

# Simulation numérique des transferts couplés conduction – rayonnement au cours des procédés de formage du verre.

Luc-Henry DOREY<sup>1</sup>, Lionel TESSÉ<sup>1\*</sup>, Arjen ROOS<sup>2</sup>, Frédéric FEYEL<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Département d'Énergétique Fondamentale et Appliquée (DEFA)

<sup>2</sup>Département de Matériaux et de Structures Métalliques (DMSM)

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA)

BP72 – 29 avenue de la Division Leclerc – 92322 Châtillon – FRANCE

\*(auteur correspondant : Lionel.Tesse@onera.fr)

**Résumé** - L'objectif de cette étude consiste à modéliser et calculer en 3D le refroidissement du verre en cours de formage. Pour cela, la conduction dans le verre a été calculée par la méthode des éléments finis, tandis que les transferts radiatifs ont été évalués par la méthode stochastique de Monte Carlo, dans une approche optimisée. Le couplage entre conduction et rayonnement a été réalisé par méthode de couplage partitionnée. Après avoir été validé en configuration monodimensionnelle, ce couplage a été optimisé de manière à réduire le temps de calcul, en vue d'une application directe sur une configuration industrielle à géométrie complexe.

## Nomenclature

$c$  capacité calorifique massique,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $h$  coefficient de convection,  $W.m^{-2}.K^{-1}$   
 $L_{\nu,j}^{\circ}$  luminance monochromatique du rayonnement d'équilibre, à la température de la maille  $j$ ,  $W.m^{-2}.Sr^{-1}.m$   
 $N_S$  nombre de mailles surfaciques  
 $N_V$  nombre de mailles volumiques  
 $p$  puissance radiative volumique,  $W.m^{-3}$   
 $P_{qj}^{ea}$  puissance émise par la maille  $q$  et absorbée par la maille  $j$ ,  $W$   
 $P_{qj}^{exch}$  puissance échangée entre les mailles  $q$  et  $j$ ,  $W$   
 $\tilde{P}$  Estimation statistique de la quantité  $P$  fournie par la méthode de Monte Carlo (moyenne sur les contributions des chemins optiques)

$t$  temps,  $s$   
 $T$  température,  $K$

### Symboles grecs

$\rho$  masse volumique,  $kg.m^{-3}$   
 $\lambda$  conductivité thermique,  $W.m^{-1}.K^{-1}$   
 $\sigma(Q)$  écart type de la quantité  $Q$

### Indices et exposants

$1, 2$  relatif à la paroi 1 ou 2  
 $i$  initial  
 $j, q$  relatif à la maille  $j$  ou  $q$   
 $\nu$  monochromatique  
 $ARM$  grandeur calculée par la méthode ARM  
 $ERM$  grandeur calculée par la méthode ERM

## 1. Introduction

Les industriels se tournent de plus en plus vers la modélisation pour résoudre des problèmes multiphysiques liés à la conception de systèmes dont la géométrie est souvent complexe. Les performances croissantes des nouveaux calculateurs permettent d'envisager des calculs faisant intervenir différents phénomènes physiques couplés, tels que les transferts thermiques par conduction, convection et rayonnement, le transport de fluide réactif, ou les déformations mécaniques de structures.

L'un de ces problèmes multiphysiques, le refroidissement du verre en cours de formage, intéresse particulièrement les industriels verriers, dans le but de mieux contrôler les procédés

de production qui conditionnent la qualité des articles produits (verre plat, bouteilles, fibres de verre). Saint-Gobain Recherche (SGR) a initié une collaboration avec l'ONERA dans le but de modéliser en 3D et avec précision les transferts conductifs et radiatifs, dominants dans le verre à haute température (à partir de 800 K). Notons que le verre est un milieu semi-transparent dans lequel la diffusion est considérée comme étant négligeable dans cette étude. Dans une première approche, la modélisation en 3D est validée sur un cas physique monodimensionnel.

Dans la section 2, les différents aspects de la modélisation sont détaillés. On présente les propriétés du verre ainsi que les méthodes numériques mises en œuvre. Par ailleurs, le principe de la méthode de couplage est expliqué en section 3. Enfin, les résultats du calcul monodimensionnel de validation du couplage sont exposés en section 4.

