

Etude du transfert de chaleur dans un canal obstrué par une méthode de type Boltzmann sur réseau

Mohammed Amine MOUSSAOUI^{1*}, Mohammed JAMI¹, Ahmed MEZRHAB¹, Hassan NAJI², Cherifa ABID³

¹ Laboratoire de Mécanique & Energétique Faculté des sciences, Département de physique 60000 Oujda, Maroc.

² Université Lille 1 - Sciences et Technologies/Polytech'Lille LML UMR CNRS 8107, F-59655 Villeneuve d'Ascq cedex, France.

³ Ecole polytechnique Universitaire de Marseille, IUSTI U.M.R. N° 6595, