

Identification spatio-temporelle du flux incident sur les tuiles du divertor du tokamak JET : approche 2D non-linéaire

J. GASPAR^{1*}, J.-L.GARDAREIN¹, F. RIGOLLET¹, C. LE NILIOT¹, Y. CORRE²

¹IUSTI UMR CNRS 6595, Universités d'Aix-Marseille
5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille, France

²CEA Cadarache

F-13108 St Paul lez Durance, France

* (auteur correspondant : jonathan.gaspar@polytech.univ-mrs.fr)

Résumé – On se propose d'estimer les flux surfaciques impactant des composants face au plasma d'une machine de fusion contrôlée, en prenant en compte la variation des propriétés thermiques en fonction de la température. Nous utilisons la méthode des gradients conjugués pour l'identification, les trois problèmes associés (direct, adjoint et sensibilités) étant résolus par la méthode des éléments finis avec le logiciel CAST3M.

Nomenclature

| | | | |
|-----------------------|---|------------------|---|
| x | direction poloïdale, m | ρ | masse volumique, $kg.m^{-3}$ |
| y | direction toroïdale, m | ε | émissivité |
| z | direction radiale, m | σ | constante Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$ |
| t | temps, s | ϕ | flux surfacique $W.m^{-2}$ |
| t_f | temps final, s | Ω | domaine spatial |
| C_p | capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$ | Γ_1 | surface soumise au flux surfacique |
| n_1 | normale à la surface Γ_1 | Γ_2 | surface non soumise au flux |
| n_2 | normale à la surface Γ_2 | θ | température du CFC, K |
| N_c | nombre de thermocouples | $\delta\theta$ | fonction de sensibilité, K |
| p | vecteur des paramètres | ψ | multiplicateur de Lagrange |
| $J(p)$ | critère quadratique, K^2 | γ | profondeur de descente |
| E | vecteur erreur, K | β | coefficient de conjugaison |
| L | Lagrangien associé au problème inverse | φ | fonction spatiale |
| d^n | direction de descente à l'itération n | ω | fonction temporelle |
| <i>Symboles grecs</i> | | σ_{bruit} | écart type du bruit de mesure, K |
| λ | conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$ | | |

1. Introduction

Les composants face au plasma des machines de fusion contrôlée sont soumis à des flux de plusieurs MW/m² pendant des dizaines de secondes. Le contrôle de ces flux est essentiel pour la survie des matériaux et le bon fonctionnement de la machine. Dans le tokamak JET (Joint European Torus), les composants face au plasma sont constitués de tuiles en carbone non activement refroidies. Les températures sont mesurées en surface par une caméra infrarouge (IR) et dans le composant par des thermocouples situés à 1cm de la surface [1]. Le carbone est isotrope (en x et z) et le dépôt de flux est variable selon la direction poloïdale (x).

Le but de ce travail est de calculer le flux déposé en surface d'une tuile en prenant en compte l'aspect bidimensionnel du problème et la variation des propriétés thermiques en fonction de la température. Un calcul direct imposant la température IR de surface comme condition de Dirichlet aurait pu être réalisé, cependant la présence de dépôts carbonés (dont

les propriétés thermiques sont inconnues) sur les tuiles situées dans la zone de fort champ [2], conduit à préférer l'utilisation d'une méthode inverse utilisant les températures des thermocouples en profondeur et à remonter aux conditions limites de surface. La méthode utilisée dans cette étude est la Méthode des Gradients Conjugués (MGC). D'autres méthodes ont déjà été appliquées à ce composant. Dans [2], les auteurs utilisent une réponse impulsionnelle 2D obtenue par la méthode des quadripôles thermiques afin de pouvoir déconvoluer les températures issues des thermocouples. Cette méthode présente l'avantage d'être rapide, mais elle ne tient pas compte des variations des propriétés thermiques en fonction de la température et nécessite une approximation de la géométrie. On se propose de comparer cette méthode à un calcul itératif tenant compte de la géométrie exacte et de la variation des propriétés thermophysiques des matériaux voir Figure 2. Après avoir exposé dans le paragraphe 2 les problèmes direct et inverse, le paragraphe 3 présentera une comparaison entre la MGC et la méthode de déconvolution [2] pour la « tuile 7 » du divertor. Les données expérimentales sont celles du choc « JET58850 ».

