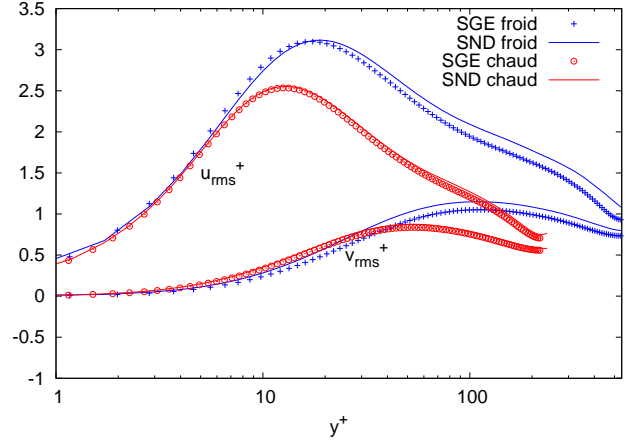


Figure 3 Fluctuations de vitesses longitudinale et normale adimensionnées ($Re_\tau = 395$ et $T_r = 2$)

l'énergie. L'ensemble de ces méthodes a été validé lors de précédentes études [12].

2.2. Simulations quasi-isothermes

La simulation SGE d'un canal plan quasi-isotherme (le rapport entre la température chaude et froide étant de 1.01) fournit une référence pour l'étude des statistiques de l'écoulement en canal plan fortement anisotherme. Le maillage utilisé comporte $896 \times 200 \times 448$ mailles soit environ 80 millions de mailles avec un pas constant dans les directions ox et oz ($\Delta x^+ = \Delta z^+ = 11$) et un raffinement de proche paroi utilisant une loi de type tangente hyperbolique ($\Delta y^+ = 0.75$ à $\Delta y^+ = 7.5$). Sur la figure 2, les profils de notre simulation sont comparés à ceux de la simulation numérique directe de Moser *et al.* [13]. Les fluctuations de vitesses provenant de notre simulation sont représentées par des points, ceux de la SND par des lignes. Les comportements des fluctuations sont en accord même si les amplitudes sont légèrement sous-estimées dans le cas des fluctuations des vitesses normales ou transversales à la paroi et légèrement surestimées dans le cas de la fluctuation de vitesse longitudinale. Par ailleurs, nous observons que la corrélation de vitesse $\overline{u'v'}$ est parfaitement capturée ; cette grandeur étant liée directement à la production turbulente, ceci indique que les mécanismes de production sont bien décrits.

2.3. Simulation anisotherme

Les résultats suivants proviennent d'un canal plan anisotherme soumis à un ratio de température de deux pour un nombre de Reynolds turbulent de 395. Elle comporte $448 \times 200 \times 224$ mailles soit environ 20 millions de mailles ($\Delta x^+ = \Delta z^+ = 14$, $\Delta y^+ = 1$ à $\Delta y^+ = 7.5$). Pour valider les résultats de notre simulation, nous les comparons à la simulation numérique directe de Toutant *et al.* [7]. Les figures 3, 4 et 5 représentent les fluctuations de vitesse et de température ; le côté froid est en bleu et le côté chaud en rouge. Les résultats provenant de la simulation de Toutant *et al.* sont en trait plein, ceux de notre simulation sont représentés par des symboles. Nous observons ici aussi que les profils de la simulation numérique directe sont correctement suivis ; en particulier pour les fluctuations de vitesse en proche paroi. Pour les corrélations $\overline{u'v'}$, les écarts évoluent en sens inverse entre côté chaud et côté froid, les profils sont sous-estimés du côté chaud et surestimés du côté froid. Les amplitudes des écarts par rapport à la simulation numérique directe sont plus importantes côté froid, ce qui s'explique par la différence du niveau de turbulence local entre côté chaud et côté froid ($Re_{\tau_c} = 542$ et $Re_{\tau_f} = 220$) et donc un besoin de raffinement supplémentaire. Les profils de fluctuations de températures sont très bien

