

Structures cohérentes dans le sillage turbulent d'un cylindre circulaire horizontal en régime de convection mixte.

Matthieu BOIRLAUD, Dominique COUTON, Frédéric PLOURDE*

ENSMA, INSTITUT P', UPR3346

1, avenue Clément Ader, BP 40109, 86961 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France

*(auteur correspondant : frederic.plourde@ensma.fr)

Résumé - Une modélisation numérique directe des équations de Navier-Stokes a été menée afin d'analyser les transferts turbulents dans un régime de convection mixte. L'écoulement étudié correspond à celui intervenant en aval d'un cylindre circulaire horizontal chauffé; le nombre de Reynolds amont est égal à 1091 et le nombre de Richardson est de 2,77. Les résultats montrent que les forces de gravité agissent très rapidement en aval du cylindre. En effet, à partir de $x/D \approx 2$, le sillage est dévié vers le haut avec un angle de 16° environ par rapport à l'axe horizontal. De plus, des structures cohérentes, dont la forme est caractéristique de la convection naturelle, apparaissent au niveau de la couche de cisaillement supérieure et dans le sillage turbulent.

Nomenclature

Symboles grecs

c_p	chaleur massique de l'air à pression constante, $J/kg.K$	ρ	masse volumique, kg/m^3
D	diamètre du cylindre, m	λ	conductivité thermique, W/mK
x, y, z	coordonnées adimensionnées par D	ν	viscosité cinématique, m^2/s
g	accélération du champ de pesanteur, $m.s^{-2}$	σ	tenseur des contraintes visqueuses
R	constante des gaz parfaits	β	coefficient de dilation thermique, K^{-1}
t	temps, s	ω	vorticité moyenne, s^{-1}
p	pression, Pa	ΔT	différence de température
T	température adimensionnée		
U, V, W	vitesses moyennes adimensionnées dans les directions x, y et z		
$Re = uD/\nu$	nombre de Reynolds	0	valeur estimée dans les conditions de référence
$Gr = (g\beta\Delta TD^3)/\nu^2$	nombre de Grashof	max	valeur maximale
$Ri = Gr/Re^2$	nombre de Richardson		

Indices

1. Introduction

Alors que de nombreux travaux se sont intéressés à l'analyse de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire horizontal en régime de convection forcée [1,2], on dénombre beaucoup moins d'études en convection mixte. Ces dernières présentent cependant un vif intérêt dans de nombreuses applications industrielles (refroidissement de composants électroniques par exemple). L'analyse des structures cohérentes en régime de convection mixte, c'est-à-dire pour $Ri \sim 1$, a été faite pour des écoulements laminaires, i.e. $Re < 180-200$ [3] ; l'effet de la turbulence n'a que peu été étudié et notre intérêt s'est alors focalisé sur l'influence des forces de flottabilité lorsque le sillage du cylindre est turbulent.

En régime isotherme ou de convection forcée lorsque $Ri \ll 1$, l'allée de Von Karman 2D subit des distorsions tridimensionnelles importantes à partir de $Re=180-200$ avant de dégénérer en structures turbulentes lorsque Re augmente. Pour de faibles valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0,02$), Lecordier et al. [4] ont montré que le chauffage du cylindre avait pour conséquence de laminariser l'écoulement en réduisant les fluctuations pour $Re < 180$. Jusqu'à $Ri \approx 1$, l'action de la poussée d'Archimède est négligeable devant les modifications de viscosité dynamique et de masse volumique induites par la température. A l'opposé, Ren [5] a souligné que la transition 3D, observée à $Re=180-200$ en régime isotherme, se produisait à $Re=75$ pour $1 < Ri < 2$. Bhattacharyya et al. [6] ont montré que pour $100 < Re < 200$ et $Ri > 1$, la fréquence du détachement tourbillonnaire augmentait avec le nombre de Richardson jusqu'à une valeur critique au-delà de laquelle, l'écoulement autour du cylindre s'organise plutôt sous la forme d'un panache thermique. Enfin, Kieft et al. [7,8] ont mis en évidence numériquement et expérimentalement la présence de panaches thermiques se développant en aval du cylindre suite aux déformations des rouleaux longitudinaux sous l'effet des forces de gravité pour $Re < 200$ et $1 < Ri < 2$.

