

Calcul de la température et de la résistance de constriction d'un milieu semi-infini soumis à une source de chaleur circulaire mobile

Nadia ADERGHAL¹, Tahar LOULOU^{1*}, Ali BOUCHOUCHA², Philippe ROGEON¹

¹ Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne, ET2E, UBS
-BP 92116 – 56321 Lorient CEDEX FRANCE

² Laboratoire de Mécanique, Campus Chaabat-Erssas,
Université Mentouri, Constantine 25000 ALGERIE

* (auteur correspondant: tahar.loulou@univ-ubs.fr)

Résumé - Nous proposons dans ce travail une étude numérique qui permet de calculer la température de surface ainsi que la résistance thermique de constriction d'un milieu semi-infini soumis à une source de chaleur circulaire mobile avec et sans refroidissement à la surface. Le problème est résolu numériquement par la méthode des éléments finis en utilisant un code de calcul commercial. Les résultats obtenus ont été validés par des solutions analytiques et des approximations existantes dans la littérature avec des conditions aux limites adiabatiques. La variation de la constriction en fonction du nombre de Peclet a été calculée et présentée. La confrontation des résultats numériques et analytiques nous a montré une excellente concordance où une erreur inférieure à 1% a été observée. Cette confrontation a permis la validation de notre modèle numérique qui nous a permis, par la suite, d'étudier l'influence de la convection sur l'évolution de la température maximale, la température moyenne de contact et la résistance de constriction. Les calculs mettent en évidence une étroite liaison entre les paramètres fondamentaux qui caractérisent ce type de problème : la vitesse, le coefficient de convection et la résistance de constriction thermique.

Nomenclature

a	rayon de contact, m	V	vitesse de glissement, $m.s^{-1}$
b	demi-largeur de milieu, m	x, y, z	coordonnées cartésiennes, m
h	coefficient de convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
q	densité de flux, $W.m^{-2}$	ψ	constriction adimensionnelle,
T	température, K	ε	rapport de constriction,

1. Introduction

Les échanges thermiques à travers l'interface de deux solides en contact dynamique représentent un phénomène très important dans les systèmes de frottement tels que le freinage, l'usure et beaucoup d'autres systèmes. Ils dépendent de l'évolution de la température ainsi que la constriction thermique qui se produisent au niveau du contact. La connaissance de ces paramètres est nécessaire, pour bien comprendre le comportement tribologique des matériaux. Leurs études demandent une bonne maîtrise des mécanismes thermiques qui s'opèrent au voisinage de l'interface et des paramètres qui les gouvernent. De nombreux modèles avec différentes formes de sources de chaleur ont été développés dans la littérature pour calculer la résistance de constriction thermique d'un contact : (i) statique [1,2] ou (ii) glissant [3-12] avec et sans refroidissement à la surface, en régime stationnaire et/ou transitoire. Dans le cas d'un contact glissant, les méthodes analytiques reposent sur l'utilisation de la théorie des sources mobiles pour calculer la distribution de la température d'un solide semi-infini soumis à une source de chaleur. Les sources mobiles étudiées ont souvent la forme d'une bande infinie (cas 2D) ou rectangulaire (cas 3D) [13,14] avec des

conditions adiabatiques à la surface. Dans le cas d'une source circulaire mobile, Tian et Kennedy [3] ont proposé des solutions analytiques et des approximations qui permettent de calculer la température pour différentes valeurs du nombre de Peclet. Plus récemment, Laraqi [4] a proposé une solution exacte pour un milieu semi-infini soumis à une source circulaire mobile. Dans une autre étude, Laraqi [5] a calculé la résistance thermique de contact entre deux solides. L'interface est modélisée par de multiples contacts circulaires avec des rayons différents et des positions aléatoires. D'autres auteurs [6] ont donné une solution analytique explicite adaptée à des contacts multiples mobiles, qui peuvent être circulaires ou elliptiques, disposés selon un réseau carré à la surface d'un milieu semi-infini. Cette solution permettait de calculer la distribution tridimensionnelle de la température ainsi que la résistance de constriction. Toutes ces études ont été réalisées avec des surfaces isolées hors de la zone de contact.