## 2. Aspects de la modélisation

### 2.1. Conduction dans le verre

Le verre considéré possède des propriétés thermophysiques dépendantes de la température, ce qui rend le problème de conduction non-linéaire. Ainsi, sa conductivité  $\lambda$  varie de 1 à 2  $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  entre 300 et 1500 K, tandis que sa capacité calorifique massique  $c$  varie de 820 à 1500  $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  sur le même intervalle de température. La masse volumique  $\rho$  du verre vaut 2450  $\text{kg.m}^{-3}$ . Ces grandeurs ont été mesurées par SGR [1].

Le calcul instationnaire des transferts conductifs est réalisé avec le code de thermomécanique ZéBuLoN, développé conjointement par l'ONERA, l'École des Mines de Paris et Northwest Numerics. Dans ce code, la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre l'équation de la chaleur combinée à la loi de Fourier :

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda(T) \text{grad}T) = p, \quad (1)$$

où  $p$  est le terme source de puissance radiative (en  $\text{W.m}^{-3}$ ) dont le calcul est détaillé dans la sous-section suivante.

### 2.2. Transferts radiatifs dans le verre

Les mesures des propriétés radiatives du verre effectuées par SGR révèlent la possibilité d'approcher les variations spectrales du coefficient d'absorption et de l'indice de réfraction par un modèle multi-bandes composé de six bandes spectrales larges, sur lesquelles ces grandeurs sont constantes. Le coefficient d'absorption varie de 10 à  $10^5 \text{ m}^{-1}$  tandis que l'indice de réfraction prend des valeurs comprises entre 1,43 et 1,5 [1].

Les transferts radiatifs sont calculés par le code ASTRE, développé par l'ONERA et l'École Centrale Paris. La méthode statistique de Monte Carlo est utilisée pour résoudre l'Équation de Transfert du Rayonnement (ETR). Rappelons [2] que cette méthode consiste à calculer le flux radiatif sur chaque maille surfacique et la puissance radiative volumique dans chaque maille volumique du domaine, en suivant la trajectoire d'un grand nombre de rayons issus aléatoirement de chaque maille (surfacique et volumique) du domaine. Cette méthode de résolution est bien adaptée aux géométries 3D complexes.

Tessé *et al.* [3] ont développé dans ASTRE deux méthodes de Monte Carlo, ERM (Emission Reciprocity Method) et ARM (Absorption Reciprocity Method), utilisant le principe de réciprocité pour déterminer les puissances échangées :

$$P_{vqj}^{exch} = P_{vjq}^{ea} - P_{vqj}^{ea} = P_{vqj}^{ea} \left[ \frac{L_{vj}^\circ}{L_{vq}^\circ} - 1 \right]. \quad (2)$$

L'égalité  $P_{vqj}^{exch} = -P_{vjq}^{exch}$  n'est pas vérifiée rigoureusement en appliquant la méthode de Monte Carlo. Cette dernière fournit en effet une estimation statistique pour chacune de ces grandeurs, ce qui permet d'obtenir les deux méthodes ARM et ERM :

$$\tilde{P}_{vq}^{ERM} = \sum_{j=1}^{N_V+N_S} \tilde{P}_{vqj}^{exch} \quad \text{et} \quad \tilde{P}_{vq}^{ARM} = - \sum_{j=1}^{N_V+N_S} \tilde{P}_{vjq}^{exch}. \quad (3)$$

La méthode ERM permet de calculer la puissance radiative de la maille  $q$  uniquement à partir des rayons partant de cette maille, alors que, avec la méthode ARM ou la méthode de Monte Carlo conventionnelle, le calcul de la puissance radiative dans une maille n'est possible que lorsque tous les rayons partant de toutes les mailles ont été générés. Le lecteur pourra se référer à l'article [3] pour plus de détails.

Ces *méthodes réciproques* ont montré une nette diminution du temps de calcul nécessaire pour atteindre la convergence, par rapport à la méthode de Monte Carlo conventionnelle, dans le cas d'une épaisseur optique élevée ou de faibles gradients de température.

Dans cette étude, on a utilisé une méthode hybride optimisée, ORM (Optimized Reciprocity Method), développée par Dupoirieux *et al.* [4], qui combine les avantages de ERM et ARM. Elle consiste à choisir, pour chaque puissance échangée entre deux mailles  $q$  et  $j$ , la méthode donnant l'écart type le plus faible, suivant le critère :

$$\frac{\sigma(\tilde{P}_{vqj}^{ERM})}{\sigma(\tilde{P}_{vqj}^{ARM})} = \sqrt{\frac{L_{vj}^\circ}{L_{vq}^\circ}}, \quad (4)$$

obtenu en considérant les mailles optiquement minces, et une distribution non-uniforme de rayons (nombre de rayons issus d'une maille proportionnel à la puissance émise par celle-ci). Cette méthode optimisée a été validée sur de multiples cas [4].