2. Description de la méthode

2.1. Problème direct

L'étude porte sur la « tuile 7 » du divertor de JET représentée sur la Figure 1. Le flux se dépose sur la surface exposée au plasma (Γ_1) et sa valeur dépend de la position x sur la tuile (voir Figure 3). Cette variation est liée aux lignes de champ magnétique. De plus, le flux présente une symétrie dans la direction toroïdale y , réduisant notre modèle à une coupe 2D selon les axes x et z présentée sur la figure 1.

La tuile échange un flux net radiatif sur les frontières Γ_1 et Γ_2 avec l'environnement de la machine maintenu à 450K. L'émissivité de la tuile en CFC (Composite Fibre de Carbone) est connue et vaut $\varepsilon=0.83$. Les échanges convectifs sont négligés car le tokamak est maintenu sous vide ($P \approx 10^{-5}$ Pa). Enfin, la conductivité thermique et la chaleur spécifique (λ et C_p voir Figure 2) du CFC dépendent de la température, ce qui rend le problème direct non linéaire.

Le système d'Equations aux Dérivées Partielles (EDP) qui régit le champ de température dans la tuile 7 peut donc s'écrire comme suit :

$$\rho(\theta)C_p(\theta) \frac{\partial \theta(x,z,t)}{\partial t} - \Delta(\lambda(\theta) * \theta(x,z,t)) = 0 \quad \text{Dans } \Omega \quad (1)$$

$$-\lambda(\theta) \frac{\partial \theta(x,z,t)}{\partial n_1} = \varepsilon \sigma (\theta(x,z,t)^4 - \theta_{amb}(x,z,t)^4) - \phi_{imp}(x,t) \quad \text{Sur } \Gamma_1 \quad (2)$$

$$-\lambda(\theta) \frac{\partial \theta(x,z,t)}{\partial n_2} = \varepsilon \sigma (\theta(x,z,t)^4 - \theta_{amb}(x,z,t)^4) \quad \text{Sur } \Gamma_2 \quad (3)$$

$$\theta(x,z,0) = \theta_0 \quad \text{Dans } \Omega \text{ à } t = 0 \quad (4)$$

Pour résoudre ce système d'EDP, on utilise le programme de calcul par éléments finis CAST3M [3]. On obtient alors des champs de températures $\theta(x,z,t)$, en particulier la température au niveau du thermocouple.

2.2. Problème inverse

On désigne par p l'ensemble des paramètres que l'on cherche à déterminer, dans notre cas cela correspond au flux surfacique $\Phi_{imp}(x,t)$ provenant du plasma, on a donc :

$$p = \Phi_{imp}(x,t) \quad (5)$$

On note $\theta_{mes}^i(x^i, z^i, t)$ les mesures de température relevées par le i ème capteur à la position (x^i, z^i) au cours du temps à l'intérieur du domaine Ω ou sur une frontière Γ .

Soit $\theta(x, z, t; p)$ la solution du problème direct (voir équations (1)-(4)) obtenue pour une fonction p donnée. Le problème inverse consiste donc à trouver p tel que $\theta(x^i, z^i, t; p) = \theta_{mes}^i(x^i, z^i, t)$. Comme le problème inverse est mal posé, nous le résolvons au sens des moindres carrés, pour cela nous définissons le critère quadratique suivant :

$$J(p) = \frac{1}{2} \int_0^{tf} \sum_{i=1}^{Nc} (\theta(x^i, z^i, t) - \theta_{mes}^i(x^i, z^i, t))^2 * dt \quad (6)$$