Le but de ce travail est de déterminer numériquement la distribution de la température et de la résistance de constriction dans les solides soumis à un échauffement par frottement d'un dispositif de friction pion-disque, ce type de montage est le plus utilisé en tribologie. Afin de répondre à cet objectif, on a utilisé la configuration d'un milieu semi-infini soumis à une source de chaleur mobile de forme circulaire avec et sans refroidissement hors de la zone de contact. La solution numérique obtenue pour des conditions adiabatiques a été validée par des solutions proposées dans la littérature [3,4]. Ce modèle nous a permis de traiter numériquement l'influence de la convection sur l'évolution de la température.

2. Formulation du problème

Considérant un milieu semi-infini, voir figure (1), soumis à une source de chaleur uniforme circulaire animée d'une vitesse de déplacement V . Le mouvement de la source à la surface du milieu semi-infini génère un champ de température, dans ce dernier, décrit par le modèle thermique suivant :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{V}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Les conditions aux limites:

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = \begin{cases} q & \text{au contact} \\ -hT & \text{ailleurs} \end{cases} \quad z = 0, \quad T(x, y, z) = 0 \text{ quand } z \rightarrow \infty \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \begin{cases} x = -b \\ x = +b \end{cases} \quad 0 < z < \infty, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \begin{cases} y = -b \\ y = +b \end{cases} \quad 0 < z < \infty \quad (3)$$

Pour les besoins de calcul numérique et afin de limiter le milieu semi-infini considéré, on introduit les grandeurs $\pm a$ et $\pm b$ suivant les directions x et y . L'adimensionnement du système d'équations (1-3) fait ressortir deux paramètres clés ; les nombres de Peclet et Biot qui définissent les conditions d'évolution de l'interface :

$$Pe = Va/2\alpha \quad \text{et} \quad Bi = ha/k \quad (4)$$

La résolution de ce problème a été faite par la méthode des éléments finis au moyen du code de calcul *COMSOL* dans les deux cas : avec et sans refroidissement. Pour réaliser la configuration d'un milieu semi-infini, nous avons pris un rapport de constriction faible ($\epsilon = a/b = 0.008$). La finesse du maillage est très importante pour ce type de problème. Il convient de générer un maillage suffisamment fin au niveau du contact et progressif vers le milieu afin de : (1) limiter le temps de calcul, (2) avoir des résultats avec une grande précision

et en bon accord avec ceux obtenus analytiquement et (3) pour mieux suivre l'évolution de la température au voisinage du contact.

Dans le cas adiabatique, les résultats obtenus ont été comparés avec ceux trouvés analytiquement et reportés dans les références [3] et [4]. Le but de cette comparaison est la validation de la solution numérique afin de pouvoir utiliser le même modèle en cas de refroidissement hors de la zone de contact.

3. Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus dans les cas suivants :

Sans refroidissement : La figure 2 montre l'évolution de la température de surface obtenue numériquement par notre modèle et analytiquement [3]. En observant cette figure, on remarque une bonne concordance entre les deux résultats. Grace au bon choix du maillage, l'erreur est très faible et reste $< 1\%$. La température de surface maximale se déplace vers la limite de la source avec l'augmentation du nombre de Peclet. Ce résultat est bien connu dans la littérature. La méthode numérique des éléments finis utilisée est capable de restituer ces résultats avec une grande précision. Pour la température maximale adimensionnelle, après la comparaison avec les résultats de la référence [3], on constate que l'erreur entre l'analytique et le numérique tend vers zéro. Ce résultat est traduit par la proposition de l'approximation suivante qui permet d'estimer la température maximale:

$$T_{max} = 0,466exp(-Pe/7,353) + 0,312exp(-Pe/0,951) + 0,217 \quad (5)$$

quand le nombre de Peclet est compris dans l'intervalle : [0-20]. Pour $Pe = 0$, par cette approximation on retrouve bien la température maximale dans le cas statique: $T_{max} = 0.995$. D'après la littérature, cette température: $T_{max} = 1$, la différence est très légère (0.5%).

