

# Estimation d'un coefficient d'échange variable sur une paroi plane verticale chauffée localement

Vincent FEUILLET<sup>1\*</sup>, Mohamed LARBI YUCEF<sup>1</sup>, Laurent IBOS<sup>1</sup>, Yves CANDAU<sup>1</sup>, Patrice BALCON<sup>2</sup>, Alain FILLOUX<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Est, CERTES, 61 avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil

<sup>2</sup> FLIR Advanced Thermal Systems, 19 boulevard Bidault, 77183 Croissy Beaubourg

<sup>3</sup> Alpheeis, Espace Beethoven, 1200 route des lucioles, 06560 Valbonne

\* (auteur correspondant : vincent.feuillet@u-pec.fr)

**Résumé** - Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet de recherche « NADIHAH » qui a conduit au développement en laboratoire d'un dispositif expérimental de thermographie infrarouge active permettant l'estimation de résistance thermique de parois de bâtiment. Dans le présent travail, la variation durant la mesure du coefficient d'échange thermique sur la face d'excitation de la paroi est prise en compte. Le développement d'une procédure de raffinement progressif associée à une distribution non régulière de coefficients dans le temps entraîne une diminution significative des résidus de température par rapport aux estimations faisant intervenir un coefficient d'échange constant durant l'expérience.

## 1. Introduction

Le projet de recherche « NADIHAH » a permis le développement d'un protocole de mesure de la résistance thermique de parois isolées avec des doublages plâtre-isolant (polystyrène, polyuréthane, laine de roche) [1]. Ce projet cible les bâtiments anciens dont les performances énergétiques sont généralement médiocres et qui représentent 60% du parc immobilier en France. L'importante économie d'énergie que renferme ce parc de logements passe, à plus ou moins long terme, par une mise à niveau égale à celle des bâtiments neufs, opération massive de rénovation qui suppose une meilleure évaluation de la qualité de l'enveloppe thermique existante des bâtiments. Ceci démontre l'importance de disposer d'une méthode de diagnostic énergétique performante.

## 2. Méthode de diagnostic de la résistance thermique d'une paroi par thermographie infrarouge active

Nous rappelons dans cette partie le principe de la méthode de mesure mise en œuvre et les principaux résultats obtenus dans le cadre du projet NADIHAH. Pour plus d'informations, le lecteur pourra consulter la référence [1].

Le banc d'essai mis au point en laboratoire est présenté sur la figure 1. Celui-ci permet de mesurer par thermographie IR les températures en face avant de panneaux d'isolation. Ce dispositif de thermographie active consiste à exciter thermiquement à l'aide d'un ensemble de 24 spots halogènes de 20W montés au sein d'un caisson réfléchissant le panneau à caractériser. Celui-ci est soumis à un créneau de puissance de 5400s, durée sur laquelle s'effectuent les différentes identifications. La période d'échantillonnage des mesures de thermographie est fixée à 5s. Différentes mesures de température d'air et de paroi par thermocouples sont également réalisées (voir figure 1). Les panneaux étudiés sont constitués d'un doublage plâtre-isolant fixé sur un mur porteur. Afin de se rapprocher au mieux des conditions in-situ, on interpose une lame d'air d'1cm d'épaisseur entre la couche d'isolant et

le mur. L'ensemble du dispositif expérimental est synchronisé par l'intermédiaire une application *Labview*® (voir figure 1).

