

# Etude des transferts convectifs et conductifs lors de la fusion d'un coulis de glace-eau pure dans une cavité chauffée par une paroi horizontale ou verticale.

Ahmed ARID<sup>1,2</sup>, Jean-Pierre DUMAS<sup>1\*</sup> et Abdelaziz MIMET<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Thermique, Energétique et Procédés, Université de Pau et des Pays de l'Adour  
64000 - Pau (France)

<sup>2</sup>Laboratoire d'Energétique, Université Abdelmalek Essaadi 90000 - Tétouan (Maroc)

\*(auteur correspondant : [jean-pierre.dumas@univ-pau.fr](mailto:jean-pierre.dumas@univ-pau.fr))

**Résumé** - Dans ce travail, nous proposons une étude numérique de la fusion d'un coulis de glace-eau pure contenu dans une cuve parallélépipédique (2D) simulant une cuve de stockage. Celle-ci contient au départ un mélange de particules de glace et d'eau pure à 0°C, puis est brusquement réchauffée soit par la face basse horizontale, soit par une face latérale, les autres faces étant isolées. La région entièrement fondue est le siège de mouvements convectifs alors que la région contenant encore les glaçons est considérée comme suffisamment visqueuse pour n'être le siège que de transferts conductifs. La répartition spatio-temporelle de la température, des mouvements de convection dans la partie entièrement liquide et la position de l'interface mobile coulis-eau sont décrites et analysées. Les résultats sont fortement influencés par le fait que l'eau présente un maximum de densité à 4°C.

## Nomenclature

$L_F$	chaleur latente massique, $kJ.kg^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
$T$	température, °C	$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\vec{V}$	vitesse, $m.s^{-1}$	$\mu$	viscosité dynamique, $Pa.s$
$P_d$	pression dynamique, $Pa$	$\chi_g^0$	taux de glace de départ
$f_l$	fraction liquide	<i>Indices</i>	$l$ liquide $s$ solide

## 1. Introduction

Ce texte, comme celui présenté à la SFT2010 [1], concerne un travail sur les fluides secondaires utilisés pour éviter l'utilisation massive des fluides frigorigènes responsables, à cause des fuites inévitables, d'altération de la couche d'ozone et d'augmentation de l'effet de serre. Notre laboratoire a particulièrement étudié les fluides frigoporteurs diphasiques (FFD) qui transportent l'énergie calorifique sous forme de chaleur latente de fusion. Le FFD le plus utilisé actuellement est le coulis de glace : il s'agit de particules de glace baignant dans un fluide en circulation. Le fluide le plus utilisé est généralement une solution aqueuse (alcoolique, saline ou alcaline). L'utilisation d'un FFD à base de particules de glace baignant dans de l'eau pure peut être recherchée pour avoir des échanges thermiques à la température la plus haute possible. Un tel coulis est difficile à obtenir par des voies mécaniques mais nous avons proposé sa fabrication à partir d'eau surfondue [2]. Dans une installation industrielle, la non concomitance entre la production et la demande de froid oblige le stockage du coulis de

glace dans des cuves. Celles-ci sont, en général de grandes dimensions (des dizaines de litres ou des m<sup>3</sup>) et le coulis de glace va subir une évolution du fait de la sédimentation (la densité de la glace est inférieure à celle de l'eau) ou des gradients thermiques.

Dans ce travail, nous proposons une étude numérique de la fusion d'un coulis de glace-eau pure dans une cuve parallélépipédique. L'étude d'un cas réel est en premier lieu jugé très complexe du fait de la ségrégation. C'est pourquoi, le modèle présenté ici est une première ébauche qui permet d'évaluer les possibles résultats dans une cuve réelle.

## 2. Présentation de l'étude

Il s'agit d'étudier un parallélépipédique 2D de hauteur  $H$  et de longueur  $L$ , rempli d'un coulis de glace et d'eau pure forcément à la température initiale  $T_i = T_F = 0^\circ\text{C}$  et que l'on va chauffer en imposant une température chaude  $T_1$ , soit à la face du bas (Figure 1), soit à une face latérale (Figure 2), les autres faces étant adiabatiques.