Lorsque le nombre de nombre Reynolds augmente et que la turbulence se développe dans le sillage du cylindre, des structures tourbillonnaires se développent dans les couches de cisaillement - à partir de $Re = 1,2 \cdot 10^3$ - et le sillage du cylindre est soumis à de fortes instationnarités caractéristiques de cette gamme de Reynolds [9, 10].

Après avoir expliqué le modèle utilisé ainsi que le principe de la méthode numérique, nous décrirons les mécanismes de convection autour du cylindre pour un nombre de Reynolds amont de 1091 et un nombre de Richardson de 2,77 afin d'analyser le développement des mécanismes turbulents dans le sillage de l'obstacle puis concluons.

2. Modèle et méthode numérique

Les équations de conservation de la masse (1), de la quantité de mouvement (2), de l'énergie (3) ainsi que l'équation des gaz parfaits (4) s'écrivent :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + (\rho - \rho_0)g + \nabla \cdot \sigma \quad (2)$$

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3)$$

$$p_0 = R\rho T \quad (4)$$

Un schéma temporel de second ordre basé sur le solveur Mac-Cormack est utilisé avec les phases de prédiction/correction. Concernant le schéma spatial, les équations sont résolues à partir d'un schéma aux différences finies d'ordre deux. Ce schéma est "bouclé" par une approche aux frontières immergées afin de permettre de simuler toutes les géométries possibles. La présentation exhaustive du code et de la modélisation aux frontières immergées ne sont pas indiquées par la suite et nous invitons le lecteur à se référer à des travaux antérieurs [11].

Le domaine de calcul (figure 1) est un parallélépipède de dimensions $25D \times 20D \times 4D$. D'après les travaux de Ren [5] relatifs à la transition 3D d'un écoulement en aval d'un cylindre chauffé, 4 diamètres dans la direction latérale sont suffisants pour capter toute la physique des phénomènes. Des conditions de vitesse et de température uniformes sont

appliquées en entrée de domaine, $U_0=0,3\text{m/s}$ et $T_0=20^\circ\text{C}$ respectivement, alors qu'une vitesse nulle et une température constante égale à 220°C sont appliquées sur le cylindre. Des conditions de périodicité sont appliquées pour les parois latérales du domaine alors que pour toutes les autres parois, des conditions de sortie libre sont appliquées. Concernant ces dernières, les gradients à la fois des composantes de vitesse tangentielles à la surface considérée et de la température sont supposés nuls alors que la vitesse normale sur la frontière est déterminée à partir d'une équation de conservation, la variation de pression étant supposée nulle. Une telle gestion assure des conditions de sorties « libres » i.e. l'écoulement peut, soit entrer, soit sortir du domaine de calcul en fonction des conditions physiques locales au niveau de la frontière. Un tel traitement est particulièrement adapté à des écoulements non confinés.

3. Résultats

L'ensemble des résultats, discutés par la suite, a été obtenu à partir d'un écoulement instationnaire établi atteint à partir de 5 secondes de simulation. Au-delà de cet instant, une procédure de moyenne sur plus de 30 secondes a permis d'accéder aux champs moyens et fluctuants, l'avancée en temps ayant été effectuée à partir d'un pas de temps de 10^{-3} seconde, correspondant à un CFL de 0,1. Un calcul « a posteriori » a montré que l'échelle de Kolmogorov et le maillage était du même ordre de grandeur; l'approche directe est donc accessible comme l'a montré [12].