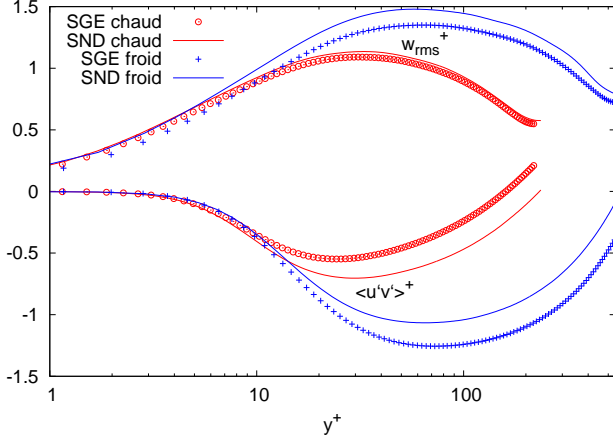


Figure 4 *Fluctuations de vitesses transversales et corrélations $\overline{u'v'}$ adimensionnées*

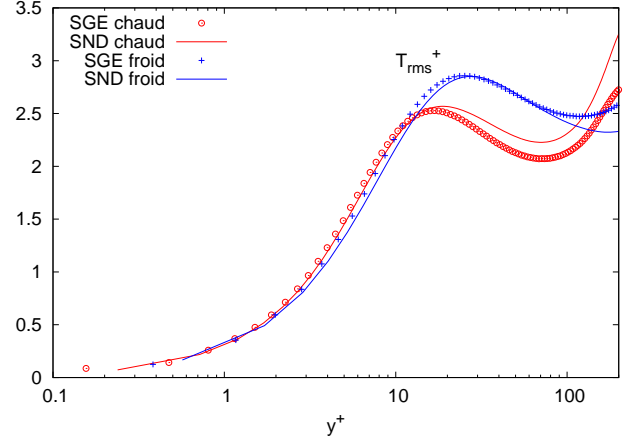


Figure 5 *Fluctuations de températures adimensionnées*

capturés.

3. Equations

3.1. Changements de variables

Afin d'étudier l'évolution des grandeurs de nos écoulements, nous utilisons un changement de variable adapté à l'étude d'écoulements soumis à de fortes variations de masse volumique [14, 15]. L'équation de conservation de la quantité de mouvement utilisant l'hypothèse de bas nombre de Mach est :

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P_{dyn}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \quad (1)$$

où P_{dyn} est la pression dynamique introduite par l'approximation de bas nombre de Mach pour rendre compte des effets dynamiques. On introduit le changement de variables $V_i = \rho^{\frac{1}{2}} U_i$ et $b = \rho^{-\frac{1}{2}}$. Ainsi nous obtenons après calcul :

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial V_i U_j}{\partial x_j} - \frac{1}{2} V_i \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = b \left[-\frac{\partial P_{dyn}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] \quad (2)$$

3.2. Équation dans l'espace spectral

Pour détailler les différentes contributions de l'équation de l'énergie cinétique turbulente, nous l'étudions dans l'espace spectral en utilisant une transformée de Fourier bidimensionnelle F_k^y . Elle sera notée $F_k^y[g(x, y, z)]$ ou \widehat{g} . L'équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente dans l'espace spectral devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_c}{\partial t} = 2\Re \left(-\widehat{v_x'^*} \widehat{u_y'} \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial y} - \frac{\widehat{v_i'^*}}{2} \left(\overline{V_i} \frac{\partial \widehat{u_j'}}{\partial x_j} + \widehat{v_i'} \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial y} - \widehat{v_i'} \frac{\partial \widehat{u_j'}}{\partial x_j} \right) - \widehat{v_i'^*} F_k^y \left[\frac{\partial v_i' u_j'}{\partial x_j} \right] - \widehat{v_i'^*} b \frac{\partial \overline{P_{dyn}}}{\partial x_i} \right) \\ + 2Re \left(\widehat{v_i'^*} F_k^y \left[b \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \widehat{v_i'^*} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - b \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (3)$$

3.3. Décomposition des termes

L'équation (3) nous donne la variation de l'énergie cinétique turbulente pour chaque plan xoz et chaque vecteur d'onde \underline{k} capturé par notre simulation. L'équation est explicitée comme

suit :

$$\frac{\partial E_c(k, y)}{\partial t} = \Pi(k, y) + \sum_n T_n(k, y) + D(k, y)$$

où $k = |k|$, D est la dissipation, Π est la production turbulente et les T_n sont les différents termes de transfert de l'énergie cinétique turbulente.

$$D = \int_k 2\Re \left(\widehat{v}_i^* F_k^y \left[b \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - b \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] \right) d\mathbf{k} \quad (4)$$

Les différents termes de transfert sont décomposés pour mettre en évidence les transferts qui ont lieu dans un plan xoz , les transferts entre les plans xoz ainsi que les termes de transfert liés à l'existence d'un gradient thermique. Les différents termes sont :

$$\begin{array}{ll} \text{Production turbulente} & \text{Transfert triadique dans le plan} \\ \Pi = \int_k -2\Re \left[\widehat{v}_x^* \widehat{u}_y' \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial y} \right] d\mathbf{k} & T_{in} = \int_k -2Re \left[\sum_i \sum_{j=x,z} \widehat{v}_i^* \frac{\partial \widehat{v}_i' u_j'}{\partial x_j} \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Transfert triadique non standard} & \text{Transfert triadique interplan} \\ T_{ns} = \int_k -2\Re \left[\sum_i \widehat{v}_i^* \overline{U_x} \frac{\partial \widehat{v}_i'}{\partial x} \right] d\mathbf{k} & T_{it} = \int_k -2\Re \left[\sum_i \widehat{v}_i^* \frac{\partial \widehat{v}_i' u_y'}{\partial y} \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

Transfert thermique

$$\Gamma = \int_k -2\Re \left[\sum_i \left[\widehat{v}_i^* \overline{U_y} \frac{\partial \widehat{v}_i'}{\partial y} + \frac{1}{2} \widehat{v}_i^* \widehat{v}_i' \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial y} - \sum_j \frac{1}{2} \widehat{v}_i^* \left(\widehat{v}_i' \frac{\partial u_j'}{\partial x_j} \right) + \sum_j \widehat{v}_i^* \overline{V_i} \frac{\partial \widehat{u}_j'}{\partial x_j} \right] \right] d\mathbf{k}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Transfert par la pression dans le plan} & \text{Transfert par la pression interplan} \\ \Phi_{in} = \int_k -2\Re \left[\sum_{i=1,3} \widehat{v}_i^* \left(b \frac{\partial P_{dyn}}{\partial x_i} \right) \right] d\mathbf{k} & \Phi_{it} = \int_k -2Re \left[\widehat{v}_y^* \left(b \frac{\partial P_{dyn}}{\partial y} \right) \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

4. Spectres

Compte tenu de la quantité de données obtenue, nous ne pouvons pas montrer de manière exhaustive l'ensemble des résultats. Dans cet article, nous présentons l'énergie cinétique turbulente (figures 6 et 7), les termes de Production Π (figures 8 et 9), de transfert par la pression dans le plan Φ_{in} (figures 10 et 11) ainsi que de transfert par effets thermiques Γ (figures 12 et 13) pour les cas quasi-isotherme et anisotherme. Ces termes présentent les variations de normes, ainsi que les évolutions, les plus importantes lors du passage du cas quasi-isotherme au cas anisotherme. Les données sont représentées sous la forme de plan où l'axe des abscisses est la norme du vecteur d'onde, l'axe des ordonnées représente la position dans la hauteur du canal (0 étant la paroi froide et 2 la paroi chaude) et l'échelle de couleur les amplitudes. Les figures 8 à 13 sont adimensionnées par le maximum du terme de production du canal quasi-isotherme.

Sur les figures 6 et 7, nous observons qu'il existe, dans le canal, 3 principales zones : une zone centrale comprise entre $y/h = 0.5$ et $y/h = 1.5$ et les deux zones de proche paroi. La zone centrale contient moins d'énergie cinétique et l'on observe que la décroissance de l'énergie commence pour des vecteurs d'ondes plus faibles que dans les zones de proche paroi. Dans le cas anisotherme, à l'approche de la paroi chaude les hautes fréquences contiennent moins d'énergie et la décroissance de l'énergie est plus rapide. Ceci rend compte de l'augmentation

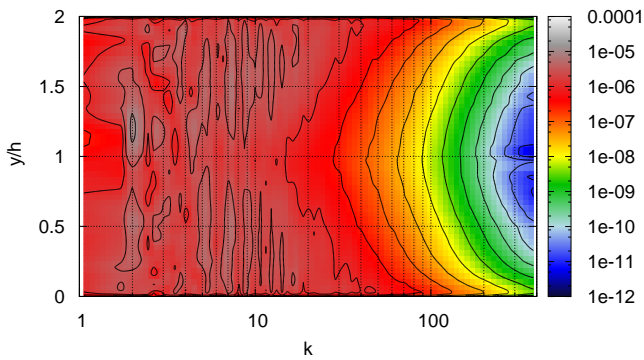


Figure 6 Spectre d'énergie cinétique turbulente en canal quasi-isotherme

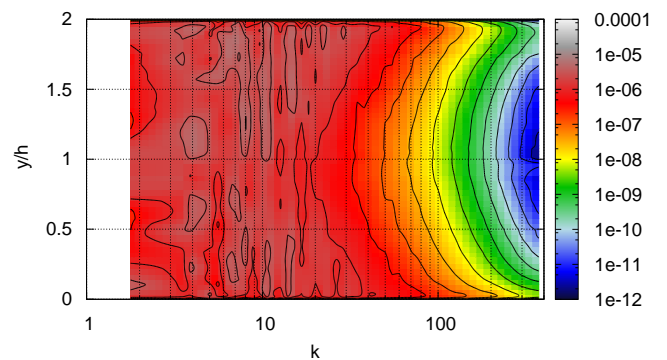


Figure 7 Spectre d'énergie cinétique turbulente en canal anisotherme

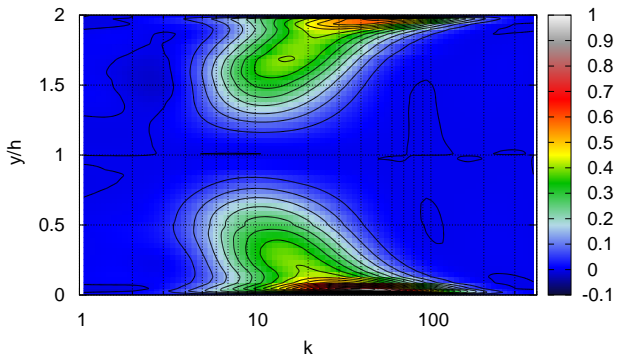


Figure 8 Production turbulente par cisaillement en canal quasi-isotherme

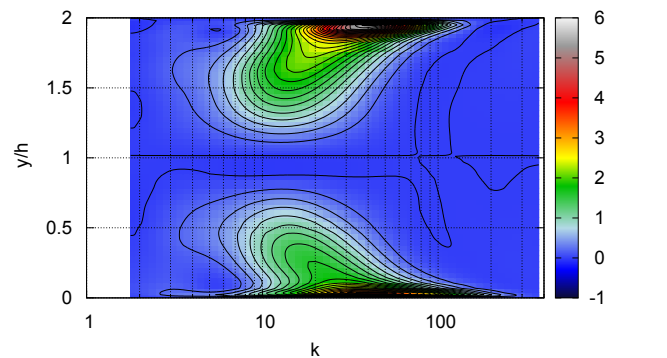


Figure 9 Production turbulente par cisaillement en canal anisotherme

locale de la viscosité qui augmente la dissipation lorsque le ratio de température augmente. La production turbulente (figures 8 et 9) possède un maxima dans la zone correspondante aux pics des corrélations de vitesses longitudinale et normale. Le maximum de production se fait pour un vecteur d'onde compris entre $k = 20m^{-1}$ et $k = 80m^{-1}$. A mesure que l'on se déplace vers le centre du canal l'amplitude du terme diminue et le maxima se déplace vers des structures de plus grandes tailles (vecteurs d'ondes plus petits). Pour la simulation avec un fort gradient thermique, nous voyons que la valeur de la production turbulente est multipliée par 6 et que le maximum local se trouve du côté chaud. Ce résultat peut sembler contre intuitif car le niveau de turbulence local est plus faible côté chaud que côté froid mais cet accroissement de la production turbulente du côté chaud est compensé par l'augmentation simultanée de la dissipation et des transferts. Le terme de transfert par la pression dans le plan est celui qui subit la plus grande modification de comportement en présence de gradient thermique (figures 10 et 11). Entre simulation isotherme et anisotherme, l'amplitude est multipliée par un facteur 10. Cet accroissement n'a lieu que du côté chaud. Enfin, les figures 12 et 13 montrent que le gradient de température crée un puit d'énergie en proche paroi côté chaud et une source d'énergie en proche paroi côté froid. L'énergie prise du côté chaud est ainsi donnée au côté froid. Ce terme est quasi-nul dans la simulation quasi-isotherme alors qu'il est du même ordre de grandeur que le terme de transfert par la pression dans le plan du cas anisotherme. Le ratio de température impacte donc directement la quantité d'énergie transférée. Ce résultat est en cohérence avec les résultats de Serra *et al.*[4]. Dans le cas d'un canal plan anisotherme fortement turbulent, le côté froid possède un niveau de turbulence supérieur à celui d'un écoulement en canal plan

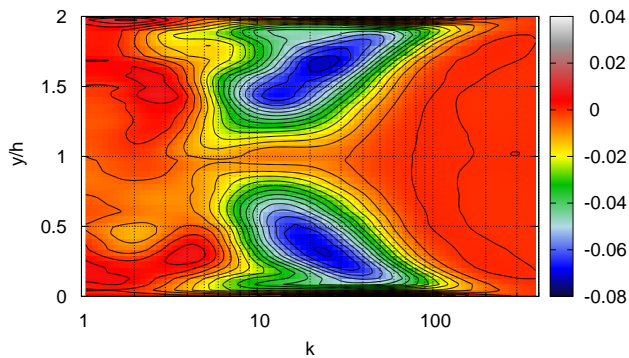


Figure 10 *Transfert d'énergie par la pression dans le plan en canal quasi-isotherme*

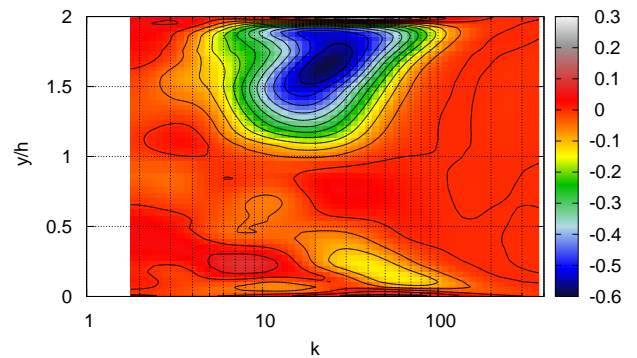


Figure 11 *Transfert d'énergie par la pression dans le plan en canal anisotherme*

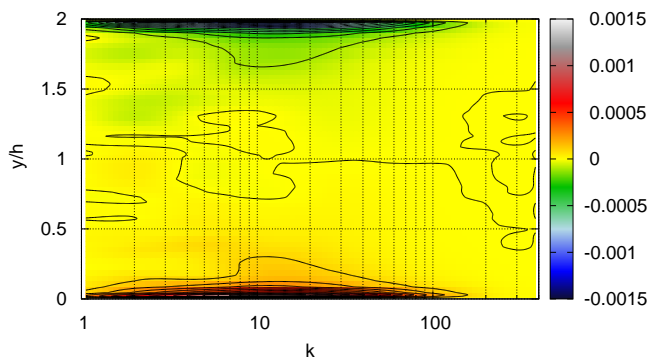


Figure 12 *Transfert d'énergie par effet de la température en canal quasi-isotherme*

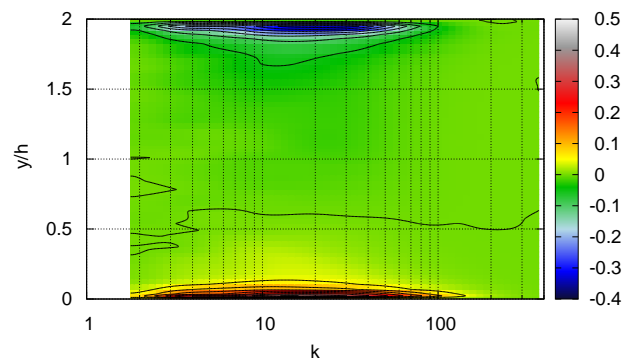


Figure 13 *Transfert d'énergie par effet de la température en canal anisotherme*

isotherme à nombre de Reynolds turbulent équivalent. Du côté chaud, l'effet inverse se produit et le niveau de turbulence est inférieur à celui d'un écoulement de même nombre de Reynolds.