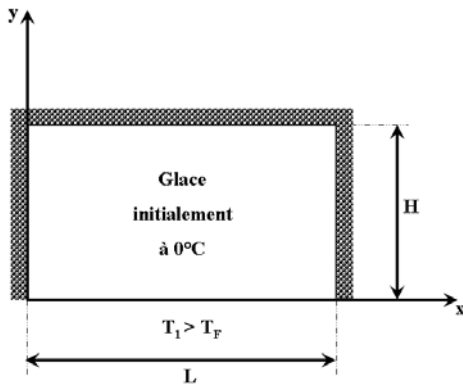


Fig. 1 Schéma de la cellule chauffée par le bas

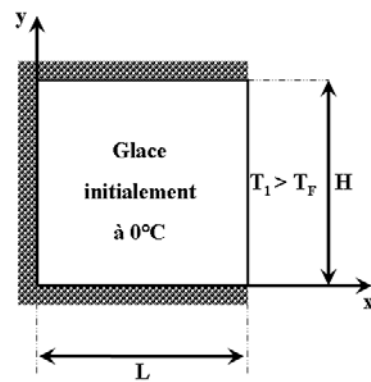


Fig. 2 Schéma de la cellule chauffée latéralement

Il est généralement admis qu'un coulis de glace contenant plus de 30 % de particules solides ne circule pas. Les travaux décrits concernent un coulis de glace contenant  $\chi_g^0 = 50\%$  de glace. Ainsi nous pourrions considérer le coulis comme une phase immobile. Celle-ci restera à la température fixe  $T_F$  mais changera de forme au fur et à mesure de sa fusion. Par contre l'eau liquide qui va apparaître sera le siège de convection naturelle. Il s'agira donc de résoudre les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans la partie liquide.

Nous tiendrons compte du fait que la masse volumique de l'eau passe par un maximum. On admettra la formule suivante :

$$\rho = \rho_{\max} \left[ 1 - \gamma (T - T_{\max})^2 \right] \quad (1)$$

où  $\rho_{\max} = 999,72 \text{ kg m}^{-3}$  est la densité maximale à la température  $T_{\max} = 4,0^\circ\text{C}$  et le coefficient  $\gamma = 9,97 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$ .

### 2.1. Equations du modèle

Nous allons écrire le modèle par une méthode classique qui consiste à résoudre des équations générales comme si elles s'appliquaient aux deux phases mais en utilisant des fonctions additionnelles qui permettent de les différentier.

Ainsi les trois équations de conservation s'écrivent:

- Continuité

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2)$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P_d + \nabla(\mu \nabla \vec{V}) + (\rho - \rho_0) \vec{g} + S(\vec{V}) \quad (3)$$

- Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c \vec{V} T) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S(T) \quad (4)$$

Dans l'équation (4), le terme  $S(T)$  représente la source (puits) d'énergie due au changement de phase. Elle s'écrit sous la forme :

$$S(T) = \rho_s L_F \frac{\partial f_l}{\partial t} \quad (5)$$

Où  $f_l$  est la fraction liquide telle que :

$$f_l = 0 \quad \text{en phase solide} \quad (6)$$

$$f_l = 1 \quad \text{en phase liquide} \quad (7)$$

$$0 < f_l < 1 \quad \text{à l'interface où } T = T_F. \quad (8)$$

La chaleur latente de fusion  $L_F$  est celle du coulis de glace soit  $L_F = \chi_g^0 L_F^0$  où  $L_F^0$  est la chaleur latente de la glace pure. En fait, en faisant le calcul avec  $\chi_g^0 = 1$  on traiterait le cas de la fusion d'un bloc compact de glace mais à la température de départ de 0°C.

La fraction liquide  $f_l$  est également utilisée pour annuler les vitesses dans la phase solide par le biais du terme  $S(\vec{V})$  de (3). En effet d'après la technique développée par Carman-

Kozeny (voir [3]), on peut écrire : 
$$S(\vec{V}) = -K_0 \frac{(1-f_l)^2}{(f_l^3 + \varepsilon)} \vec{V} \quad (9)$$

La quantité  $\varepsilon$  est introduite pour éviter une division par zéro dans le cas d'une fraction liquide nulle et la valeur de  $K_0$  doit être choisie suffisamment grande pour que le rapport  $K_0 / \varepsilon$  reste très élevé afin que la seule solution pour la vitesse soit  $\vec{V} = 0$ . Dans le cas où  $f_l = 1$  dans le liquide,  $S(\vec{V})$  s'annule et l'équation (3) donne alors normalement le champs de vitesses  $\vec{V}$ . Pour le terme de convection, la densité de référence  $\rho_0$  est prise à la température des points bas les plus chauds, c'est-à-dire à la température imposée  $T_1$  et la densité du liquide  $\rho$  est celle de l'équation (1). La nécessité d'avoir un temps de calculs raisonnable (quelques heures cependant) avec un maillage suffisamment fin pour éviter les instabilités, nous a obligés à réduire les dimensions de la cuve à quelques cm.