L'analyse du champ moyen de température (figures 2 et 3) montre que le chauffage du cylindre induit une dissymétrie de sillage sous l'effet des forces de gravité. Bhattacharyya et al. [6] avait observé ce phénomène pour $100 < \text{Re} < 200$ et $1 < \text{Ri} < 2$. Dans notre configuration, le sillage est incliné en moyenne d'un angle de 16° par rapport à l'axe horizontal. On constate également que cette dissymétrie apparaît entre les deux couches de cisaillement : le fluide passant en dessous du cylindre est fortement accéléré comme le montrent les profils de vitesse longitudinale sur la figure 2. Cette accélération est à l'origine de l'étirement de la rangée tourbillonnaire inférieure dans le sens de l'écoulement. Cet étirement est clairement détectable figure 4 et s'inscrit dans les résultats de Kieft et al. [7,8] pour $\text{Re}=73$ et $0 < \text{Ri} < 2$. Finalement, on remarque, figure 2, que la rangée supérieure est, en moyenne, plus chaude que la rangée inférieure. En s'éloignant du cylindre, la température dans le sillage diminue par diffusion et le sillage s'élargit par un mécanisme d'entraînement du fluide froid.

Le champ de vorticité moyenne (figure 4) montre qu'il existe une zone situ e au dessus de la couche de cisaillement supérieure en $x=y=1$ qui possède une vorticité propre, indépendante de l'écoulement dans le reste du sillage. Cette zone n'a jamais été identifiée dans la littérature à notre connaissance. D'après les champs de vorticité instantanée en figure 6, le développement de ces structures au dessus de la couche de cisaillement supérieure est li e à la remontée de fluide chaud au culot du cylindre. En effet, le champ de vecteurs de vitesse sur la figure 5 montre clairement la zone au culot du cylindre où du fluide chaud remonte le long du cylindre.

Le mécanisme de formation de ces structures naît de l'interaction entre l'oscillation de la couche de cisaillement et la remontée de fluide chaud au culot du cylindre. Directement dans le sillage du cylindre, l'écoulement amont se déstabilise et le cisaillement donne naissance à une instabilité à une fréquence propre de la dynamique. En parallèle, le fluide s'écoulant dans la partie inférieure et le long du cylindre voit la température augmenter et sous l'effet des forces de gravité, un filet fluide fin longeant le cylindre subit un courant ascendant. La rencontre des deux courants perturbe le développement de la couche de cisaillement supérieure; plus en aval, la perturbation ponctuelle de l'allée tourbillonnaire participe à libérer une poche de fluide chaud alors localis e à l'arrière du cylindre.

Plus en aval, l'écoulement ascendant se développe suivant des volutes, les grosses structures s'organisant en forme de champignon; un tel développement est principalement marqué par des instationnarités fortes.

4. Conclusion

Notre étude porte sur une modélisation directe d'un écoulement de convection mixte autour d'un cylindre circulaire horizontal à $Re=1091$ et $Ri=2,77$. Nous avons retrouvé certains résultats connus pour des écoulements laminaires, i.e. $Re < 200$, à savoir la dissymétrie de sillage, l'accélération du fluide en dessous du cylindre, l'étirement de la rangée tourbillonnaire inférieure ainsi que des niveaux de température plus importants au niveau de la rangée tourbillonnaire supérieure.

Cependant la particularité de cet écoulement provient du fait que des structures cohérentes apparaissent soit au niveau de la couche de cisaillement supérieure soit dans le sillage turbulent. Une fois ces structures formées, elles sont convectées par l'écoulement principal et se développent. L'analyse de l'ensemble des paramètres de l'écoulement (fréquence, échelles, niveaux de turbulence, ...) devrait permettre de mieux comprendre l'organisation des mécanismes de turbulence en convection mixte.

