

Etude numérique de la convection mixte turbulente dans un canal vertical

Xavier CHESNEAU*, Stéphane ABIDE, Belkacem ZEGHMATI

Laboratoire de Mathématique Et Physique des Systèmes (L.A.M.P.S .)

Groupe de Mécanique Energétique (G.M.E.) - 52 Avenue Paul Alduy 66860 PERPIGNAN

*chesneau@univ-perp.fr

Résumé - La convection mixte turbulente dans un canal vertical dont la paroi est imbibée d'eau et soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante est analysée numériquement. Les transferts sont décrits par les équations classiques de la convection mixte associées au modèle de turbulence de Launder et Sharma[1]. Ces équations sont intégrées en utilisant la méthode des volumes finis et les systèmes d'équations algébriques ainsi obtenues sont résolus avec les algorithmes de Thomas et de Gauss. Nous analysons l'influence de la densité du flux de chaleur appliqué à la paroi du canal sur les profils de la température de la paroi et de la phase vapeur ainsi que ceux du nombre de Nusselt sensible local. Nous avons notamment montré que le refroidissement de l'air est obtenu pour une faible valeur de la densité du flux de chaleur appliqué à la paroi du canal.

Nomenclature :

Lettres :

C_p : chaleur spécifique (J/kg K)

g : accélération de la pesanteur (m/s²)

H_r : humidité relative (%)

k : énergie cinétique turbulente (m²/s²)

D : coefficient de diffusion (m²/s)

L : hauteur du canal (m)

L_v : chaleur latente de vaporisation (J/kg)

M : masse molaire (kg)

Nu_s : nombre de Nusselt sensible

p : pression (Pa)

P_{vs} : pression de vapeur saturante (Pa)

q : densité de flux de chaleur (W/m²)

r : abscisse (m)

R : rayon (m)

Re : nombre de Reynolds

Ret : nombre de Reynolds turbulent

u : composante longitudinale de la vitesse (m/s)

v : composante transversale de la vitesse (m/s)

w : fraction massique de vapeur d'eau

z : ordonnée (m)

Lettres grecques :

ρ : masse volumique (kg/m³)

μ : viscosité dynamique (Pa s)

λ : conductivité thermique (W/m K)

ε : dissipation de l'énergie cinétique turbulente (m²/s³)

Indices :

0 : entrée

p : paroi

a : air

v : vapeur

g : gaz

b : moyenne

Exposants :

t : turbulent

1. Introduction

L'analyse des transferts de chaleur et de masse dans un canal a fait l'objet d'une littérature abondante aussi bien en régime laminaire [2,3] que turbulent [4,5,6]. Ainsi, Tsay et Yan [2] ont déterminé les différents paramètres pouvant influencer en régime laminaire les transferts tels que la densité du flux de chaleur appliqué à la paroi, l'humidité relative de l'air à l'entrée du canal ainsi que le nombre de Reynolds. Lors de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur la paroi interne d'un tube, le transfert de chaleur par mode latent est prédominant et l'augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant engendre une décroissance du nombre de Nusselt latent à son entrée qui a tendance à s'atténuer le long du tube. Benachour et al. [3] ont modélisé l'évaporation, en convection mixte, d'un film liquide s'écoulant sur la paroi interne d'un cylindre vertical dont la paroi est soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante. Ils ont montré notamment qu'une augmentation de la vitesse de l'air à l'entrée du tube améliore le transfert thermique entre la paroi, le mélange gazeux et le film liquide. Yan a étendu ses travaux au régime turbulent [4,5] en utilisant le modèle à bas nombre de Reynolds développé par Myong et al.[7,8]. En régime turbulent, les transferts par mode latent sont,

comme en laminaire, prédominants et un accroissement du débit de liquide ou une diminution de la température du liquide à l'entrée augmentent le nombre de Nusselt sensible ainsi que le nombre de Sherwood. Feddaoui et al. [6] ont modélisé l'évaporation en convection mixte turbulente d'un film d'eau ruisselant sur la paroi interne d'un tube vertical soumis à un flux de chaleur uniforme de densité constante en utilisant le modèle à bas nombre de Reynolds de Launder et Sharma [1]. Leurs résultats corroborent ceux de Yan et montrent que le modèle de turbulence de Launder et Sharma est bien adapté pour modéliser l'influence de la turbulence sur les transferts thermique et massique en convection mixte dans un canal.