### 3. Méthodes de couplage

Le couplage par méthode partitionnée consiste à coupler des codes existants pour chaque phénomène physique modélisé. Pour coupler les deux codes ASTRE et ZéBuLoN, il s'agit de concevoir un algorithme d'ordonnancement capable de gérer les échanges concernant, d'une part, le champ de puissance radiative calculé par ASTRE et transmis à ZéBuLoN, et d'autre part, le champ de température calculé par ZéBuLoN et transmis à ASTRE. Cet algorithme doit pouvoir également contrôler l'exécution de chaque code pour les besoins de la convergence du calcul couplé, au moyen d'arrêts et de reprises du calcul.

Plusieurs algorithmes et stratégies ont été mis en place, pour satisfaire deux objectifs. Le premier consiste à obtenir des résultats instationnaires les plus précis possibles afin de valider le couplage, et le second vise à l'optimisation du couplage en vue de réduire le temps de calcul. Pour cela, on utilisera le couplage fort qui a l'avantage d'être précis, et le couplage faible pour sa faible consommation en temps de calcul. On détaille ci-après ces algorithmes et stratégies, inspirés du travail de J.-D. Garaud [5] sur les méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique. Il précise en particulier les fondements théoriques des méthodes de couplage partitionnées.

### 3.1. Couplages fort et faible

On distingue deux types d'algorithmes de couplage, schématisés sur la Figure 1. Le plus simple, le couplage faible, est constitué du calcul de conduction thermique entrecoupé après chaque pas de temps (ou itération) d'un calcul de rayonnement. Quant au couplage fort, il impose la convergence des deux codes à chaque itération : le dernier pas de temps du calcul de conduction est recalculé tant que le critère de convergence n'est pas respecté. Ce critère impose une valeur maximale à la variation de puissance entre deux itérations de convergence.

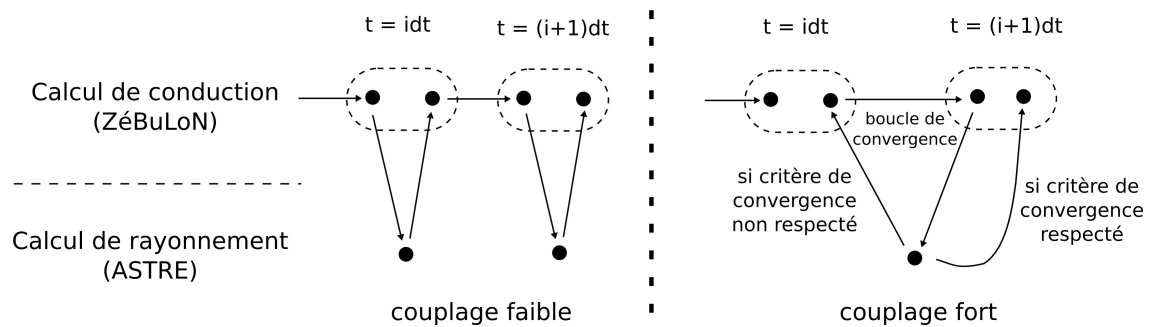


Figure 1: Algorithmes de couplage faible et fort.

### 3.2. Sous-cyclage et prédicteur

Deux stratégies ont été mises en œuvre afin d'accélérer le calcul. Le sous-cyclage consiste à calculer plusieurs pas de temps du calcul de conduction entre chaque calcul de rayonnement. Le pas de temps de la conduction est alors dissocié du pas de temps du couplage. Cette stratégie permet de réduire significativement le temps de calcul, en sachant que celui-ci est consommé à 90% par le code ASTRE.

Les prédicteurs visent à augmenter la stabilité des deux algorithmes fort et faible. Plutôt que d'utiliser pour le calcul de conduction le champ de puissance radiative calculé par ASTRE à l'instant donné, on peut utiliser sa valeur prédite à l'instant de couplage suivant, calculée par extrapolation linéaire de la puissance sur le précédent pas de temps du couplage. Dans le cas du couplage faible, ce prédicteur linéaire a permis une amélioration de la précision des résultats. Utilisé en couplage fort, il permet d'accélérer le calcul, en réduisant le nombre d'itérations nécessaires à la convergence entre les deux codes.

