

Modélisation de la formation de givre sur des surfaces cylindriques.

Flora TOMASONI et Jean-Marie BUCHLIN

Institut von Karman
72, chaussée de Waterloo, B-1640 Rhodes-St-Genèse, Belgique
(auteur correspondant : <mailto:buchlin@vki.ac.be>)

Résumé - La présence de givre sur des surfaces d'échange peut conduire à la dégradation des performances du système. Il est donc judicieux de posséder un outil de prédiction de l'épaisseur de givre en fonction des conditions opératoires. Cet article traite d'une modélisation simple de l'évolution temporelle de la couche de gel soit à l'extérieur soit à l'intérieur d'un tube froid. L'approche conduit à deux modèles selon l'hypothèse faite sur la température d'interface. Une validation des modèles est présentée. Les simulations montrent l'effet de paramètres tels que le rayon et la température du tube ainsi que l'humidité relative.

Nomenclature

h	coefficient de transfert	τ	temps caractéristique s
k	conductivité thermique, $Wm^{-1}K^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
\mathcal{L}_{sw}	Chaleur de transformation, Jkg^{-1}	a	air
R	rayon, m	c	chaleur
T	température, $^{\circ}C$	g	givre
t	temps s	i	interface
<i>Lettres grecques</i>		m	matière
ϕ	humidité relative	p	paroi
ρ	masse volumique, kgm^{-3}	v	vapeur

1. Introduction

Le givre se forme quand de l'air humide est mis en contact avec une surface froide dont la température est égale ou inférieure à la température de solidification. Ce phénomène se produit dans des situations liées à l'environnement ainsi que dans de nombreux systèmes énergétiques comme les unités cryogéniques ou de conditionnement d'air et les échangeurs aérospatiaux.

En général la formation de givre dégrade les performances des systèmes parce qu'elle conduit à une augmentation des résistances aéraulique et thermique. Différents auteurs [1-4] ont montré que le développement de la couche de givre est un mécanisme très complexe qui se caractérise par l'apparition de cristaux de glace qui coalescent pour former une couche poreuse qui subira des cycles successifs de fusion et de solidification. Cette littérature souligne aussi que la modélisation de ces différentes étapes est assez compliquée sans pour autant recevoir une confirmation expérimentale claire. Il semble donc plus pertinent de développer une modèle simple et robuste qui prédise avec un bon degré de fiabilité les caractéristiques de l'évolution de la couche de givre. Dans cette optique cette communication présente un modèle de type ingénierie. Le cas de la formation de givre sur des surfaces cylindriques est choisi.

L'approche consiste à décrire l'accroissement radial et temporel de l'épaisseur de givre à partir de la formulation des mécanismes de transfert de masse et de chaleur. Le développement considère tout d'abord le cas où la température à l'interface air-glace est

variable dans le temps (modèle TIV) puis le cas où elle supposée constante (modèle TIC). Le modèle TIV demande une équation constitutive supplémentaire et nécessite une résolution numérique alors que le modèle TIC conduit à une solution analytique.

2. Modélisation

2.1. Modèle TIV

La figure 1 schématise le principe et définit les quantités physiques importantes du modèle. Les deux configurations, formation de givre sur face externe ou interne pour des tubes cylindriques, sont considérées. L'approche considère une épaisseur de givre moyenne selon la coordonnée azimutale ; ce qui revient à ne considérer qu'une variation radiale dans le temps.

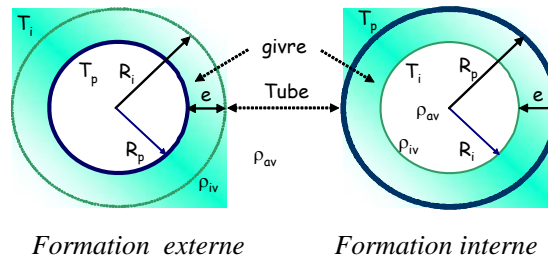


Figure 1 Schéma de principe

Le bilan d'énergie à l'interface air-givre nous dit que le flux de chaleur par conduction est égal à la somme des flux de chaleur par convection forcée et par changement de phase. Par ailleurs, acceptant que le mécanisme de formation de givre reste suffisamment lent pour négliger le taux de variation de l'énergie interne, une formulation quasi stationnaire de la densité de flux de chaleur par conduction à l'interface permet d'écrire l'équation suivante (cas de formation de givre interne):

$$-k_g \left. \frac{dT}{dr} \right|_{R_i} = h_c (T_a - T_i) + \dot{\Gamma} \mathcal{L}_{sv} = k_g \frac{(T_i - T_p)}{R_i \ln \left(\frac{R_p}{R_i} \right)} \quad (1)$$

Où k_g est la conductivité thermique moyenne sur l'épaisseur de la glace, qui peut varier avec le temps, h_c le coefficient de transfert de chaleur par convection déduit des corrélations classiques du nombre de Nusselt, et \mathcal{L}_{sv} la chaleur de transformation vapeur-solide. La densité de flux de vapeur d'eau qui se solidifie, $\dot{\Gamma}$, est fonction du potentiel de concentration massique entre le courant gazeux et l'interface: $\dot{\Gamma} = h_m (\rho_{v\infty} - \rho_{vi})$; h_m est le coefficient de transfert de matière supposé comme h , constant. Le modèle postule une analogie stricte entre les deux phénomènes de transport chaleur-matière.

L'écriture de la conservation de la masse de givre par unité de longueur et à l'instant t conduit à l'expression de la masse volumique de givre moyenne sur l'épaisseur:

$$\rho_g(t) = 2 \frac{\int_0^t \dot{\Gamma}(t) R_i(t) dt}{(R_p^2 - R_i^2(t))} \quad (2)$$

La fermeture du modèle demande deux équations constitutives. Différentes études reprises dans la littérature s'accordent sur une relation linéaire entre la masse volumique moyenne ρ_g et la conductivité thermique moyenne k_g du givre [1,3] :

$$k_g = \beta \rho_g \quad (3)$$

La seconde équation constitutive est déduite des travaux de Hayashi et al [5] ainsi que Fossa et Tanda [4] ; elle relie la masse volumique moyenne ρ_g sur l'épaisseur et la température du givre à l'interface pour la plage allant de 248 K à 273 K :

$$\rho_g = C_o e^{b(T_i - T_0)} \quad (4)$$

C_o , b et T_0 valent respectivement 650 kg/m^3 , 0.227 K^{-1} et $273,15 \text{ K}$.

En substituant (3) et (4) dans l'équation (1) on obtient une formulation qui lie le rayon de l'interface, R_i , à sa température T_i . Par ailleurs la différentiation l'équation (2) de la conservation de la masse par rapport à T_i se traduit par une relation implicite entre T_i et t :

$$\frac{d}{dT_i} \left[\frac{\rho_g(T_i) (R_p^2 - R_i(T_i)^2)}{2h_m} \right] = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t \dot{\Gamma}(T_i) R_i(T_i) dt \right] \frac{dt}{dT_i} \quad (5)$$

L'ensemble du système se ramène ainsi à une intégrale dont la forme générique est :

$$t = \int_{T_p}^{T_i} F(T_i) dT_i \quad (6)$$

Avec

$$F(T_i) = \frac{\frac{d}{dT_i} \left[\rho_g(T_i) [R_p^2 - R_i^2(T_i)] \right]}{2\dot{\Gamma}(T_i) R_i(T_i)} \quad (7)$$

L'équation (6) ne possède pas de solution analytique et doit être résolue numériquement (intégration par trapèzes par exemple). L'évaluation de R_i donne finalement l'évolution temporelle de l'épaisseur de la couche de givre.