Ce travail est consacré à une étude numérique de la convection mixte turbulente développée dans un cylindre vertical dont la paroi est imbibée d'eau et chauffée par un flux de chaleur uniforme de densité constante. L'une des finalités de cette étude est d'analyser l'influence de la densité du flux de chaleur appliqué à la paroi du canal sur le refroidissement de l'air qui y circule.

2. Position du problème et formulation mathématique

2.1 position du problème

Considérons, comme indiqué sur la figure 1, un canal de section circulaire de rayon R et de longueur $L = 200 \cdot R$. La paroi de ce canal est imbibée d'eau et est soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante q . A l'entrée du canal l'air, à la température T_0 et d'humidité relative Hr , s'écoule en régime turbulent pleinement établi.

Nous supposons :

- Les transferts sont permanents, bidimensionnel et de type couche limite.
- l'écoulement est incompressible, axisymétrique et obéit à l'approximation de Boussinesq.
- Les effets Soret et Dufour sont négligeables.
- La dissipation visqueuse et les transferts radiatifs sont négligeables.
- Le mélange air - vapeur d'eau est assimilé à un gaz parfait.

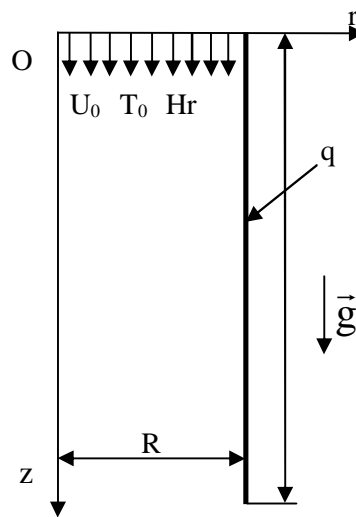


Figure 1 : Schéma du modèle

2.2 équations

En tenant compte des hypothèses simplificatrices formulées ci-dessus, les équations de transfert s'écrivent dans le référentiel (o, r, z) :

$$\text{- Equation de continuité} \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

- Equation du mouvement

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r (\mu + \mu') \frac{\partial u}{\partial r} \right) + (\rho - \rho_0) g \quad (2)$$

$$\text{- Equation de la chaleur} \quad \rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r C_p \left(\mu + \frac{\mu'}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$$\text{- Equation de diffusion} \quad \rho \left(u \frac{\partial W}{\partial z} + v \frac{\partial W}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\mu + \frac{\mu'}{\sigma_w} \right) \frac{\partial W}{\partial r} \right) \quad (4)$$

A ces équations, nous associons l'équation de conservation du débit de vapeur d'eau qui permet de déterminer le gradient de pression, considéré comme une inconnue dans l'équation de mouvement :

$$\int_0^R u_0 dr = \int_0^R u dr - \int_0^z v_p dz \quad (5)$$

2.3 Modèle de turbulence

Pour simuler la turbulence dans l'écoulement gazeux, nous avons adopté le modèle k-ε à bas nombre de Reynolds proposé par Launder et Sharma [1] qui permet de ne pas utiliser de lois de paroi et ainsi d'intégrer les équations de transport jusqu'à la paroi du canal. La viscosité turbulente est déterminée à partir des solutions des équations de transports de l'énergie cinétique turbulente k et de la dissipation d'énergie cinétique turbulente ε. Dans le référentiel (o, r, z), les équations de ce modèle sont les suivantes :

- Equation de transport pour l'énergie cinétique turbulente k :

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial z} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\mu + \frac{\mu^t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \mu^t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho (\tilde{\varepsilon} + D) \quad (6)$$

- Equation de transport pour la dissipation d'énergie turbulente ε :

$$\rho u \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\mu + \frac{\mu^t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r} \right) + c_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \mu^t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho c_2 f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + 2 \frac{\mu \mu^t}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)^2 \quad (7)$$

$$\text{avec } \mu^t = \frac{c_\mu f_\mu \rho k^2}{\varepsilon} \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon - D \quad D = 2\nu \left(\frac{\partial k^{1/2}}{\partial r} \right)^2 \quad (8)$$