Température moyenne de contact : Sur la figure 3, on compare la température moyenne de contact calculée par *COMSOL* et les résultats obtenus par l'approximation de Tian et Kennedy [3] ainsi que la solution exacte de Laraqi [4]. Cette comparaison montre une excellente concordance entre les différents résultats où les écarts sont très faibles. On constate que la température moyenne de contact diminue avec l'augmentation du nombre de Pe . Ce phénomène est expliqué par le temps de pénétration de la chaleur générée par friction dans le solide qui est inversement proportionnel au nombre de Pe .

Constriction adimensionnelle : Les irrégularités géométriques des surfaces créent des espaces interstitiels occupés par un mauvais conducteur qui forme une barrière thermique et perturbe les mécanismes d'échange à l'interface. Cela provoque un phénomène de constriction des lignes de flux vers les points de contact et produit un saut de température [7]. Cette discontinuité est traduite par un paramètre appelé : résistance thermique de contact. La résistance thermique de constriction fait partie de cette résistance globale. Elle est définie par [2,15] :

$$R_c = (\bar{T}_c - \bar{T}_{z=0})/Q \quad (6)$$

Avec \bar{T}_c est la température moyenne de contact, $\bar{T}_{z=0}$ est la température moyenne de surface ($z=0$) et Q est le flux total de chaleur. Pour une source de forme circulaire en semi-infini ($\bar{T}_{z=0}=0$), la résistance de constriction est donnée par :

$$R_c = \bar{T}_c/(\pi a^2 q) \quad (7)$$

La résistance de constriction adimensionnelle est définie par [2]:

$$\psi = k\sqrt{A_c} R_c = T^+/\sqrt{\pi} \quad (8)$$

Avec $T^+ = \bar{T}_c K / qa$ et A_c est l'aire de contact. La figure 4 présente l'évolution de la résistance de constriction adimensionnelle en fonction de Pe avec et sans refroidissement.

En observant les deux premières courbes de cette figure ($Bi = 0$), on retrouve pour un contact statique ($Pe = 0$) la valeur connue [2] : $\psi = 0.4789$. La constriction ψ décroît rapidement aux premières vitesses (atténuation de $\approx 70\%$ pour une vitesse voisine de 10) puis lentement aux grandes vitesses.

Constriction avec refroidissement : La figure 4 montre la variation de la résistance de constriction en fonction de Pe pour trois valeurs de Bi : 0, 1 et 10. On observe une diminution de la résistance avec l'augmentation de Bi pour les faibles valeurs de la vitesse ($Pe \leq 10$). Au-delà de cette limite, le refroidissement n'a presque aucune influence sur la variation de la résistance de constriction thermique, et l'évolution de cette dernière tend vers ses valeurs observées dans le cas sans convection à la surface. En présence de fortes valeurs de Pe , l'influence du refroidissement sur l'évolution de la constriction diminue fortement.

L'analyse des valeurs de la résistance de constriction en régime permanent ($0 \leq Pe \leq 100$), nous a permis de construire la corrélation suivante:

$$\psi = a_1 \exp(-Pe/b_1) + a_2 \exp(-Pe/b_2) + c_0 \quad (9)$$

où les constantes a_1, a_2, b_1, b_2 et c_0 varient avec le nombre de Bi , comme indiqué sur le tableau suivant :

Bi	a_1	a_2	b_1	b_2	c_0	R-square
0	0.129	0.303	22.02	1.72	0.039	0.996
1	0.211	0.102	3.1	28.77	0.036	0.999
10	0.089	0.156	34.12	4.36	0.034	0.999

Tableau 1 : Valeurs des nombres constants a_1, a_2, b_1, b_2 et c_0 et des résidus en fonction de Bi .