## 4. Résultats et discussion

Le calcul de validation 1D consiste à calculer le refroidissement d'une plaque de verre infinie de 4 mm d'épaisseur, à une température initiale  $T_i = 963$  K, placée dans l'air ambiant à 300 K, pendant 16,67 s. Les conditions du calcul sont schématisées sur la Figure 2. La surface inférieure de la plaque est soumise à une condition de convection modélisant le contact avec le convoyeur ( $h_1 = 95 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ), tandis que sa surface supérieure est soumise à la convection naturelle ( $h_2 = 3,3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ). Le pas de temps du calcul de conduction, déterminé par étude de sensibilité, est pris égal à 0,1 s. Du point de vue radiatif, deux parois grises 1 et 2, d'émissivités respectives  $\varepsilon_1 = 0,90$  et  $\varepsilon_2 = 0,94$ , sont situées de part et d'autre de la plaque. Leur température est fixée à 300 K.

Le domaine de calcul comprend uniquement la plaque de verre. Ce domaine est 3D, pour les besoins du code ASTRE, et découpé dans une seule direction, suivant l'épaisseur de la plaque. On précise que les deux codes ASTRE et ZéBuLoN utilisent le même maillage. Afin de traiter une configuration strictement monodimensionnelle (plaque infinie de 4 mm

d'épaisseur), on applique sur les faces latérales des conditions de symétrie (réflexion spéculaire totale) pour le calcul de rayonnement, et des conditions de paroi adiabatique pour le calcul de conduction. Les phénomènes de réfraction et réflexion aux interfaces air/verre sont modélisés par une condition aux limites particulière appliquée sur les faces inférieure et supérieure de la plaque, utilisant notamment les lois de Snell-Descartes pour la réfraction et la réflexion.

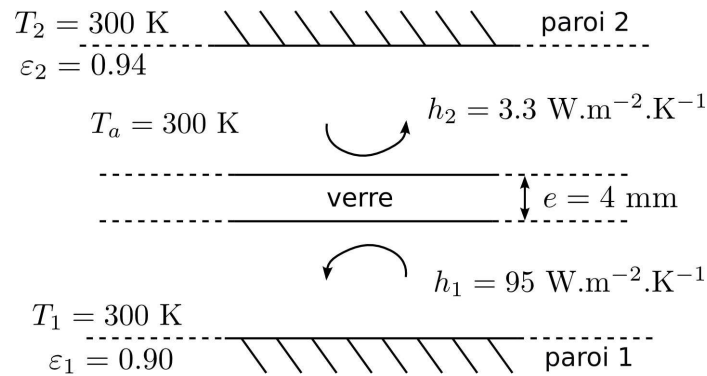


Figure 2 : Schéma du cas de validation 1D

Dans un premier temps, le calcul couplé a été réalisé en couplage fort sans sous-cyclage, afin d'obtenir des résultats de référence. L'évolution temporelle du profil de température dans l'épaisseur de la plaque est présentée sur la Figure 3. On y observe le refroidissement du verre en tous points, avec une dissymétrie des profils due à la valeur élevée du coefficient de convection en  $x = 0$ . A  $t = 16,67$  s, le profil de température est comparable à celui obtenu numériquement par SGR, ce dernier ayant été précédemment validé par l'expérimentation.

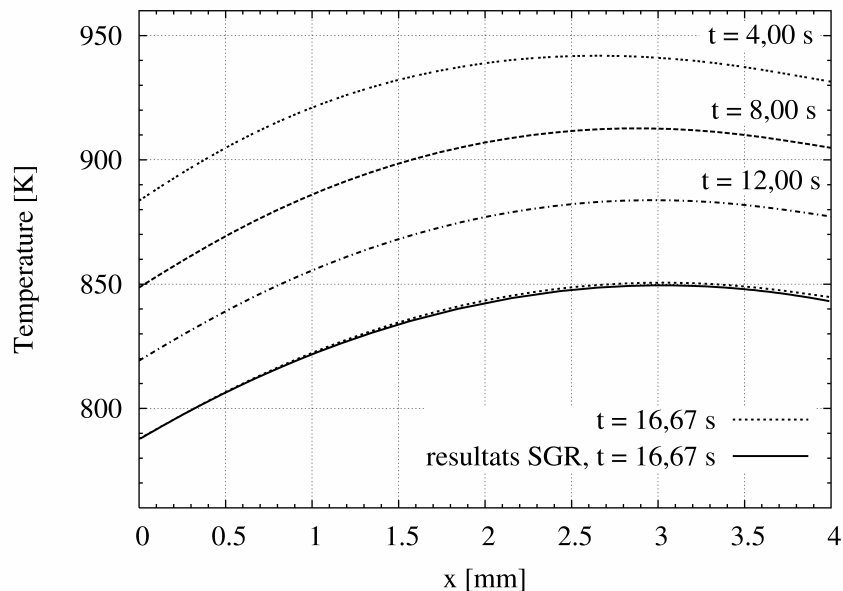


Figure 3: Profils de température dans l'épaisseur de la plaque, à 4 s, 8 s, 12 s et 16,67 s.