Il est à remarquer que pour la résolution de (4) explicitée par (5), il y a deux fois plus d'inconnues que d'équations. Ce problème est résolu par une méthode itérative qui permet de choisir les solutions conformes aux conditions (6), (7) et (8).

### 3. Résultats

#### 3.1. Chauffage par le bas

Nous traitons le cas décrit à la Figure 1. Les conditions aux limites s'écrivent alors:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0 \text{ ou } L, \forall z, t} = 0 \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{\forall x, y=H, t} = 0 \quad T(\forall x, 0, t) = T_1 \quad (10)$$

La vitesse est nulle sur les parois.

Pour les conditions initiales on a :  $T_{\forall x, \forall y, 0} = T_F = 0^\circ\text{C}$

Sur la Fig. 3 nous représentons l'évolution de la température en fonction du temps pour un parallélépipède ( $L = 0,03 \text{ m}$  et  $H = 0,015 \text{ m}$ ) pour une hauteur fixe ( $1/4 H$ ) et différentes positions horizontales  $x$ , tandis que sur la Fig. 4 cette évolution est présentée pour une position horizontale fixe ( $1/2 L$ ) et différents hauteurs  $y$ . La température imposée est  $T_1 = 2^\circ\text{C}$ .

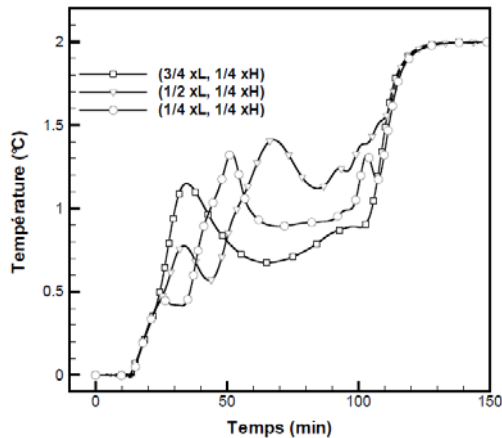


Fig3 : Température en fonction du temps pour  $y = 1/4 H$  et différentes positions horizontales

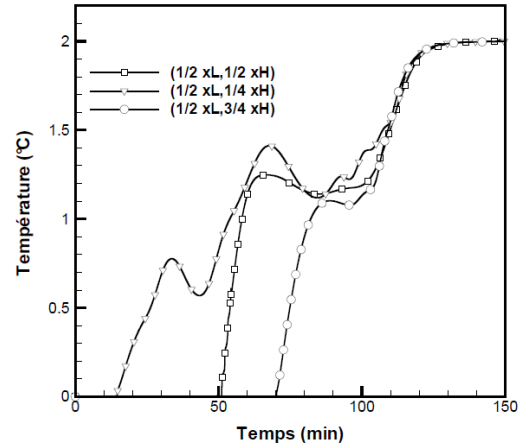


Fig 4 : Température en fonction du temps pour  $x = 1/2 L$  et différents hauteurs

Nous constatons que la température reste, bien sûr, constante à la température  $T_F$  jusqu'à ce que l'interface atteigne le point considéré. Il est plus étonnant de constater ultérieurement un pseudo-palier de température à une valeur supérieure à  $T_F$  de l'ordre de  $+1^\circ\text{C}$ . Ce palier advient lorsque le liquide est soumis à une convection naturelle sous forme de rouleaux comme l'indique la Fig. 5 donnant les lignes de courant à l'instant 34 min. Sur cette même figure est indiquée la répartition des isothermes entre  $2^\circ\text{C}$  et  $0^\circ\text{C}$ . La partie supérieure à l'isotherme à  $0^\circ\text{C}$  (front de fusion) est toujours à  $0^\circ\text{C}$ . En fait on observe au début (jusqu'à 25 min) des isothermes parfaitement horizontales sans convection. Ensuite, au fur et à mesure qu'avance le front de fusion, se développe la convection sous forme de rouleaux de type Rayleigh-Bénard et les isothermes se déforment. Il y a d'abord 7 rouleaux puis le nombre diminue (voir Fig. 6 à 80 min) jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un rouleau occupant tout

l'espace que l'on observe quand la dernière particule de glace disparaît vers 110 min au moment où la température subit une dernière augmentation brusque.