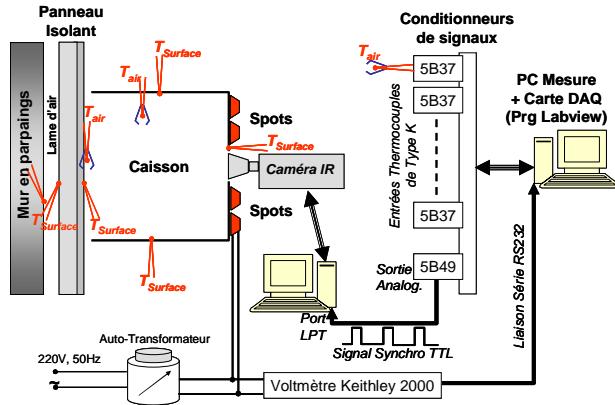


Figure 1 : Représentation schématique du banc de mesure du projet NADIIAH

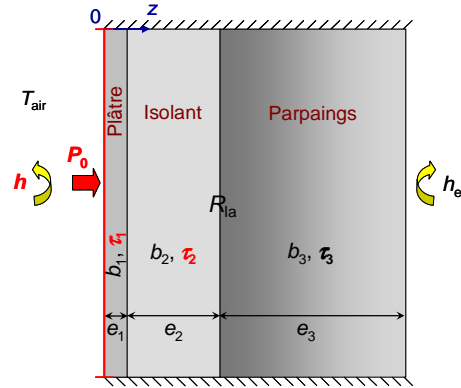


Figure 2 : Vue en coupe de la structure de paroi étudiée et des transferts de chaleur mis en jeu

Le problème de modélisation 1D transitoire dans les parois étudiées (figure 2) est résolu à l'aide des quadripôles thermiques [2] en formulation «  $b$  (effusivité thermique) –  $\tau$  (constante de temps) ». De plus, une approche asymptotique aux temps courts et aux temps longs est utilisée afin de réduire le nombre de paramètres à identifier. Le processus d'identification consiste à estimer quatre paramètres (la densité de puissance absorbée  $P_0$ , le coefficient d'échange en face avant  $h$ , les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  des couches de plâtre et d'isolant) en minimisant le critère des moindres carrés  $S$  suivant :

$$S = \sum_{j=1}^J [T_{mesure,j} - T_{estimation,j}(\beta)]^2 \quad (1)$$

où  $T_{mesure}$  et  $T_{estimation}$  regroupent respectivement les températures mesurées et estimées à l'aide du modèle quadripôles pour un vecteur  $\beta$  constitué des paramètres à estimer ( $\beta = [P_0 ; h ; \tau_1 ; \tau_2]$ ),  $J$  est le nombre total de données expérimentales. La minimisation de  $S$  est réalisée par l'algorithme de Levenberg-Marquardt afin d'estimer le vecteur  $\beta$  [3].

Un bilan des différentes estimations pour l'ensemble des parois étudiées montre que l'erreur relative de résistance thermique par rapport à la résistance théorique ne dépasse pas  $\pm 20\%$  pour 90% (18/20) des essais réalisés [1] (résultats obtenus en considérant le coefficient d'échange  $h$  constant pour toute la durée de l'expérience).

### 3. Méthode de raffinement progressif pour l'estimation d'un coefficient d'échange variable

La variation temporelle du coefficient d'échange est paramétrisée sous la forme d'une fonction constante par morceaux (figure 3). Sans information au préalable, il n'est pas possible de fixer à l'avance le nombre de composantes  $nb$  de ce profil ainsi que leur répartition suivant le temps. Nous étudions ici la possibilité de procéder par raffinements successifs du maillage du profil et ainsi d'estimer successivement plusieurs profils discrétisés de plus en plus finement. Dans cette section 3, le modèle direct est résolu à l'aide du code de calcul *Comsol*®. Celui-ci résout le problème de conduction 1D transitoire par la méthode numérique des Éléments Finis [4]. Il permet en particulier la prise en compte de la variation temporelle du coefficient d'échange  $h$ . A noter que la résolution *Comsol* est intégralement pilotée depuis l'environnement *Matlab*® sous lequel a été développé le programme

d'identification de paramètres. Dans une première approche, les paramètres  $P_0$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  ne sont pas estimés et sont fixés aux valeurs issues de l'identification quadripôles (section 2).