Références

- [1] S.C.R Dennis, J.D. Hudson, N. Smith. Steady laminar forced convection from a circular cylinder at low Reynolds number. *Physics of Fluids*, 11 (1968), 933-940.
- [2] M. Matsumura, R. A. Antonia, Momentum and heat transport in the turbulent intermediate wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 250 (1993), 651-668.
- [3] H. Badr, A theoretical study of laminar mixed convection from a horizontal cylinder in a cross stream, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26 (1983), 639-653.
- [4] J. C. Lecordier, L. W. B. Browne, S. Le Masson, F. Dumouchel, and P. Paranthoën, Control of vortex shedding by thermal effect at low Reynolds numbers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 21(4) (2000), 227-237.
- [5] Maosheng Ren, *3D Flow Transition behind a Heated Cylinder*, Technische Universiteit Eindhoven, (2005).
- [6] S. Bhattacharyya, A.K. Singh. Vortex shedding and heat transfer dependence on effective Reynolds number for mixed convection around a cylinder in cross flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(15-16) (2010), 3202-3212.
- [7] R. N. Kieft, C. C. M. Rindt, and A. A. van Steenhoven. The wake behaviour behind a heated horizontal cylinder. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 19(4) (1999), 183-193.
- [8] R. N. Kieft, C. C. M. Rindt, and A. A. van Steenhoven. Heat induced transition of a stable vortex street. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(13) (2002), 2739-2753.
- [9] M. S. Bloor. The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 19 (1964), 290-304.
- [10] C. H. K. Williamson. The instability of the shear layer separating from a bluff body. *Journal of Fluid Mechanics*, 333 (1997), 375-402.
- [11] M.V. Pham, F. Plourde, S.K. Doan. Turbulent heat and mass transfer in sinusoidal wavy channels. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29 (2008), 1240-1257.
- [12] J. Kim, P. Moin and R. D. Moser. Turbulent statistics in fully developed channel flow at low Reynolds numbers. *Journal of fluid Mechanics*, 177 (1987), 133-166.