L'influence de la convection (Biot) sur l'évolution de la constriction pour différentes valeurs de Pe est représentée dans la figure 5. Exceptant la partie $Bi \times Pe \approx [0, 4] \times [0, 5]$ dans laquelle un changement considérable pour la résistance de constriction a été observé, cette figure montre que l'effet de refroidissement est très limité à l'extérieur de cette partie. Pour des valeurs importantes du nombre de Peclet, les courbes présentées en fonction de Bi sont parallèles et indiquent clairement qu'il n'y a aucun effet de convection sur l'évolution de la constriction thermique.

Température de surface avec refroidissement : La figure 6 montre la distribution de la température de surface en présence de la convection en dehors de la zone de contact pour différentes valeurs de nombre de Peclet. En observant ces courbes, on remarque que la présence de convection engendre une diminution appréciable du niveau de la température atteint. Cette diminution devient plus importante après le passage de la source et s'accroît avec l'augmentation du nombre de Biot et surtout dans le cas des faibles vitesses de déplacement. Pour un $Pe = 0.01$, la température diminue de 1.25 fois quand Bi varie de 0 à 1, et de 1.5 fois quand Bi augmente de 0 à 10 pour ce même nombre de Peclet. En augmentant le Pe , cette diminution devient moins importante et le refroidissement n'affecte presque pas la température de la zone de contact.

4. Conclusion

Un modèle numérique tridimensionnel a été utilisé pour calculer la distribution de la température et la résistance de constriction adimensionnelle d'un milieu semi-infini soumis à une source de chaleur circulaire mobile avec et sans convection en dehors de l'aire de contact. Ce modèle a été développé pour résoudre un des problèmes de la tribologie.

Les résultats obtenus par notre solution numérique présente une parfaite concordance avec des solutions analytiques existantes dans la littérature pour des conditions aux limites adiabatiques. Cette confrontation nous a permis la validation de notre méthode numérique. L'examen des résultats trouvés montre qu'il y a une influence significative de la convection sur l'évolution de la température précisément au voisinage de la surface de frottement et pour des vitesses de la source de chaleur plus faible. Pour des valeurs de $Pe \geq 10$, la variation de la résistance thermique de constriction n'est pas affectée par la convection et décroît avec l'augmentation de la vitesse de glissement. Enfin, deux corrélations ont été proposées pour estimer la température maximale ainsi que la résistance de constriction en fonction des nombres de Peclet et de Biot. En conclusion, cette modélisation numérique est prête à être utilisée dans le cas transitoire pour la détermination du temps d'établissement de la résistance de constriction en présence de la convection à la surface.

Références

- [1] P. J. Turyk, M. M. Yovanovich, Transient constriction resistance for elemental flux channels heated by uniform flux sources, *22nd Heat Transfer Conference*, (Niagara Falls, NY, 6-8, August, 1984), ASME Paper N°. 84-HT-52, 1-8.
- [2] K. J. Negus, M. M. Yovanovich and J. V. Beck, On the nondimensionalization of constriction resistance for semi-infinite heat flux tubes, *ASME, J. Heat Transfer*, 111 (1989), 804-807.
- [3] X. Tian, F. Kennedy, Maximum and average flash temperatures in sliding contacts, *ASME, J. Tribology*, 116 (1994), 167-174.
- [4] N. Laraqi, An exact explicit analytical solution of the steady-state temperature in a half space subjected to a moving circular heat source, *ASME, J. Tribology*, 125 (2003), 859-862.
- [5] N. Laraqi, A. Bairi, New models of thermal resistance at the interface of solids connected by random disk contacts, *Comptes Rendus Mécanique*, 330 (2002), 39-43.
- [6] A. Bairi, Analytical model for thermal resistance due to multiple moving circular contacts on a coated body, *Comptes Rendus Mécanique*, 331 (2003), 557-562.
- [7] J.P. Bardon, Bases physiques des conditions de contact thermique imparfait entre milieux en glissement relatif, *Revue Générale de Thermique*, Fr.386 (1994), 86-91.
- [8] Y. S. Muzychka and M. M. Yovanovich, Thermal resistance models for non-circular moving heat sources on a half space, *ASME, J. Heat Transfer*, 123 (2001), 624-632.
- [9] N. Laraqi, Phénomène de constriction thermique dans les contacts glissants, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39 (1996), 3717-3724.
- [10] A. Bairi, N. Alilat, J. G. Bauzin and N. Laraqi, Three-dimensional stationary thermal behavior of bearing ball, *Int. J. Thermal Sciences*, 43 (2004), 561-568,
- [11] N. Laraqi, A. Bairi and L. Ségui, Temperature and thermal resistance in frictional devices, *Applied Thermal Engineering*, 24 (2004), 2567-2581.
- [12] A. A. Yevtushenko, E. G. Ivanik, and O. M. Ukhanska, Transient temperature of local moving areas of sliding contact, *Tribology International*, 30 (1997), 209-214.
- [13] J.C. Jaeger, Moving sources of heat and the temperature at sliding contacts, *Proc. Roy. Soc. NSW* 76 (1942), 203-224.
- [14] H.S. Carslaw, J.C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford Clarendon Press, (1959).
- [15] M. M. Yovanovich, E. E. Marotta. *Heat Transfer Handbook*, A. Bejan, A. D. Krauss. eds, Chap: Thermal spreading and contact resistances, John Wiley & Sons, New Jersey, (2003), 261-393.