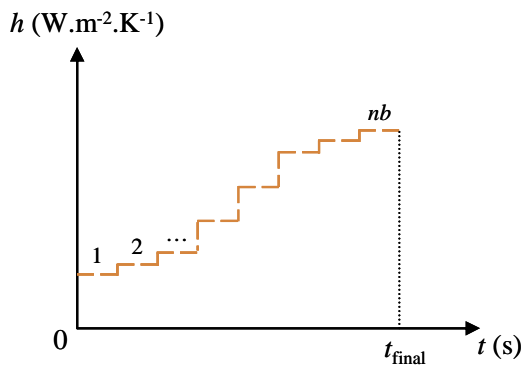


Figure 3 : Paramétrisation sous la forme d'une fonction constante par morceaux de la variation temporelle du coefficient d'échange  $h$

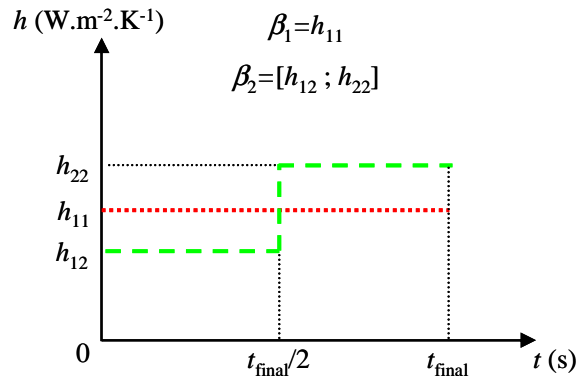


Figure 4 : Discrétisation régulière dans le temps de l'évolution du coefficient d'échange  $h$  pour les deux premiers niveaux de raffinement

### 3.1. Discrétisation régulière dans le temps

L'approche de raffinement progressif du profil  $h(t)$  consiste à initialiser l'algorithme d'inversion à un premier niveau de raffinement pour lequel on ne considère qu'une seule valeur de coefficient d'échange de  $t=0$  à  $t=t_{\text{final}}$  ( $nb=1$ , figure 4). Après minimisation du critère des moindres carrés  $S$ , un premier vecteur  $\beta_1=h_{11}$  est obtenu. Celui-ci est utilisé pour initialiser la procédure d'inversion pour le deuxième niveau de raffinement ( $nb=2$ ) pour lequel on subdivise en deux parties égales l'axe du temps, ce qui conduit à un nouveau vecteur  $\beta_2=[h_{12}; h_{22}]$ . Le nombre de composantes du vecteur recherché est ainsi multiplié par deux entre deux niveaux de raffinement successifs. Ce procédé de raffinement progressif régulier est répété tant qu'une diminution du critère des moindres carrés est observée [5].

Cette approche est appliquée au cas d'un doublage dont l'isolant est constitué d'une couche de 60mm de mousse de polyuréthane. Les profils estimés aux cinq premiers niveaux de raffinement sont représentés sur la figure 5. L'évolution du minimum du critère des moindres carrés  $S_{\text{min}}$  en fonction du niveau de raffinement (figure 6) montre que la prise en compte de la variation temporelle du coefficient d'échange permet de diminuer de manière significative ce critère. De plus, le cinquième niveau de raffinement est celui pour lequel on obtient une identification optimale du profil, le passage au niveau 6 entraînant une augmentation du critère.

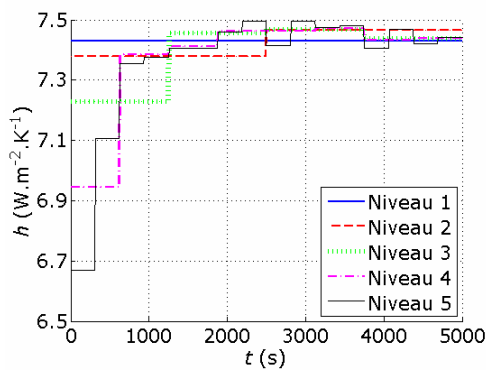


Figure 5 : Profils de coefficient d'échange  $h$  estimés aux cinq premiers niveaux de raffinement pour une discrétisation régulière dans le temps