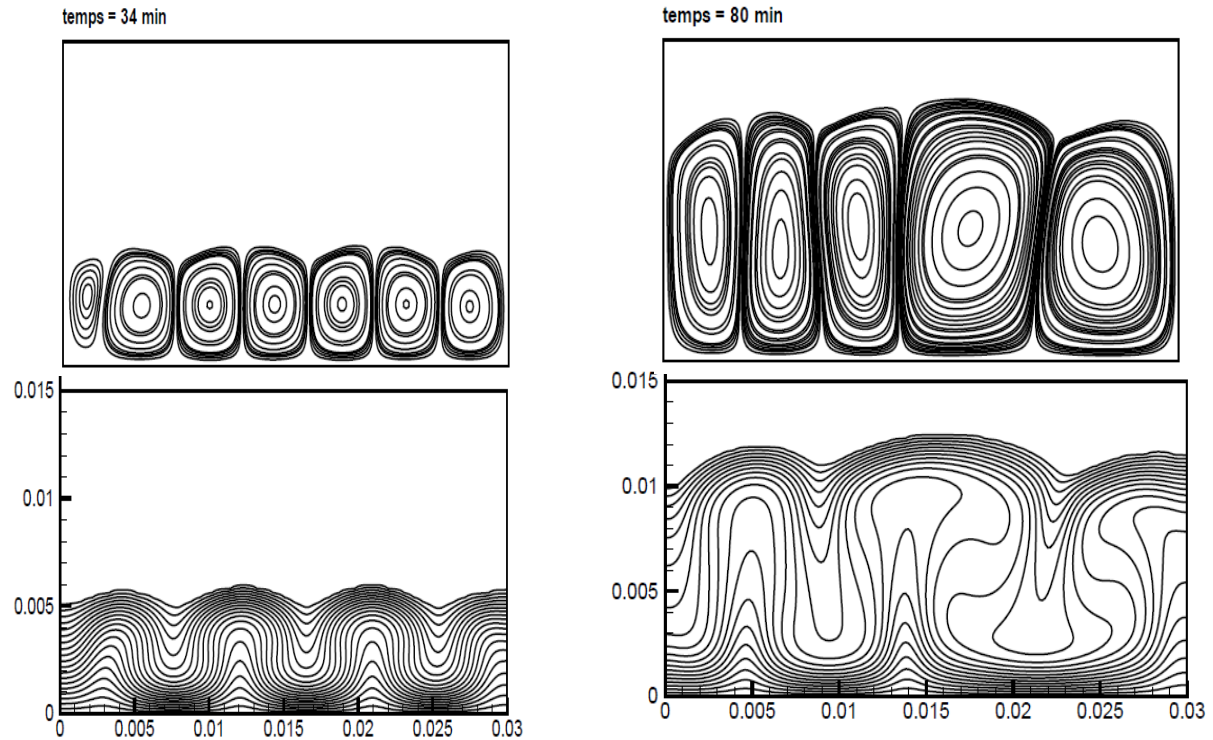


Fig. 5 Lignes de courant et isothermes entre 0°C et 2°C dans le liquide à 34 min

Fig.6 : Lignes de courant et isothermes entre 0°C et 2°C dans le liquide à 80 min

### 3.2. Chauffage latéral

Nous traitons le cas décrit à la Fig. 2. Les conditions aux limites s'écrivent alors:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0, \forall y, t} = 0 \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{\forall x, y=0 \text{ ou } H, t} = 0 \quad T(L, \forall y, t) = T_1$$

La vitesse est nulle sur les parois.

Pour les conditions initiales on a, de même :  $T_{\forall x, \forall y, 0} = T_F = 0^\circ\text{C}$ .

Sur la Figure 7, nous représentons l'évolution de la température en fonction du temps pour un parallélépipède ( $L = 0,02$  m et  $H = 0,02$  m) pour une hauteur fixe ( $1/2 H$ ) et différentes positions horizontales. La température imposée est  $T_1 = 8^\circ\text{C}$  ( $> T_{\max}$  de (1)).

Outre la stabilisation de la température à  $0^\circ\text{C}$  avant que le front de fusion n'atteigne le point considéré, nous observons aussi une pseudo-stabilisation avant une nouvelle remontée brusque.

Sur la figure 8, on observe au début des isothermes parfaitement verticales indiquant que la fusion n'a lieu qu'en présence de transferts par conduction. Nous observons ensuite l'établissement de deux rouleaux de convection (Figures 9 et 10). On s'aperçoit que ces deux rouleaux qui tournent en sens inverse sont séparés par l'isotherme à  $4^\circ\text{C}$  correspondant au maximum de densité (voir (1)). A partir de 80 min, la dernière particule de glace disparaît et il ne reste qu'un rouleau.