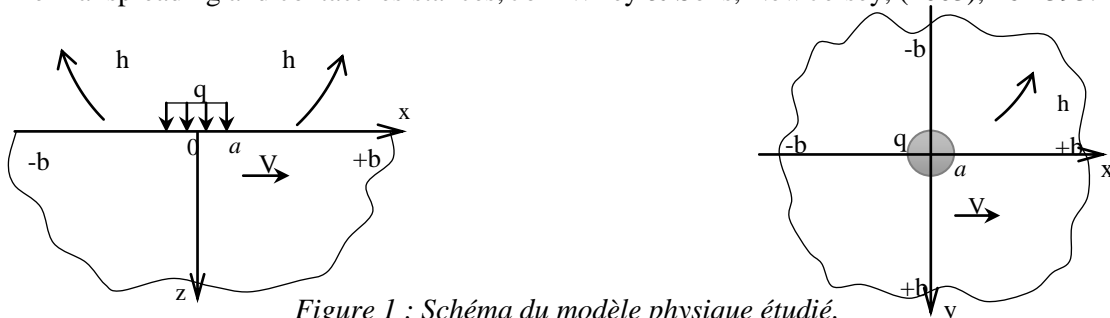


Figure 1 : Schéma du modèle physique étudié.

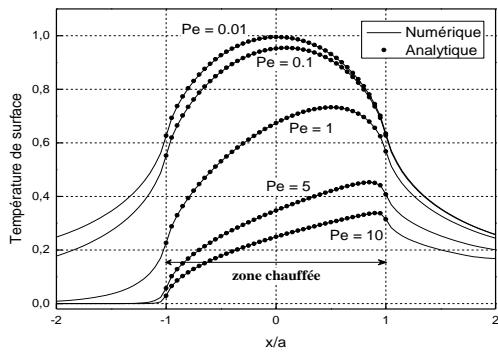


Figure 2 : Température de surface d'une source circulaire en 3D calculée par la référence [3] et numériquement ($Bi = 0$).

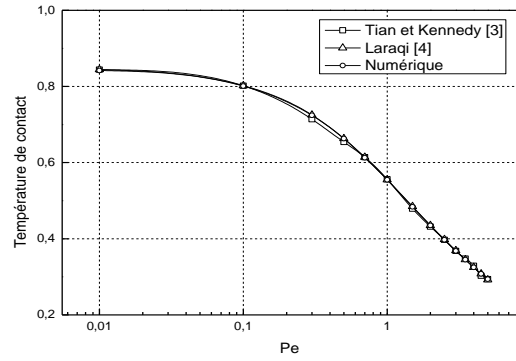


Figure 3 : Comparaison de l'évolution de la température de contact en fonction de Pe : ($Bi = 0$).

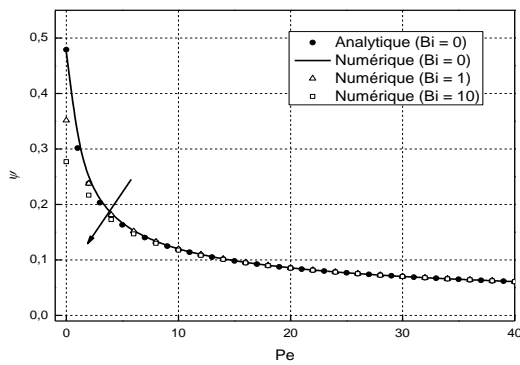


Figure 4 : Constriction en fonction de Pe sans et avec refroidissement à la surface.

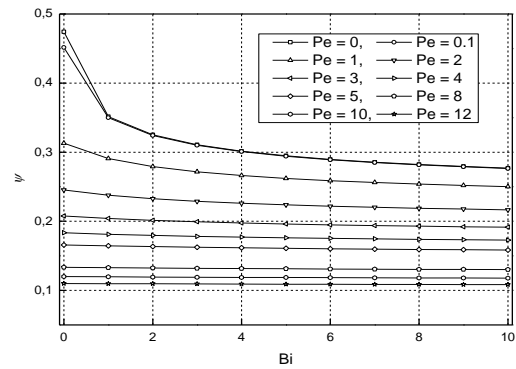


Figure 5 : La résistance de constriction en fonction de Bi pour différentes valeurs de Pe .

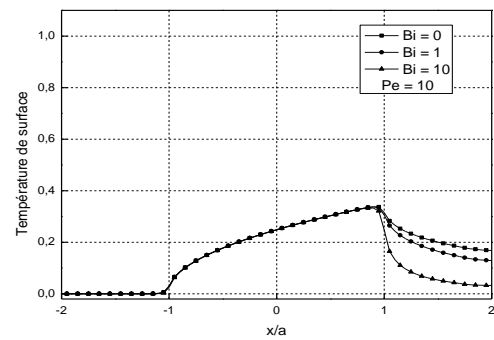
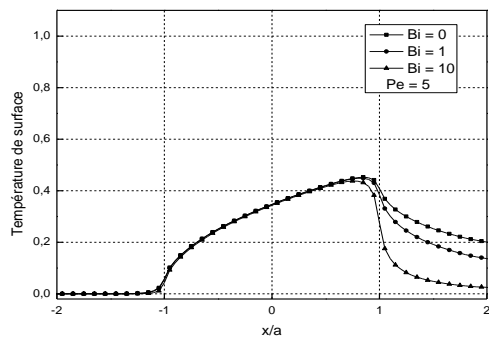
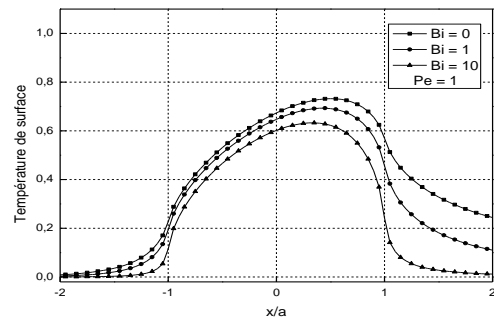
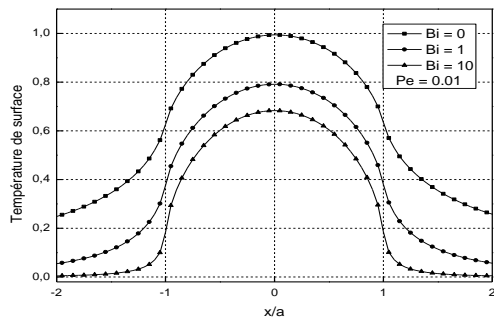


Figure 6 : Température surfacique en présence de convection pour différentes valeurs de Pe .