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp(-\text{Ret}^2) \quad f_\mu = \exp(-3.4/(1 + \text{Ret}/50)^2) \quad \text{Ret} = k^2 / \nu \tilde{\varepsilon} \quad (9)$$

$$c_1 = 1.44 \quad c_2 = 1.92 \quad c_\mu = 0.09 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad \sigma_w = \sigma_t = 0.9 \quad (10)$$

2.4 Conditions aux limites

- z = 0 (entrée du canal)

$$T = T_0 ; u = u_0 ; v = 0 ; w = w_0 ; p = -\frac{u_0^2}{2} ; k = k_0 ; \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_0$$

$$w_0 = \frac{p_v (M_v / M_a)}{p_g + p_v (M_v / M_a - 1)} \text{ avec } p_v = p_{vs} H_r \text{ où } p_{vs} \text{ est la pression de vapeur} \quad (11)$$

saturante donnée par la formule de Bertrand : $p_{vs} = 10^{(17.443 - \frac{2795}{T_0} - 3.868 \log_{10} T_0)}$

- r = R (paroi)

$$u = 0 ; v = -\frac{(D + D^t)}{1 - w_p} \frac{\partial w}{\partial r} = 0 ; k = 0 ; \tilde{\varepsilon} = 0 ; q = (\lambda + \lambda^t) \frac{\partial T}{\partial r} - \rho L v \quad (12)$$

$$w_p = \frac{p_{vs} (M_v / M_a)}{p_g + p_{vs} (M_v / M_a - 1)}$$

- r = 0 (à l'axe du canal)

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial v}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial p}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial w}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0 \quad (13)$$

- z = L (à la sortie du canal)

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial v}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial p}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial w}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

Afin d'analyser les transferts dans le canal, nous définissons le nombre de Nusselt local

$$\text{sensible : } Nu_s = \frac{2 r (\lambda + \lambda^t) \frac{\partial T}{\partial r}}{\lambda (T_p - T_b)}$$

2.5 Méthodologie numérique et validation du modèle

L'intégration des équations (1 – 7) et de leurs conditions aux limites (11 – 14) par la méthode des volumes finis décrite par Patankar [9] conduit à des systèmes d'équations algébriques que nous avons résolus par la méthode d'élimination de Gauss pour l'équation du mouvement et par la méthode de Thomas pour les autres équations. Le maillage est non uniforme dans les deux directions ; il est plus raffiné dans les zones proches de la paroi et de l'entrée du canal caractérisées par des gradients des grandeurs physiques importants.

La détermination du maillage optimum qui représente un bon compromis entre les critères de stabilité des algorithmes de Thomas et Gauss et une occupation mémoire acceptable nous a conduit à un maillage de 163 et 174 nœuds respectivement dans les directions z et r . Afin de valider notre code de calcul, nous avons confronté nos résultats à ceux obtenus par Yan [4] lors de l'étude de la convection mixte turbulente dans un canal délimité par deux plaques parallèles ; ces plaques étant isothermes ou soumises à un flux de chaleur uniforme de densité constante. Comme le montre la figure 2, nos résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Yan. En effet, l'écart relatif entre le nombre de Nusselt sensible calculé et celui reporté par Yan n'excède pas 5%.