La méthode du gradient conjugué est une méthode itérative qui consiste à approcher le nouvel itéré p^{n+1} à partir de l'itéré précédent p^n , avec n le numéro d'itération, selon :

$$p^{n+1} = p^n - \gamma^{n+1} d^{n+1} \quad (7)$$

La direction de descente d^{n+1} doit être construite de telle manière que les directions de descente successives soient conjuguées entre elles. Pour ce faire, on calcule la direction de descente à chaque itération avec la formule suivante :

$$d^n = \nabla J(p^n) + \beta^n d^{n-1} \quad (8)$$

Pour le calcul du coefficient β^n nous utilisons la formule de Polak-Ribiere [4] qui s'écrit :

$$\beta^n = \frac{\iint [\nabla J(p^n) * (\nabla J(p^n) - \nabla J(p^{n-1}))] d\Omega dt}{\|\nabla J(p^{n-1})\|^2} \text{ et } \beta^0 = 0 \quad (9)$$

La profondeur de descente γ^{n+1} est calculée à chaque itération par :

$$\gamma^n = \frac{\int_0^{tf} \sum_{i=1}^{Nc} (\theta(x^i, z^i, t) - \theta_{mes}^i(x^i, z^i, t)) \delta\theta(x^i, z^i, t) dt}{\int_0^{tf} \sum_{i=1}^{Nc} (\delta\theta(x^i, z^i, t))^2 dt} \quad (10)$$

2.3. Problème de sensibilité

Soit $\delta\theta$ la fonction de sensibilité qui décrit l'élévation de température résultant d'une variation $\eta\delta p$ des paramètres, la fonction de sensibilité est définie par :

$$\delta\theta(x, z, t) = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\theta(x, z, t; p + \eta\delta p) - \theta(x, z, t; p)}{\eta} \quad (11)$$

En réécrivant le modèle direct (équations (1)-(4)) en $p + \eta\delta p$ puis en appliquant (11) on obtient le système décrivant l'évolution de la fonction de sensibilité [4] :

$$\frac{\partial \rho(\theta) C p(\theta) \delta\theta(x, z, t)}{\partial t} - \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\lambda(\theta) \delta\theta(x, z, t)) \right) = 0 \quad \text{Dans } \Omega \quad (12)$$

$$- \frac{\partial \lambda(\theta) \delta\theta(x, z, t)}{\partial n_1} = 4\sigma\epsilon\theta^3 * \delta\theta(x, z, t) - \delta p \quad \text{Sur } \Gamma_1 \quad (13)$$

$$- \frac{\partial \lambda(\theta) \delta\theta(x, z, t)}{\partial n_2} = 4\sigma\epsilon\theta^3 * \delta\theta(x, z, t) \quad \text{Sur } \Gamma_2 \quad (14)$$

$$\delta\theta(x, z, 0) = 0 \quad \text{Dans } \Omega \text{ à } t = 0 \quad (15)$$

2.4. Problème adjoint

Soit $L(\theta, \psi, p)$ le lagrangien associé au problème de minimisation défini par l'équation (6) et contraint par le système d'équations (1)-(4). Le lagrangien s'exprime par :

$$L(\theta, \psi, p) = J(p) + \int_0^{tf} \int_0^\Omega \left(\rho(\theta) C p(\theta) \frac{\partial \theta(x, z, t)}{\partial t} - \Delta(\lambda(\theta) * \theta(x, z, t)) \right) \psi(x, z, t) dt d\Omega \quad (16)$$

La minimisation de ce lagrangien [4] permet d'obtenir le système d'EDP suivant:

$$\rho(\theta) C p(\theta) \frac{\partial \psi(x, z, t)}{\partial t} + \lambda(\theta) \Delta \psi(x, z, t) = E(x, z, t) \quad \text{Dans } \Omega \quad (17)$$

$$-\lambda(\theta) \frac{\partial \psi(x,z,t)}{\partial n_1} = 4\sigma\varepsilon\theta^3\psi(x,z,t) \quad \text{Sur } \Gamma_1 \text{ et } \Gamma_2 \quad (18)$$

$$\psi(x,z,t) = 0 \quad \text{Dans } \Omega \text{ à } t = tf \quad (19)$$

La fonction erreur $E(x,z,t)$ est nulle sur tout le domaine à l'exception des positions des thermocouples, où la fonction $E(x,z,t)$ est alors égale à l'expression suivante :

$$E(x,y,t) = \left(\theta(x^i, z^i, t) - \theta_{mes}^i(x^i, z^i, t) \right) \quad (20)$$