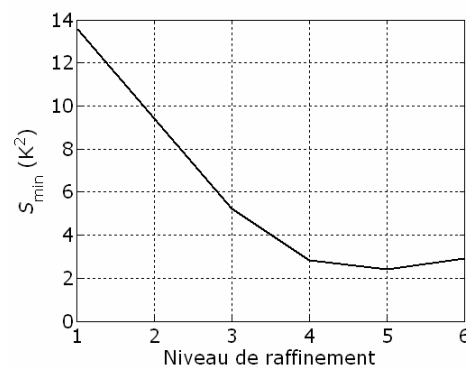


Figure 6 : Minimum du critère des moindres carrés en fonction du niveau de raffinement pour une discrétisation régulière dans le temps

### 3.2. Discrétisation non régulière dans le temps à l'aide d'indicateurs de raffinement

Un développement du procédé de raffinement consiste à rechercher à chaque niveau de raffinement une distribution non régulière de coefficients dans le temps. Dans le paragraphe 3.1, lors du passage d'un niveau de raffinement au suivant, un nombre donné de valeurs de coefficient est ajouté uniformément sur l'axe du temps. Le vecteur  $\beta$  peut alors être «sur-paramétrisé» pour certains intervalles de temps ou au contraire «sous-paramétrisé» pour d'autres. L'idée est de calculer à chaque niveau de raffinement des indicateurs permettant de prévoir la distribution temporelle des coefficients au niveau suivant la plus favorable à une diminution du critère, et ceci sans résoudre le problème inverse correspondant [6]. Afin de définir ces indicateurs, considérons le premier niveau de raffinement et un exemple arbitraire de répartition des coefficients susceptible de constituer le deuxième niveau de raffinement (figure 7).

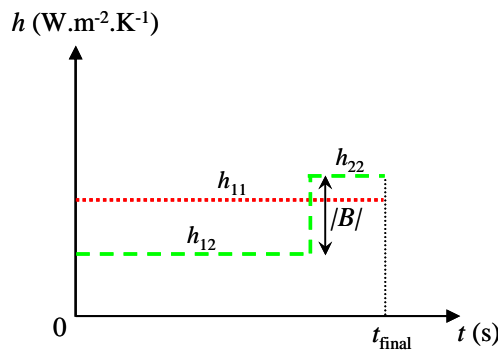


Figure 7 : Exemple de discrétisation non régulière dans le temps de l'évolution du coefficient d'échange  $h$  pour les deux premiers niveaux de raffinement

Soient  $\beta_1 = h_{11}$  la solution après minimisation du critère des moindres carrés au premier niveau de raffinement (problème  $(P_1)$ ) et  $\beta_2 = [h_{12}; h_{22}]$  la solution supposée inconnue du deuxième niveau (problème  $(P_2)$ ).  $(P_2)$  peut se présenter sous la forme d'un problème de minimisation du critère contraint par l'équation :

$$h_{22} - h_{12} = B \quad (2)$$

Si  $B = 0$ , la solution du problème contraint est alors nécessairement la solution de  $(P_1)$ . L'équation de contrainte (2) peut se généraliser sous forme matricielle  $A\beta = B$ , où  $B$  est le vecteur des  $n$  discontinuités de coefficient d'échange  $(\delta_{i,i+1})_{1 \leq i \leq n}$  aux frontières des  $n+1$  morceaux du profil temporel et  $A$  une matrice  $n \times (n+1)$  dont le rang  $n$  est défini par :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & -1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Le problème de minimisation du critère contraint est reformulé en introduisant le Lagrangien :

$$L_B(\beta, \Psi) = S(\beta) - \langle \Psi, A\beta - B \rangle \quad (4)$$

où  $\Psi$  est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte  $A\beta = B$ . La stationnarisation du Lagrangien [7] permet d'écrire que  $\beta$  satisfait les équations suivantes :

$$\frac{\partial L_B}{\partial \beta}(\beta, \Psi) = \nabla S(\beta) - A' \Psi = 0 \quad ; \quad \frac{\partial L_B}{\partial \Psi}(\beta, \Psi) = A' \Psi - B = 0 \quad (5), (6)$$

Soit  $S_{\min} = \min_{A\beta=B} S(\beta)$  le minimum du critère associé au second membre de la contrainte  $B$ .