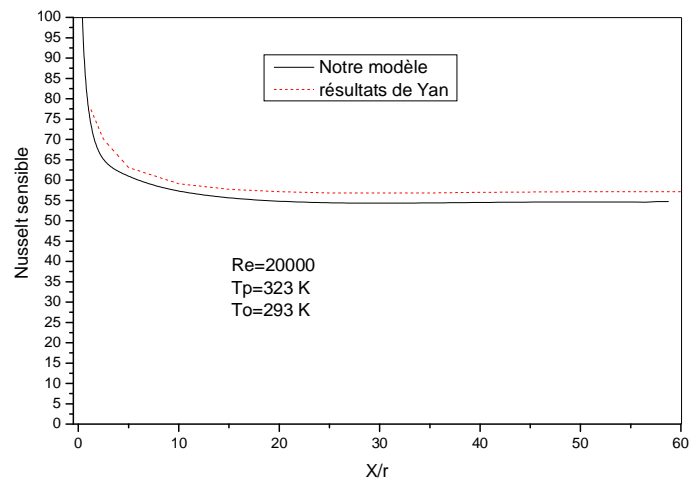


Figure 2 : Validation du modèle

3. Résultats et discussion

Les résultats présentés ici ont été obtenus pour un nombre de Reynolds de 20000 une humidité relative et une température de l'air à l'entrée du canal respectivement égales à 50 % et 283 K. A l'entrée du canal, les profils de vitesse et de la viscosité turbulente correspondent à ceux d'un écoulement turbulent pleinement développé. Nous analysons l'influence de la densité du flux de chaleur imposé à la paroi du cylindre sur les profils de la température pariétale et de la phase vapeur ainsi que du nombre de Nusselt sensible local.

Les courbes de la figure 3a montrent que l'action combinée des transferts convectifs et celle du flux de chaleur imposé à la paroi du cylindre engendre une évaporation qui provoque un abaissement de la température pariétale et par conséquent de celle de la phase vapeur. Il est à noter que la baisse de la température s'atténue le long du canal puisque le pouvoir évaporatoire de l'air diminue lors de sa progression dans le canal. Le transfert de chaleur par mode latent est donc prédominant. Ainsi, l'évolution du nombre de Nusselt sensible local le long du canal est, pour le nombre de Reynolds, l'humidité relative de l'air et sa température ainsi que la densité du flux de chaleur retenus dans cette étude, insensible à l'évaporation de l'eau dont est imbibée la paroi du canal (figure 3b).

Pour une densité de flux de chaleur de 50 W/m² la température de la phase vapeur est le long du canal inférieure à celle de l'entrée ; celle de la paroi est, comme dans le cas précédent, inférieure à la température de l'air (figure 4a). La température de la phase vapeur est naturellement supérieure à celle obtenue avec une densité de flux de chaleur de 25 w/m². En effet, pour les mêmes conditions à l'entrée, les transferts de chaleur par mode sensible

augmentent avec le flux de chaleur imposé à la paroi et par conséquent la température de la phase vapeur est d'autant plus élevée que le flux de chaleur imposé à la paroi est important. Pour une densité de flux de chaleur de 50 W/m^2 , le nombre de Nusselt diminue sensiblement au voisinage de la sortie du canal (figure 4b). Cette évolution peut s'expliquer d'une part, par les conditions aux limites que nous avons imposées à la sortie du canal et d'autre part, par une diminution de l'évaporation due à un accroissement de la concentration de vapeur d'eau le long du canal qui provoque une diminution du transfert de chaleur par mode latent et par conséquent une augmentation de la température pariétale ainsi qu' une diminution du nombre de Nusselt sensible.