2.2. Modèle TIC

Dans le cas où la température d'interface atteint une valeur constante, la relation (4) est relaxée. Le modèle TIC se compose des équations (1) et (2) complété par la relation (3). On aboutit directement à la solution suivante qui possède une expression analytique :

$$t^* = \frac{t}{\tau} = F_n \left(\frac{R_i}{R_p} \right) = \int_1^{\frac{R_i}{R_p}} \left[\left(3 \frac{r}{R_p} - \frac{R_p}{r} \right) \ln \left(\frac{r}{R_p} \right) + \frac{r}{R_p} - \frac{R_p}{r} \right] \frac{dr}{R_p} \quad (8)$$

Avec

$$\tau = \frac{(T_a - T_i) + \frac{h_m}{h_c} (\rho_{v\infty} - \rho_{vi}) \mathcal{L}_{sv}}{2\beta \frac{h_m}{h_c} (\rho_{v\infty} - \rho_{vi}) (T_i - T_p)} \cdot R_p^2 \quad (9)$$

L'expression (9) du temps caractéristique τ fait intervenir le rapport h_m/h . Le postulat d'une analogie stricte entre le transfert de chaleur et le transfert de matière implique que τ ne dépende pas de la vitesse de l'écoulement (nombre de Reynolds) mais uniquement des propriétés de l'air humide (nombre de Lewis).

3. Simulations illustratives

L'applicabilité des modèles proposés est tout d'abord illustrée par des simulations de la formation de givre sur l'extérieur d'un tube cylindrique froid placé dans un écoulement d'air humide. Dans une seconde partie, le cas de l'obstruction interne d'un tube froid parcouru par un flux gazeux sera traité. Le passage d'un modèle de formation externe à formation interne consiste à intervertir les rayons R_p et R_i dans la formulation mathématique. L'écoulement d'air se fera toujours à la pression atmosphérique.

3.1. Formation de givre externe

La figure 2 montre l'évolution temporelle de la température d'interface et de l'épaisseur de gel pour le cas d'un tube de 3mm de diamètre extérieur, maintenu à -14°C et placé dans un flux d'air à 20°C dont l'humidité relative est 90%. Après environ 1/4 d'heure T_i a atteint la valeur constante de 0°C et la solution analytique peut être appliquée.

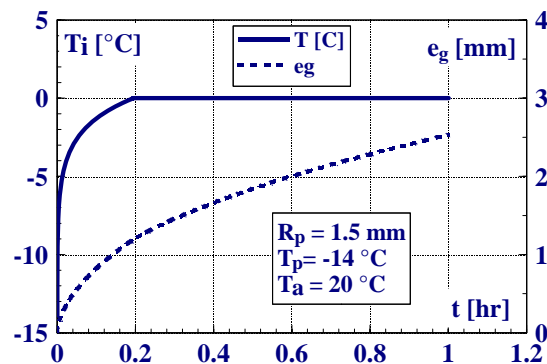
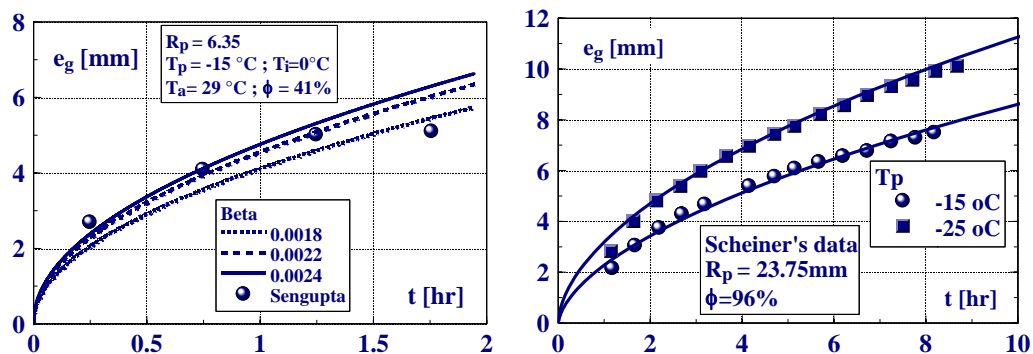


Figure 2 Évolution de T_i et e_g pour une formation de givre externe

La figure 3 concerne la validation de l'approche proposée sur la base de simulations de données tirées de la littérature.