Nous déduisons des équations (4), (5) et (6) que :

$$\left. \frac{\partial S_{\min}}{\partial B} \right|_{B=0} = \left. \frac{\partial L_B}{\partial B}(\beta, \Psi) \right|_{B=0} = \Psi \quad (7)$$

Le multiplicateur de Lagrange nous donne finalement la sensibilité du critère à la perturbation  $B$ .  $\Psi$  est alors appelé un indicateur de raffinement et peut être déduit de l'équation (5).

Dans l'exemple étudié, calculons l'indicateur de raffinement associé au découpage du profil en deux parties proposé sur la figure 7. L'équation (5) entraîne :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial h_{12}}(\beta) - \Psi = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial h_{22}}(\beta) + \Psi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

d'où :

$$\Psi = \frac{\partial S}{\partial h_{12}}(\beta) = -\frac{\partial S}{\partial h_{22}}(\beta) \text{ avec } \beta = [h_{11} ; h_{11}] \quad (9)$$

Nous remarquons que  $\Psi$  est donné par les dérivées partielles  $\frac{\partial S}{\partial h_{i2}}(\beta)$  du critère calculées à partir de la solution du niveau de raffinement en cours (problème  $(P_1)$ ). Sans résoudre le problème  $(P_2)$ , la valeur absolue de  $\Psi$  nous indique donc si le nouveau raffinement proposé est susceptible d'entraîner une diminution plus ou moins importante du critère.

Reprenons le cas d'étude du paragraphe 3.1 en examinant deux situations opposées de discrétisation du profil de coefficient d'échange : les cas  $A$  et  $B$  pour lesquels la discrétisation est fortement resserrée respectivement en début et en fin d'expérience. Les profils identifiés sont présentés sur la figure 8. La comparaison de l'évolution du minimum du critère en fonction du niveau de raffinement (figure 9) montre que le cas  $A$  est plus favorable à une minimisation rapide. La représentation du gradient du critère calculé par l'équation (5) normalisé sur chaque intervalle de temps (indicateurs de raffinement) pour le cas  $A$  indique qu'une discrétisation plus fine aux premiers instants favorise la minimisation du critère (figure 10). En effet, ces indicateurs de raffinement représentant la sensibilité du critère à la discrétisation proposée présentent dans l'ensemble des valeurs plus importantes en début d'expérience. Une « sur-paramétrisation » locale du coefficient d'échange est ainsi évitée, particulièrement en fin d'expérience où la valeur du coefficient d'échange a tendance à fortement se stabiliser. On observe en effet que la température mesurée varie beaucoup aux premiers instants de l'expérience et peu aux temps longs [1].

## 4. Conclusion

Cette étude a permis de définir une méthode de raffinement progressif pour l'estimation d'un coefficient d'échange variable sur une paroi plane verticale chauffée localement. Elle est appliquée à l'analyse des données issues d'un dispositif expérimental de thermographie infrarouge active permettant l'estimation de la résistance thermique de parois isolées de bâtiments. Cette méthode permet sans information au préalable d'obtenir la précision de discrétisation optimale du profil temporel. De plus, le calcul d'indicateurs de raffinement

conduit à localiser les intervalles de temps à discrétiser préférentiellement de façon à favoriser la minimisation des résidus de température.

Une première perspective à ce travail consiste à automatiser la recherche de la discrétisation optimale du profil entre deux niveaux de raffinement successifs. De plus, il serait intéressant de quantifier l'apport de la méthode sur l'estimation et sur l'incertitude de la résistance thermique dans le cas d'étude choisi en fonction du niveau de raffinement. Enfin, les niveaux de coefficient d'échange obtenus seront à comparer dans un travail ultérieur avec ceux issus de corrélations ou de mesures.