Une fois ce système d'EDP résolu, on peut identifier le gradient de la fonctionnelle $J(p)$ [4]:

$$\nabla J(p) = \psi(x,y,t) \quad \text{Sur } \Gamma_1 \quad (21)$$

2.5. Critère d'arrêt

Les itérations se poursuivent tant que la fonctionnelle n'est pas inférieure ou égale à la valeur seuil J_{seuil} , utilisant l'écart type du bruit de mesure σ_{bruit} supposé connu :

$$J_{seuil} = \frac{1}{2} \int_0^{tf} \sum_{i=1}^{NC} (\sigma_{bruit})^2 dt \quad (22)$$

3. Résultats expérimentaux tuile 7

3.1. Présentation

Après l'avoir testé sur des données numériques avec succès, la méthode est appliquée à un cas expérimental traité précédemment [2] en linéaire avec une géométrie simplifiée, par une méthode de déconvolution. Il s'agit du choc «JET58850 » dans lequel on a appliqué plusieurs créneaux temporels de puissance sur les composants face au plasma. La configuration magnétique de ce choc a été ajustée pour que la forme spatiale du flux ait sa valeur maximale juste au-dessus d'un TC de la tuile 7.

La MGC est initialisée avec un flux nul sachant que la convergence de la méthode est indépendante de cette valeur initiale, le critère seuil est atteint à l'itération 502 en 27h de calcul pour un maillage de 688 noeuds, 551 pas de temps calculés avec une machine ayant un seul processeur à 2,53GHz.

Sur la Figure 4 on peut observer la mesure du thermocouple (trait noir) et les températures simulées avec le flux estimé par la MGC non linéaire (triangle). Les deux allures sont superposées.

3.2. Discussions

Le résultat de la MGC prenant en compte la non linéarité du CFC et la géométrie réelle de la tuile est présenté en Figure 5 (trait noir), ainsi que :

- Le résultat obtenu par une méthode de Déconvolution (trait mixte gris), utilisant la réponse indicielle 2D calculée par une modélisation linéaire (du point de vue des propriétés du CFC) à l'aide des quadripôles thermiques, couplée à une régularisation de Tikhonov [2] ; cette méthode fournit le flux conductif entrant dans la tuile (= flux plasma $\phi_{imp}(x,t)$ - pertes radiatives voir eq (4)) alors que la MGC fournit directement $\phi_{imp}(x,t)$. Les pertes radiatives maximales étant de l'ordre de 40 kW/m² elles sont négligeables devant les quelques MW/m² du flux plasma. On admet donc que les deux méthodes estiment le flux plasma $\phi_{imp}(x,t)$.

- Le résultat obtenu par la MGC (triangles), dans lequel les propriétés du CFC sont considérées indépendantes de la température et dont les valeurs prises à $T = 573\text{K}$ sont identiques à celles de la méthode de déconvolution.

La figure 6 permet également de comparer les 3 approches en présentant l'écart entre le flux estimé par la MGC non linéaire (qui sert de référence) et les deux autres méthodes.

Le premier point que l'on peut mettre en évidence est l'importance de la non linéarité des propriétés thermiques du CFC, en comparant les résultats obtenus par la MGC linéaire et non linéaire. Seuls les trois premiers paliers de puissances sont estimés correctement, les deux derniers paliers correspondent à des niveaux de températures suffisamment élevés (T de surface $\approx 950\text{ K}$) pour devoir prendre en compte les variations de propriétés thermophysiques de la Figure 2. Pour le dernier palier il y a une différence de niveau de l'ordre de 8% ainsi qu'une différence de dynamique pour la montée et la descente du flux de l'ordre de 0.2s.