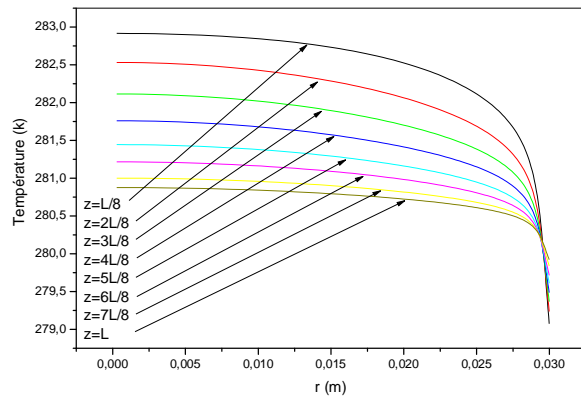


Figure 3a : Profils de température ; $q = 25 \text{ W/m}^2$

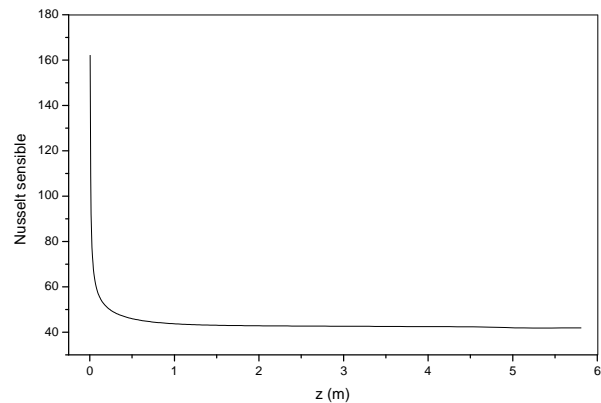


Figure 3b : Nombre de Nusselt sensible ; $q=25 \text{ W/m}^2$

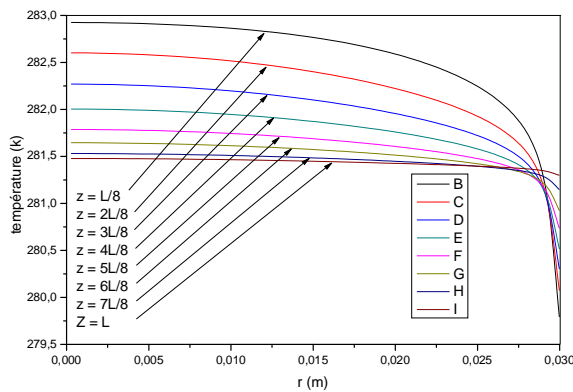


Figure 4a : Profils de température ; $q = 50 \text{ W/m}^2$

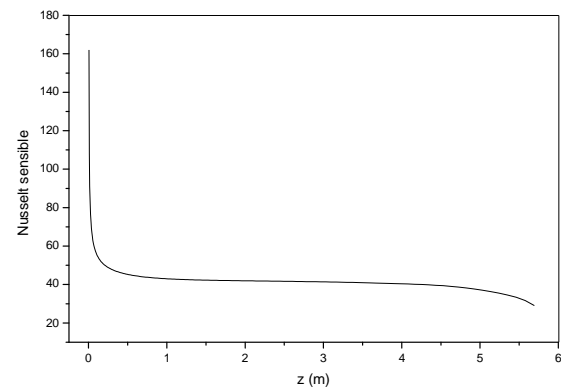


Figure 4b : Nombre de Nusselt sensible ; $q=50 \text{ W/m}^2$

L'accroissement de la densité du flux de chaleur imposé à la paroi conduit à une baisse de la température de la phase vapeur vers l'entrée du canal puis à son accroissement dans le reste du canal (figure 5a). Notons que la température de la phase vapeur, bien qu'elle augmente au voisinage de la sortie du canal, reste inférieure à celle à l'entrée. Le refroidissement de la paroi et par conséquent de la phase vapeur est du à la prédominance du transfert de chaleur par mode latent et l'accroissement des températures le long du canal à une diminution de l'évaporation engendrée par une augmentation de la concentration de la vapeur d'eau au fur et à mesure que le mélange air-vapeur d'eau progresse dans le canal. Cette diminution de l'évaporation entraîne un accroissement du flux de chaleur par mode sensible et par conséquent de la température pariétale et de celle de la phase vapeur dans la zone située après $z = 4 \text{ m}$. L'évolution du nombre de Nusselt sensible corrobore celle de la température (figure 5b). On observe ainsi un changement brusque du nombre de Nusselt sensible lorsque la paroi et le mélange air-vapeur d'eau commencent à s'échauffer. Il est à noter que le nombre de Nusselt sensible local après avoir pris quelques valeurs négatives augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale puis décroît pour tendre asymptotiquement vers une valeur constante jusqu'à la sortie du canal. Cette évolution montre que l'accroissement de la température pariétale et de celle de la phase vapeur est plus prononcée dans la zone où s'achève le refroidissement que dans le reste du canal.