L'évolution temporelle de la puissance radiative en deux points dans l'épaisseur est tracée sur la Figure 4. Les valeurs négatives de la puissance indiquent une perte nette d'énergie. Le refroidissement du verre implique une diminution en valeur absolue de la puissance au cours du temps. Le verre, dont l'épaisseur optique est élevée, confine en partie l'énergie en  $x = 1$  mm (puissance faible en valeur absolue), tandis qu'en  $x = 0,2$  mm, la proximité du milieu extérieur permet une bonne évacuation de l'énergie.

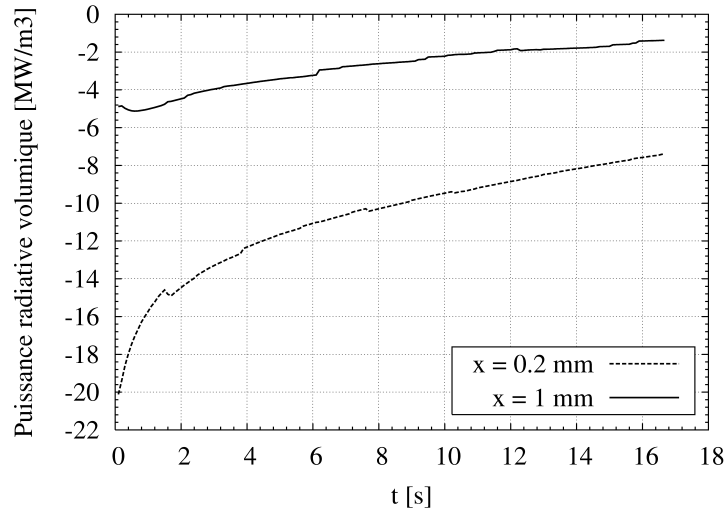


Figure 4: Évolution temporelle de la puissance radiative volumique, à 0,2 mm et 1 mm d'épaisseur.

Dans un second temps, le calcul couplé a pu être optimisé dans le but de réduire le temps de calcul. Plutôt que d'utiliser un couplage fort non sous-cyclé avec prédicteur linéaire, on a introduit la stratégie de sous-cyclage associée au couplage faible et au prédicteur linéaire. Dans ces conditions, un pas de temps de couplage de 1 s a permis de diminuer d'un facteur 7,6 le temps de calcul.

## 5. Conclusion

Cette étude a permis de calculer en 3D le refroidissement du verre à haute température, en prenant en compte les deux phénomènes dominants dans cette situation : la conduction et le rayonnement. La méthode de Monte Carlo, utilisée ici dans une version optimisée, permet le calcul précis des échanges radiatifs. Les méthodes de couplage mises en œuvre ont permis de réaliser un gain en temps de calcul grâce au sous-cyclage et à l'emploi d'un prédicteur linéaire. Les premiers calculs industriels 3D de refroidissement de bouteilles en cours de formage, non présentés ici, ont été réalisés par application directe du couplage présenté.

## Références

- [1] Données détaillées confidentielles.
- [2] J. Taine, E. Iacona, J-P. Petit, *Transferts thermiques*, 4<sup>e</sup> éd (2008), Dunod.
- [3] L. Tessé, F. Dupoirieux, B. Zamuner, J. Taine, Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward Monte Carlo methods and a correlated-k approach, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45 (2002), 2797-2814.
- [4] F. Dupoirieux, L. Tessé, S. Avila, J. Taine, An optimized reciprocity Monte Carlo method for the calculation of radiative transfer in media of various optical thicknesses, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49 (2006), 1310-1319.
- [5] J.-D. Garaud, *Développement de méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction d'instabilités dans les structures aérospatiales chaudes*. Thèse de doctorat, ONERA – Université Pierre et Marie Curie, 2008.

## Remerciements

Nous remercions l'équipe de Saint-Gobain Recherche qui a participé à cette étude.