Représentation Energétique Macroscopique (REM) d'un moteur Stirling en vue d'une hybridation thermique

Charly GAY^{1*}, François LANZETTA², Daniel HISSEL¹, Michel FEIDT³

¹ Institut FEMTOT-ST, UMR CNRS 7174, Département ENISYS, Bâtiment FCLAB, Rue Thierry Mieg – 90 000 BELFORT

² Institut FEMTOT-ST, UMR CNRS 7174, Département ENISYS, Parc Technologique, 2 Avenue Jean Moulin – 90 000 BELFORT

³ LEMTA, ENSEM, UMR 7863 CNRS-INPL-UHP, 2 Avenue de la forêt de Haye, B.P. 160 – 54 504 VANDOEUVRE Cedex

* Auteur correspondant : <u>charly.gay@femto-st.fr</u>

Résumé – Cet article présente un modèle de moteur Stirling en vue d'une étude théorique concernant la modélisation d'un système de cogénération associant une pile SOFC et un moteur Stirling. La complexité des interactions produites au sein des composants et de leur couplage nécessite le choix d'un formalisme permettant la modélisation puis le contrôle commande d'un tel système. Ce besoin est assuré à l'aide de la Représentation Energétique Macroscopique (REM). Nous présentons les premiers résultats concernant les performances du moteur Stirling en exprimant la puissance en fonction de la vitesse de rotation et la puissance en fonction du couple pour différents niveaux de température de source chaude.

Nomenclature

Grandeurs physiques

- c Course
- c_P Capacité calorifique massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- C Couple mécanique, N.m.
- J Moment d'inertie, $kg.m^2$
- *K* Paramètre relation (2), $m^3 K^{-1}$
- *m* Masse, *kg*
- \dot{m} Débit massique, $kg.s^{-1}$
- *p* Pression, *Pa*
- \overline{P} Pression moyenne, Pa
- \dot{Q} Flux de chaleur, W
- *R* Constante des gaz parfaits, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- S Section, m^2
- \dot{S} Flux d'entropie, $W.K^{-1}$
- T Température, K
- V Volume, m^3
- \overline{v} Débit volumique moyen, $m^3.s^{-1}$

Symboles grecs

- ε Porosité
- ε_r Efficacité du régénérateur
- λ Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$

- ρ Masse volumique, kg.m⁻³
- Ω Vitesse de rotation, *rad.s⁻¹*

Indices et exposants

- d Déplaceur
- eec Equivalent échangé chaud
- eef Equivalent échangé froid
- *efc* Entrée fluide chaud
- eff Entrée fluide froid
- g Gaz
- *itc* Inertie thermique chaude
- *itf* Inertie thermique froide
- M Moteur
- *Mc* Mort chaud
- *Mf* Mort froid
- Mr Mort régénérateur
- p Piston
- r Régénérateur
- sc Source chaude
- sf Source froide
- *sfc* Sortie fluide chaud
- *sff* Sortie fluide froid

1. Introduction

L'hybridation de différentes sources représentant une voie d'amélioration de l'efficacité énergétique des systèmes de production, l'objectif de cette étude théorique concerne la modélisation du fonctionnement d'un moteur Stirling en vue de son couplage avec une pile à combustible à Oxyde Solide (SOFC). L'intérêt d'un tel couplage réside dans l'efficacité accrue du moteur Stirling, vis-à-vis d'autres systèmes thermiques, pour les gammes de températures de fonctionnement de la pile SOFC (700-950°C) [1]. Cependant, la complexité des interactions produites au sein du couplage nécessite le choix d'un formalisme permettant la modélisation puis le contrôle commande d'un tel système. Ce besoin est assuré à l'aide de la Représentation Energétique Macroscopique (REM). Initialement développée par des électrotechniciens, l'utilisation de ce formalisme pour de tels systèmes multiphysiques en permet une adaptation au domaine de la thermodynamique. Dans cette étude nous identifieront dans un premier temps les flux énergétiques au sein du moteur Stirling, nous décriront ensuite mathématiquement ces flux, pour dans une dernière partie, étudier les résultats obtenus grâce à la simulation du modèle.

2. Identification des flux énergétiques au sein du moteur Stirling

Le moteur Stirling est modélisé à l'aide du formalisme REM en vue du couplage. Le modèle de la pile à combustible avant déjà été validé dans une étude préalable [1], l'approche menée ici se concentre uniquement sur la modélisation de la machine Stirling. Cette modélisation suit les principes utilisés par l'analyse isotherme [2] pour laquelle nous avons introduit des pertes au régénérateur. Le moteur est donc décomposé en blocs isothermes pour lesquels les flux de chaleur échangés sont identifiés. Les pertes de chaleur de la source chaude vers l'environnement du moteur sont prises en compte (convection), ainsi que les échanges de chaleur entre les sources chaudes et froides (imperfection du régénérateur, conduction des parties chaudes vers les parties froides, pertes de puissance thermique due au mouvement du piston). De plus, les imperfections dues aux volumes morts sont extraites du cycle idéal de Stirling dans le calcul du travail fourni par la machine. La caractérisation des échangeurs chaud et froid est également prise en compte dans la modélisation du moteur Stirling. Les résultats présentés dans cette étude concernent l'étude du couplage thermomécanique du modèle. Ainsi, dans le fonctionnement du moteur Stirling, on identifie trois grandes tendances de répartition des flux de chaleur de la source chaude (Figure 1). Une partie du flux de chaleur est transformée en puissance mécanique, une autre est directement transmise vers le puits froid et la dernière est perdue dans l'environnement thermique du moteur.

La source chaude est un échangeur de type gaz/gaz, à savoir, gaz chauds de combustion/fluide de travail du moteur Stirling (air). De la même manière, le puits froid est un échangeur de type eau/fluide de travail du moteur Stirling (air). Les efficacités des échangeurs sont prises en compte dans le modèle. Les parties suivantes permettent de définir les expressions analytiques du travail fourni par le moteur, ainsi que les différentes pertes identifiées dans le fonctionnement du moteur. La description du modèle de moteur Stirling est d'ordre macroscopique, elle détaille donc les différents flux d'énergie thermique et mécanique.



Figure 1 : Répartition des flux de chaleur au sein du moteur Stirling

3. REM du moteur Stirling : description du modèle

3.1. Couplage thermomécanique

Le moteur Stirling convertit directement l'énergie thermique en énergie mécanique. Le but de cette partie est d'identifier le flux de chaleur converti en puissance mécanique par le moteur Stirling, ainsi que le flux de chaleur passant de la source chaude vers le puits froid (imperfections du régénérateur, conduction de chaleur des parties chaudes vers les parties froides, pertes thermiques dues au mouvement de la navette du piston).

3.1.1. Conversion chaleur / travail

Le travail mécanique fourni par le moteur Stirling est calculé à travers la pression effective moyenne du gaz de travail du moteur sur un tour ou cycle de Stirling. La variable flux correspondant sera donc le débit moyen sur un cycle engendré par le piston du moteur. La pression moyenne \overline{P}_{M} sur un cycle Stirling est calculée à partie des données géométriques (volumes de travail, volumes morts) et des conditions thermodynamiques de fonctionnement du moteur (Températures, pressions) [2][3].

Le flux d'entropie provenant de la source chaude, et nécessaire à la production de travail ainsi qu'à l'alimentation des pertes vers la source froide, est exprimé à travers un bilan des puissances thermique et mécanique (Fig. 2 et Fig. 3).

$$\overline{P}_{M} = \left(\frac{m \cdot R}{V_{p}}\right) \cdot \left(T_{sc} \cdot \ln\left(\frac{V_{d} + V_{p} + K \cdot T_{sc}}{V_{d} + K \cdot T_{sc}}\right) - T_{sf} \cdot \ln\left(\frac{V_{d} + V_{p} + K \cdot T_{sf}}{V_{d} + K \cdot T_{sf}}\right)\right)$$
(1)

$$K = \frac{V_{Mc}}{T_{sc}} + \frac{V_{Mr}}{T_r} + \frac{V_{Mf}}{T_{sf}} ; \quad T_r = \frac{T_{sc} + T_{sf}}{2} ; \quad m = \frac{p_g \cdot V_T}{R \cdot T_g}$$
(2),(3), (4)

$$\dot{S}_{sc} = \frac{T_{sf} \cdot \dot{S}_{sf} + \overline{P}_M \cdot \overline{v}_p}{T_{sc}} \quad \text{et} \quad \dot{S}_{sf} = \frac{\sum \dot{Q}}{T_{sf}}$$
(5), (6)