(a) Modèle TIC

(b) Modèle TIV

Figure 3 Validation du modèle de formation de givre externe

La figure 3a compare les prédictions obtenues avec le modèle TIC et les mesures de Sengupta [6]. L'effet du paramètre β est mis en évidence. On constate que le modèle analytique est à même de reproduire de manière satisfaisante l'expérience. Le modèle complet TIV est testé au regard des résultats de Schneider [7]. Dans cette simulation le coefficient β est pris égal à 0.0012 comme le suggèrent les travaux de Seker et al [8]. On note un accord excellent entre prédiction et données et ce pour les deux températures de paroi considérées.

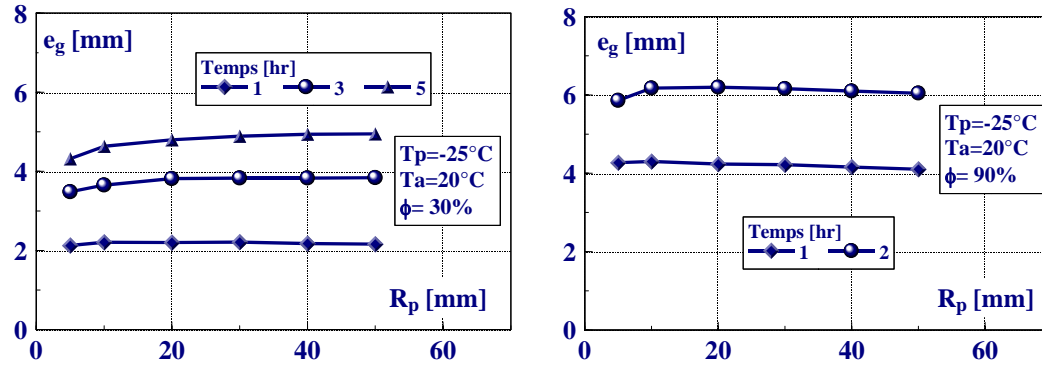


Figure 4 Effet du rayon du cylindre sur l'épaisseur de givre externe

L'effet du rayon du barreau cylindre sur le grossissement de la couche de givre est illustré à la figure 4 pour deux humidité relative extrêmes. Pour un temps donné et a faible humidité, l'épaisseur de givre semble se stabiliser quand le rayon du cylindre augmente. Pour les fortes humidités on observe une très légère diminution d' e_g aux grandes valeurs de R_p .

3.2. Formation de givre interne

La figure 5 montre une évolution temporelle typique de la température de l'interface et de la couche solide pour le cas d'une formation de givre dans un tube. Dans cette configuration le modèle présente une limite mathématique qui restreint la simulation à $R_i/R_p \geq 29\%$ et dont la cause n'a pas encore été élucidée.

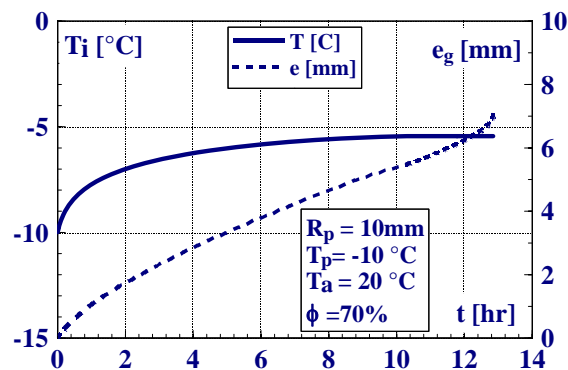


Figure 5 Évolution de T_i et e_g pour une formation de givre interne

La figure 6 souligne l'effet du rayon du tube (a) et de la température de paroi (b) sur l'épaisseur de givre à différents temps. Contrairement au cas de la formation de gel externe, on constate ici que la couche de givre sera d'autant plus fine que le tube est de gros diamètre et que la température de paroi se rapproche de 0°C .