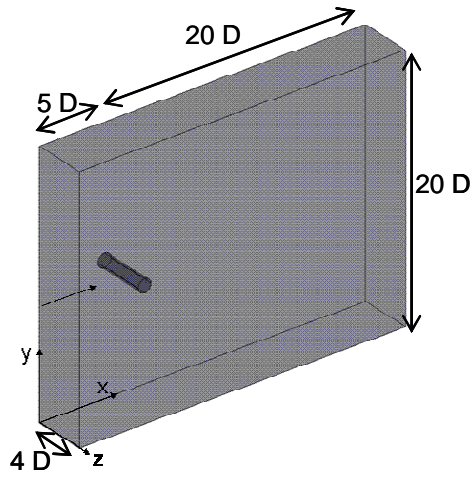


Figure 1: Configuration tridimensionnelle étudiée

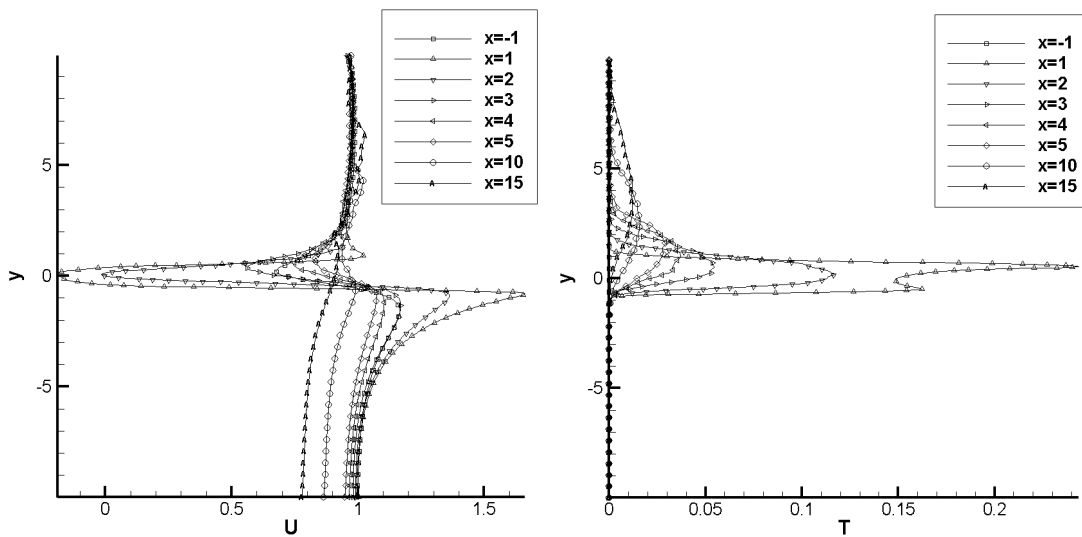


Figure 2: Profils de vitesse (gauche) et de température (droite) moyennes en $z=0$

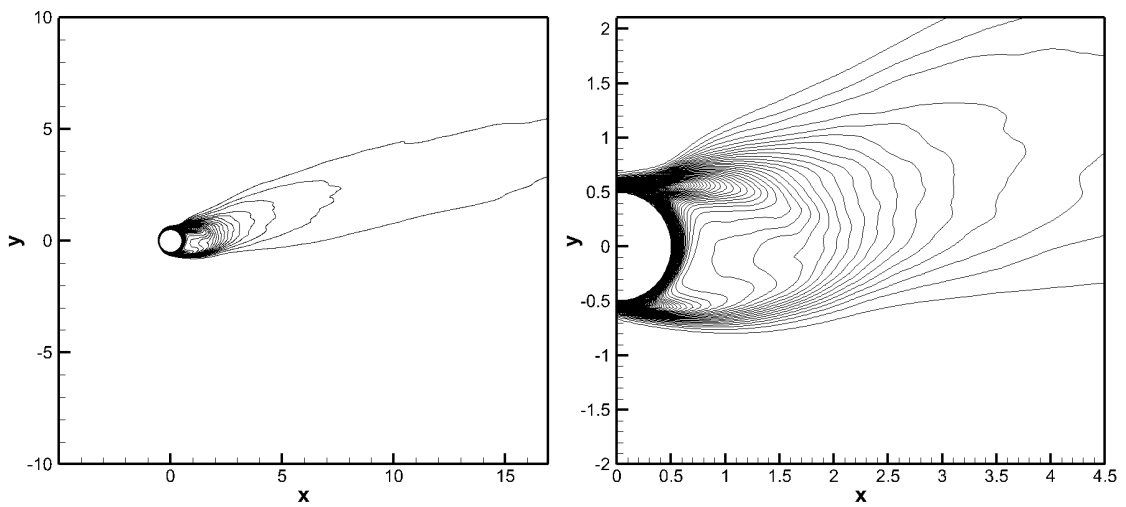


Figure 3: Isothermes du champ moyen de température en $z=0$ tracées tous les 1%.