5. Conclusion

Après avoir présenté les simulations d'un canal plan quasi-isotherme puis d'un canal plan anisotherme fortement turbulent, nous avons vérifié leur capacité à décrire correctement la physique des écoulements en canaux plans anisothermes. Nous avons ensuite explicité l'équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente dans l'espace spectral pour des écoulements quasi-compressibles. Par la suite, nous avons décomposé cette équation en différents termes que nous avons tracés puis comparés. L'étude des différentes contributions de l'équation de l'énergie cinétique turbulente a mis en exergue la présence de phénomènes particuliers dont une surproduction de turbulence côté chaud. L'existence d'un transfert d'énergie cinétique turbulente entre côté chaud et côté froid lié au gradient de température a été montré.

Références

- [1] X. Daguene-Frick, A. Toutant, F. Bataille, G. Olalde, Numerical investigation of a ceramic high-temperature pressurized-air solar receiver, Solar energy (2012) accepted.
- [2] A. Colleoni, Intensification des transferts de chaleur en régime turbulent pour le

développement d'un récepteur solaire surfacique à haute température en céramique, Ph.D. thesis, Université de Perpignan via domitia (2012).

- [3] F. C. Nicoud, Numerical study of a channel flow with variable properties, Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs (1998) 289–309.
- [4] S. Serra, A. Toutant, F. Bataille, Y. Zhou, High-temperature gradient effect on a turbulent channel flow using thermal large-eddy simulation in physical and spectral spaces, *Journal of Turbulence* (2012) 3177–3184.
- [5] I. A. Bolotnov, R. T. Lahey Jr., D. A. Drew, K. E. Jansen, A. A. Oberai, Spectral analysis of turbulence based on the DNS of a channel flow, *Computers and Fluids* 39 (2009) 640–655.
- [6] C. Calvin, P. Emonot, The trio-unitaire project : A parallel cfd 3-dimensional code, in : *Scientific Computing in Object-Oriented Parallel Environments*, Vol. 1343, pp. 169–176.
- [7] A. Toutant, F. Bataille, Simulation numérique directe d'un écoulement turbulent en canal soumis à un fort gradient de température, in : *Congrès société française de thermique*, Perpignan, 2011.
- [8] G. Brillant, S. Husson, F. Bataille, Study of the blowing impact on a hot turbulent boundary layer using thermal large eddy simulation 29 (6) (2008) 1670–1678.
- [9] S. Paolucci, On the filtering of sound from the Navier-Stokes equations, Tech. Rep. SAND82-8257, SANDIA National Labs., Livermore, CA (USA) (1982).
- [10] A. Châtelain, F. Ducros, O. Métais, Les of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 44 (9) (2004) 1017–1044.
- [11] F. Nicoud, F. Ducros, Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor, *Flow, Turbulence and Combustion* 62 (1999) 183–200.
- [12] F. Aulery, A. Toutant, F. Bataille, Validation de méthodes numériques pour la simulation d'écoulements fortement anisothermes, in : *Congrès Société française de thermique*, Bordeaux, 2012.
- [13] R. D. Moser, J. Kim, N. N. Mansour, Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$, *Physics of Fluids* 11 (4) (1999) 943–945.
- [14] A. W. Cook, Y. Zhou, Energy transfer in Rayleigh-Taylor instability, *Phys. Rev. E* 66 (2002) 026312.
- [15] S. Kida, S. A. Orszag, Energy and spectral dynamics in decaying compressible turbulence, *Journal of Scientific Computing* 7 (1992) 1–34.

Remerciements

Ces travaux ont bénéficié d'un accès aux moyens de calcul du CINES au travers de l'allocation de ressources 2012-c20132a5099 attribuée par GENCI (Grand Équipement National de Calcul Intensif). Nous remercions l'équipe Trio_U du CEA Grenoble pour la mise à disposition et le développement du code de calcul Trio_U.