A la connaissance des auteurs il n'existe pas de données suffisantes dans la littérature qui permettent la confrontation modèle-expérience pour le cas d'une formation de givre interne.

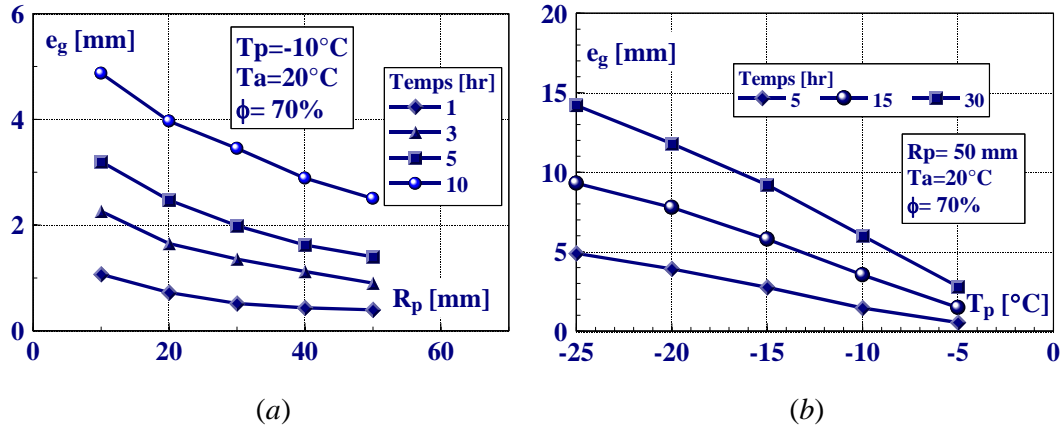


Figure 6 Effet du rayon (a) et de la température du tube (b) sur l'épaisseur de givre interne

4. Conclusion

Une modélisation de la formation de givre sur des parois cylindriques est proposée. Elle prend en compte la croissance de givre externe ou interne. Si la température d'interface air-solide est supposée constante la formulation aboutit à une solution purement analytique (modèle TIC). Dans le cas où la température d'interface varie dans le temps, une intégration numérique est nécessaire (modèle TIV). Les modèles sont validés pour le cas de la formation de givre sur un cylindre. Les simulations mettent l'accent sur l'effet du rayon du tube, de l'humidité relative de l'air et de la température de paroi.

Références

- [1] B.D. Storey and A.M. Jacobi, Frost growth in laminar channel flows with streamwise vortices. *CRC TR-123, Air Conditioning and Refrigeration Center*, University of Illinois (1997).
- [2] R.. Le Gall , M. Grillot. and C. Jallut, Modelling of frost growth and densification, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, (1997) 3177-3187.
- [3] C.M. Robinson and A.M. Jacobi, A study of frost formation on a plain fin. *ACRC TR-188, Air Conditioning and Refrigeration Center*, University of Illinois. (2001).
- [4] M. Fossaand and G. Tanda, Modelling of frost growth in simple geometries and passages. *Proc. 16th IASTED International Conference. Modelling and Simulation*. Cancun, (2005).
- [5] Y. Hayashi, A. Aoki and S. Adachi, Study of frost properties correlating with frost formation types, *J. Heat Transfer*, 99 (1997) 239-245.
- [6] S. Sengupta, S.A. Sherif and K.V. Wong, Empirical heat transfer and frost thickness correlations during frost deposition on a cylinder in cross-flow in the transient regime. *Int. J. of Energy Research*, 22- Issue 7 (1998) 615-524.
- [7] H.W. Schneider, Equation of the growth forming on cooled surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21 (1978) 1019-1024.
- [8] D. Seker, H. Karatas and N, Egriçan, Frost formation on fin-and-tube heat exchangers. Part I—Modeling of frost formation on fin-and-tube heat exchangers. *International Journal of Refrigeration*.;27-4 (2004) 367-374..