Le second point à noter est l'importance d'utiliser une modélisation exacte de la géométrie ainsi que des conditions aux limites, en comparant le résultat de la MGC linéaire et le résultat de la méthode de déconvolution elle aussi linéaire. Pour la MGC nous utilisons la géométrie exacte et les pertes radiatives sur toutes les faces sont prises en compte, alors que pour la déconvolution la géométrie est approximée par un rectangle dont les bords sont adiabatiques sur Γ_2 et où aucune perte radiative n'est prise en compte sur Γ_1 . L'écart entre la MGC non linéaire et la méthode de déconvolution est d'environ 17% pour l'estimation du dernier palier ainsi qu'un décalage de dynamique de l'ordre de 0.5s toujours pour ce dernier palier. Le temps caractéristique de diffusion estimé sur l'épaisseur de la tuile est $e^2/\alpha \approx 13\text{s}$. Il est donc important pour des temps de cet ordre de bien modéliser les échanges en face arrière. La différence de modélisation entre les deux méthodes peut donc expliquer leur écart de résultats à ces temps longs. On notera également que la méthode de déconvolution fait apparaître des oscillations contrairement à la MGC qui offre une solution plus stable.

Malgré tout, la méthode de déconvolution permet d'obtenir une estimation en 30secondes contrairement à la MGC dont le calcul a nécessité 27h. Ceci fait de la méthode de déconvolution, une méthode permettant un contrôle en temps réel, alors que la MGC permet d'avoir une estimation plus précise et plus stable, nécessaire à la compréhension des phénomènes physiques.

4. Conclusions et perspectives

Cette étude a permis de mettre en place une méthode de calcul bidimensionnelle du flux déposé sur les tuiles du divertor de JET présentant l'avantage de modéliser exactement la géométrie, les conditions aux limites, ainsi que la non linéarité des propriétés thermiques du CFC. La méthode a été testée au préalable sur des cas numériques afin de vérifier son bon fonctionnement. Nous avons comparé nos résultats sur le choc «JET58850» à d'anciens travaux, ce qui a permis de mettre en évidence le gain de précision de cette nouvelle méthode au détriment de la rapidité. La déconvolution reste donc une méthode adaptée au contrôle en temps réel du flux surfacique. Alors que la MGC est une méthode précise et fiable permettant d'obtenir l'évolution précise du flux surfacique.

A la vue de ces résultats, différentes perspectives apparaissent. La première est l'utilisation de ces résultats afin de pouvoir calibrer les caméras IR observant les tuiles. La deuxième est le développement de cette technique pour les autres tuiles présentes sur le divertor de JET car suivant les chocs, les forts flux ne se déposent pas sur les mêmes tuiles. On peut enfin développer la méthode sur des tuiles en tungstène qui sera le matériau utilisé principalement

dans le tokamak ITER. Du fait de sa faible émissivité, les mesures de température par thermographie IR présentent certaines difficultés.

Figures

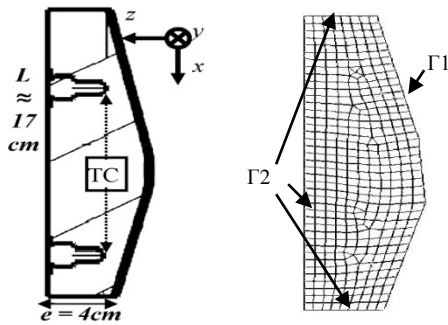


Figure 1 : Tuile en carbone 'outer' du divertor de JET (schéma et maillage)