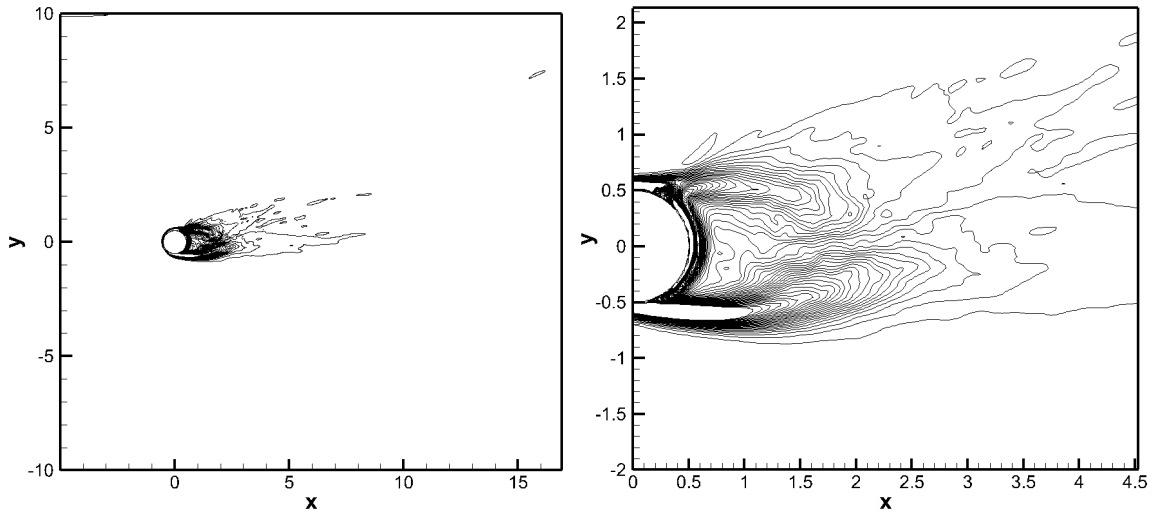


Figure 4: Champs de vorticité moyen normalisé par ω_{max} , en $z=0$

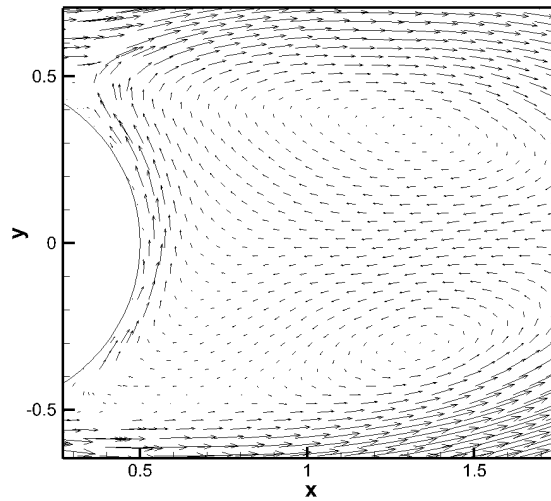


Figure 5: Détail du champ de vecteurs vitesse en $z=0$

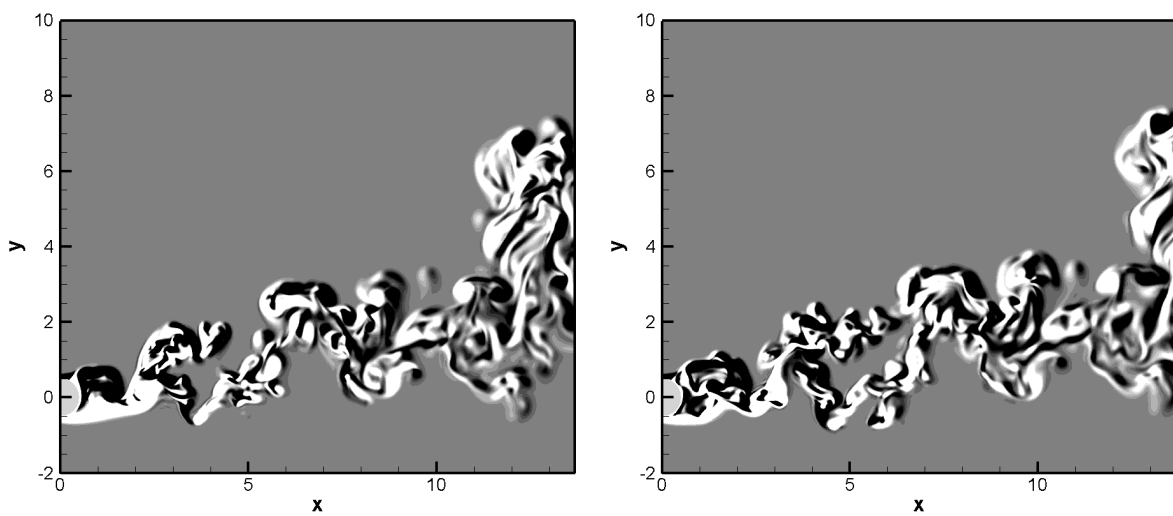


Figure 6: Champs de vorticité instantanée à l'instant t (gauche) et $t + 0,2s$ (droite)