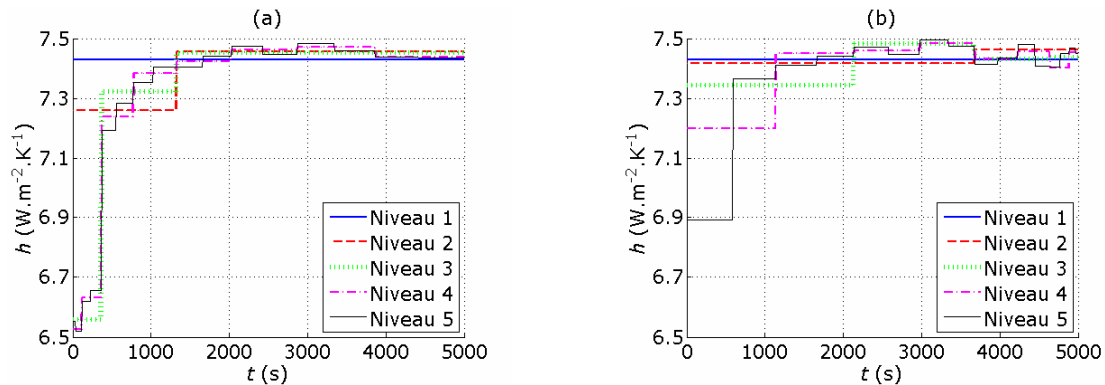


Figure 8 : Profils de coefficient d'échange  $h$  estimés : (a) discrétisation A, (b) discrétisation B

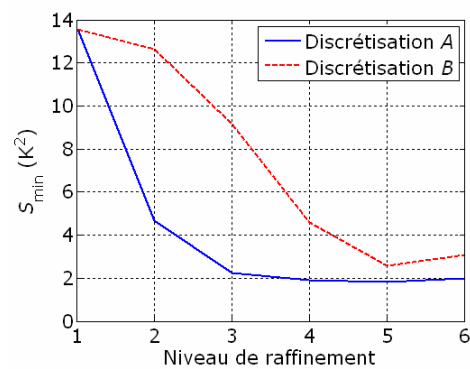


Figure 9 : Minimum du critère des moindres carrés pour les deux cas de discrétisation étudiés

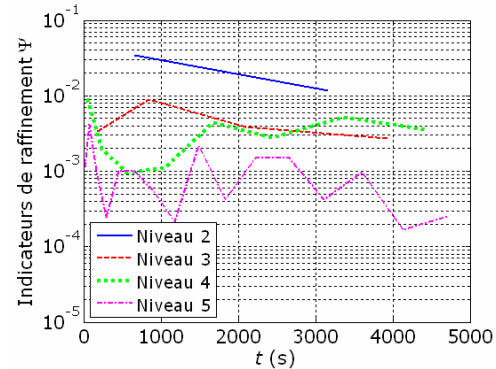


Figure 10 : Indicateurs de raffinement normalisés pour le cas de discrétisation A

## Références

- [1] M. H. A. Larbi Youcef, L. Ibos, V. Feuillet, P. Balcon, Y. Candau, A. Filloux, Diagnostic of insulated building walls of old restored constructions using active infrared thermography, *QIRT 2010* (Québec, Canada, 27-30 juillet 2010), 179-186.
- [2] D. Maillet, S. André, J.C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles*, Wiley Ed. (2000).
- [3] D. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *SIAM Journal Applied Math.*, 11 (1963), 431-441.
- [4] F.P. Incropera, D.P. DeWitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 4<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons (1996).
- [5] J. Liu, A multiresolution method for distributed parameter estimation, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14 (1993), 389-405.
- [6] H. B. Ameer, G. Chavent, J. Jaffré, Refinement and coarsening indicators for adaptive parametrization: application to the estimation of hydraulic transmissivities, *Inverse Problems*, 18 (2002), 775-794.
- [7] Y. Jarny, *Inverse Engineering Handbook*, CRC Press, A. Woodbury Ed. (2003), 103-218.