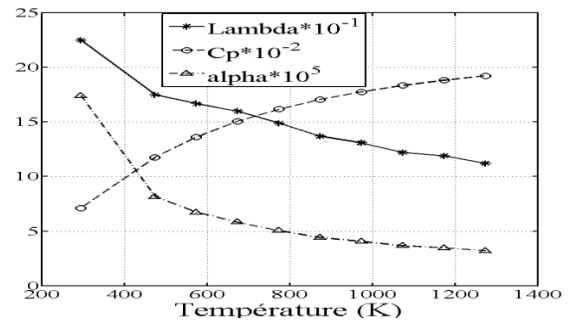


Figure 2 : Evolution des propriétés thermiques en fonction de la température

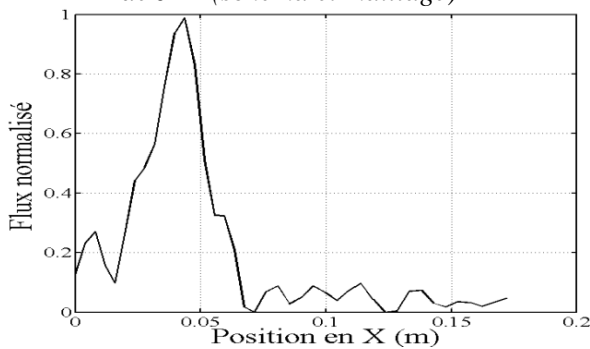


Figure 3 : Répartition spatiale du flux surfacique normalisé

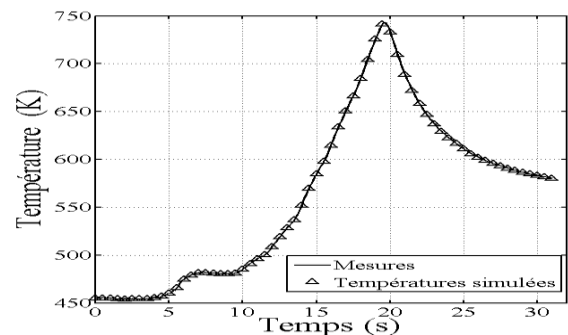


Figure 4 : Echauffement du thermocouple et températures simulées

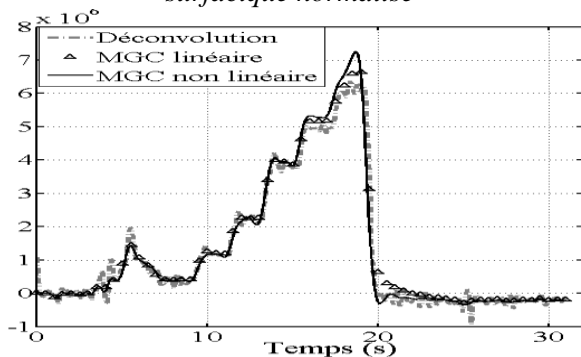


Figure 5 : Evolution des flux surfacique estimés par 3 méthodes différentes

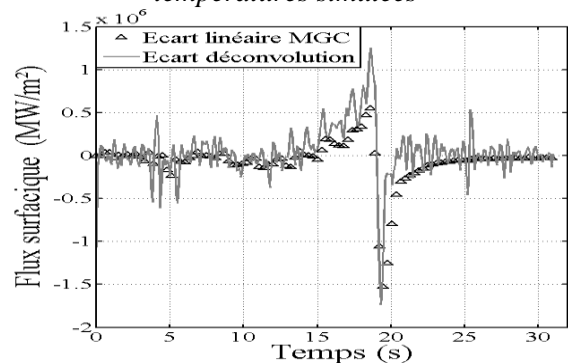


Figure 6 : Ecart d'estimation du flux surfacique

Références

- [1] V. Ricardo, W. Fundamenski, G-F Matthews, Reconstruction of power deposition profiles using JET MkIIIGB thermocouple data for ELMY H-mode plasmas *Plasma Phys. Control. Fusion* **43** (2001) 881-906
- [2] J.-L.Gardarein, Y.Corre, F.Rigollet, C.LeNiliot, R.Reichle, P.Andrew Thermal quadrupoles approach for two-dimensional heat flux estimation using infrared and thermocouple measurements on the JET tokamak *International Journal of Thermal Sciences* **48** (2009) 1-13
- [3] P. Verpaux, A. Millard, A. Hoffman, L. Ebersolt, CASTEM2000: a modern approach of computerised structural analysis, in: Proc. *Recent Advances in Design Procedures for High Temperature Plant*, Risley, November 1988.
- [4] Y. Jarny, M.N. Ozisik, J.P. Bardon, A general optimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction, *Int. J. Heat Mass Transfer* **34** (1991) 2911-2919.