Signalons aussi que si on impose des températures  $T_1 \leq T_{\max} = 4^\circ\text{C}$ , un seul rouleau est observé ce qui confirme le rôle de l'inversion de densité de l'eau liquide à  $4^\circ\text{C}$  [4].

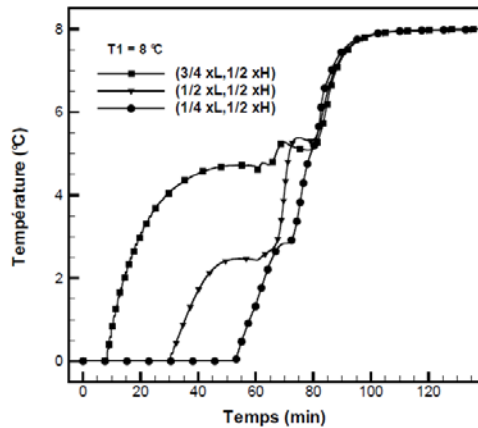


Fig. 7 Température en fonction du temps pour  $y = 1/2 H$  et différentes positions horizontales

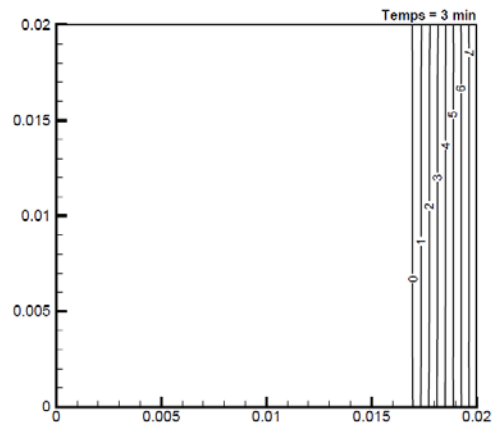


Fig. 8 Isothermes à  $t = 3 \text{ min}$

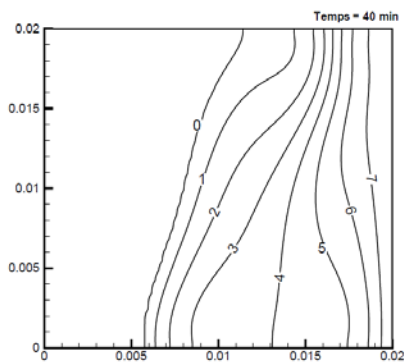


Fig. 9 Isothermes à  $t = 40 \text{ min}$

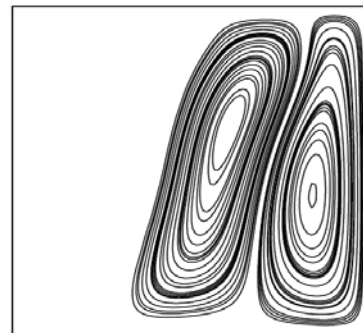


Fig. 10 Lignes de courant à  $t = 40 \text{ min}$

## 4. Conclusion

Nous avons présenté des résultats concernant le réchauffement d'un coulis de glace-eau pure placé dans un parallélépipède chauffé soit par le bas soit latéralement. Nous avons pu déterminer la cinétique locale de fusion de la glace et les mouvements de convection naturelle dans la phase liquide et en déduire le champ de température. En particulier une pseudo stabilisation de la température découplée de l'équilibre thermodynamique a été décrite due au brassage du liquide. Nous avons pu mettre en évidence l'effet de l'inversion de la variation de densité de l'eau à  $4^\circ\text{C}$ . Plus de détails seront donnés sur les séquences d'évolution de la convection ainsi que des informations sur les flux thermiques échangés [4].

## Références

- [1] A. Arid, J.P. Dumas, T. Kousksou, Y. Zéraoui Etude des transferts convectifs et conductifs dans un cylindre contenant un coulis de glace en fusion. Congrès SFT 2010 Le Touquet
- [2] J.P. Bédécarrats, T. David, J. Castaing-Lasvignottes, J.P. Dumas Etude d'un générateur de coulis de glace basé sur le phénomène de surfusion Congrès de la Société Française de Thermique, TOULOUSE Juin 2008
- [3] A.D. Brent, V.R. Voller, K.J. Reid Enthalpy-porosity technique for modeling convection-diffusion phase change Numerical Heat Transfer, 13, 297-318 (1988)
- [4] A. Arid Etude de l'évolution du front de fusion dans une cuve de stockage contenant un coulis de glace Thèse de Doctorat Université de Pau 14 Mars 2011

## Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien du Comité Mixte Interuniversitaire Franco-Marocain dans le cadre de l'Action Intégrée VOLUBILIS n° MA/06/152