Le flux d'entropie \dot{S}_{sc} est généré par la production de travail à travers le cycle de Stirling et comprend les différentes pertes thermiques. Ces dernières sont représentées par un flux de chaleur allant de la source chaude vers la source froide du moteur \dot{S}_{sf} .

3.1.2. Imperfections entre la source chaude et le puits froid

o Imperfections du régénérateur

Le régénérateur ne restitue pas la même quantité de chaleur au gaz de travail qu'il a absorbée lors du passage précédent du fluide en sens inverse. Concrètement, cette perte est compensée par un apport de chaleur externe au niveau de la source chaude. Dans le cadre de cette étude, l'expression proposée par Reader et Hooper [3] [4] est utilisée :

$$\dot{Q}_r = \dot{m}_r \cdot c_P \cdot \left(T_{sc} - T_{sf}\right) \cdot \left(1 - \varepsilon_r\right)$$
(7)

Le débit massique traversant le régénérateur ainsi que l'efficacité de ce dernier sont exprimés en fonction de sa géométrie et des conditions thermodynamiques de fonctionnement [2][3]. Ces relations ont été établies à travers l'hypothèse de conservation du débit massique de gaz engendré par le déplaceur (pas de pertes de charges). Le débit volumique devient :

$$\overline{v}_d = 2 \cdot c_d \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \overline{\Omega}_p \tag{8}$$

• Conduction thermique entre les volumes chauds et les volumes froids

Les pertes par conduction de la partie chaude vers la partie froide du moteur ont pour support les pièces mécaniques (régénérateur, support régénérateur, tube chaud), reliant les deux sources de chaleur. Les flux de conduction sont donc fonction de la géométrie du moteur [3]. La conductivité thermique du régénérateur est exprimée en fonction de la porosité de ce dernier. Les conductivités thermiques des matériaux et du gaz de travail sont exprimées en fonction de la température du gaz de travail [4].

• Perte de puissance thermique due au mouvement de navette du piston

Cette perte représente la chaleur absorbée par le piston à la source chaude lors de son passage. Cette chaleur est ensuite restituée par le piston à la source froide lors de son passage. Ces pertes prennent en compte également la géométrie du système ainsi que les conditions thermodynamiques de fonctionnement [2][3][4].

3.2. Bilan mécanique du moteur Stirling





Figure 2 : Bloc REM du calcul de la pression moyenne sur un tour du moteur

Figure 3 : Bloc REM de la transformation pression moyenne en puissance mécanique

Cette partie représente la transformation du mouvement de translation du piston en mouvement de rotation à travers un système bielle manivelle. L'analyse thermomécanique

nous donne une pression moyenne (\overline{P}_{M}) exercée sur le piston de travail au cours d'un cycle. Cette pression moyenne est ainsi convertie en effort mécanique moyen (\overline{F}_{p}) à travers la section (S_{p}) du piston, puis en couple moyen (\overline{C}_{E}) à travers le système bielle manivelle. L'inertie mécanique de rotation de système est également prise en compte pour l'aspect dynamique du modèle. Les frottements dus au joint à lèvres sur l'arbre de sortie du moteur sont intégrés dans le bloc dynamique (9) [5]. La REM de la partie mécanique est présentée en figure 3.

$$J_{meca} \cdot \frac{d\overline{\Omega}_s}{dt} + f \cdot \overline{\Omega}_s = \overline{C}_{sc} - \overline{C}_E$$
(9)