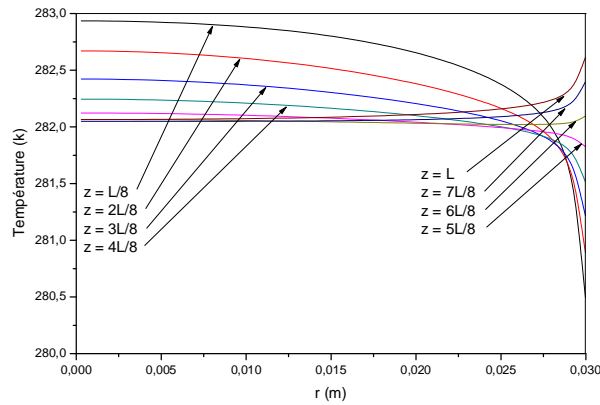


Figure 5a : Profils de température : $q = 75 \text{ W/m}^2$

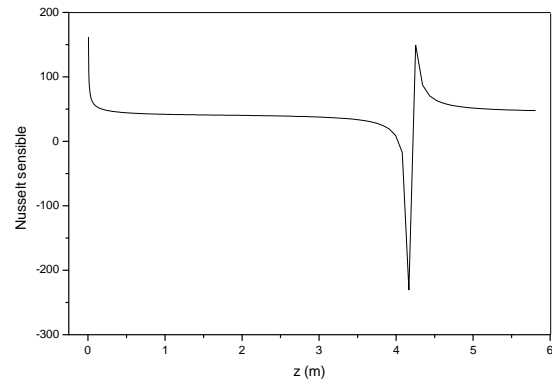


Figure 5b : Nombre de Nusselt sensible : $q = 75 \text{ W/m}^2$

4. Conclusion

Nous avons étudié numériquement les transferts de chaleur et de masse qui se déroulent en convection mixte turbulente dans un canal vertical dont la paroi est imbibée d'eau et chauffée par un flux de chaleur uniforme de densité constante. Nous avons montré qu'il n'est pas nécessaire d'avoir des flux de chaleur uniforme de densité importante pour refroidir la paroi par de l'évaporation de l'eau dont elle est imbibée. De plus, nous avons mis en évidence qu'à partir d'une certaine valeur de la densité de flux de chaleur, il apparaît une zone dans laquelle la température de la paroi est inférieure à celle du mélange air-vapeur d'eau provoquant un refroidissement du fluide et une zone localisée au voisinage de la sortie du canal dans laquelle la température de la paroi et celle de la phase vapeur augmentent le long de l'écoulement par l'action combinée du flux de chaleur imposé à la paroi et des transferts convectifs air-vapeur d'eau et paroi.

Références :

- [1] Launder B.E., Sharma B.I. ; Application of the energy dissipation of turbulence to calculation of low Reynolds number flow near a spinning disc. *Lett. Heat Mass Transfer* (1974), Vol. 1, pp 131-138
- [2] Tsay H.C., Yan W.M. ; Binary diffusion and heat transfer in laminar mixed convection channel flows with uniform wall heat flux : extremely thin film thickness. *Wärme-und Stoffübertragung* (1990), Vol. 26, pp 23-31
- [3] Benachour K., El Armouzi M., A. Ali Chérif, A. Daïf ; Etude de l'évaporation et du transfert de chaleur en convection mixte d'un film liquide mince s'écoulant à l'intérieur d'un cylindre vertical dont la paroi est soumise à un flux de chaleur constant. *16ème Congrès Canadien de Mécanique Appliquée CANCAM'97 Québec Canada 1-5 Juin* (1997), pp 429-430
- [4] Yan W.M. ; Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer* (1995), Vol. 38, pp 713-722
- [5] Yan W.M. ; Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channel flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer* (1998), Vol. 41, pp 3719-3729
- [6] Feddaoui M., Mir M., Belahmidi E. ; Cocurrent turbulent mixed convection heat and mass transfer in falling film of water inside a vertical heated tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer* (2003), Vol. 46, pp 3497-3509
- [7] Myong H.K., Kasagi N., Hira M. ; Numerical prediction of turbulent pipe flow heat transfer for various Prandtl number fluids with the improved k- ϵ model. *JSME Int. J.* (1989), Vol. 32, pp 613-622
- [8] Myong H.K., Kasagi N. ; A new approach to the improvement of k- ϵ turbulence model for wall bounded shear flow. *JSME Int. J.* (1990), Vol. 33, pp 63-72
- [9] Patankar S.V. ; Numerical heat transfer and fluid flow. *Hemisphere*, (1980)