3.3. Description des échangeurs

Les échangeurs de chaleurs chaud et froid fonctionnent suivant le même principe : on considère un fluide entrant à une température et un débit massique donnés. En fonction des paramètres géométriques (surface d'échange, volume) et physiques (coefficients d'échange, masse et capacité thermique massique du fluide contenu dans l'échangeur), on calcule la température moyenne logarithmique de l'échangeur ainsi que la température du fluide à la sortie [6]. Les masses des blocs isolés chaud et froid selon l'analyse de Schmidt sont prises en compte pour la dynamique thermique du moteur. Les pertes de chaleur de la source chaude vers l'extérieur sont également identifiées en fonction de la géométrie et des conditions thermiques de fonctionnement. Le détail de cette partie n'est pas explicité sous forme d'équation car non inclus dans les résultats de simulation de cette étude. La représentation énergétique macroscopique de ces derniers est toutefois incluse dans la figure 4.

3.4. REM globale du moteur Stirling

La figure 4 décrit la Représentation Energétique Macroscopique globale du moteur Stirling. Ce schéma bloc intègre les bilans de puissances thermiques au niveau de la source chaude (extrémité gauche de la figure 4), du puits froid (extrémité droite), des pertes vers l'ambiance (partie supérieure) ainsi que le bilan de puissance mécanique (partie inférieure).



Figure 4 : REM Globale du moteur Stirling

4. Résultats de simulation

Une fois le formalisme REM développé, ce dernier est alors directement implanté dans Matlab Simulink par une transposition des blocs REM en sous-systèmes Simulink. Les figures 5 et 6 montrent les résultats de simulation d'un moteur Stirling. Ces courbes sont tracées pour différentes températures de fonctionnement à la source chaude. La source froide étant maintenue à température ambiante (T_f = 293 K). Les figures 5 et 6 décrivent l'évolution de la puissance mécanique du moteur en fonction de la vitesse de rotation et du couple, pour différents niveaux de température de source chaude (de 800 K à 1100 K). Les performances croissent avec la température. Ces courbes montrent bien le caractère irréversible des

transferts de chaleur au sein de la machine compte-tenu des pertes vers l'ambiance et entre la source chaude et le puits froid.



Figures 5 : Puissance en fonction de la vitesse

Figures 6 : Puissance en fonction du couple

5. Conclusion et perspectives

La modélisation à l'aide du formalisme REM du moteur Stirling a montré des premiers résultats intéressants concernant les performances du moteur en termes de puissance mécanique et de couple. Dans une étude future, nous analyserons ces performances en étudiant également l'influence de l'efficacité du régénérateur, la pression et le type de gaz de travail. Ainsi, l'application de la REM à des systèmes multi physiques complexes offre un potentiel de modélisation réel. L'identification des relations de causalité entre grandeurs d'entrée et de sortie du système, de même que l'appréhension des mécanismes d'interaction et des influences des différents paramètres du système est aisément identifiée. La suite de ces travaux consistera en l'établissement de la Structure Maximale de Commande de ce modèle. Le couplage des deux systèmes pile SOFC et moteur Stirling est également à réaliser.

Références

[1] C. Gay, D. Hissel, F. Lanzetta, M. Feidt, M.C. Pera, "Energetic Macroscopic Representation (EMR) of a Solid Oxide Fuel Cell (SOFC) for Stirling Engine combined cycle in High-efficient Powertrains", Conférence internationale IEEE VPPC'2010 : Vehicle Power and Propulsion Conference, September 1-3, Lille, France, (2010)

[2] G. Walker, "Stirling Engines", Oxford Univ. Press. (1980)

[3] G.T. Reader and C. Hooper, "Stirling Engines". London New-York, E.&F.N.Spon (1983).

[4] N. Martaj, « *Modélisation énergétique et exergétique, simulation et optimisation des moteurs Stirling à faible différence de températures – confrontation avec l'expérience* », Thèse de l'Université de Paris X, 2008

[5] P. Delarue, A. Bouscayrol, A. Tounzi, X. Guillaud, G. Lancigu, "Modelling, control and simulation of an overall wind energy conversion system", Journal of Renewable Energy, Vol 28, 1169-1185, 2003

[6] A. Bejan, "Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow", Wiley Interscience, New York, 1982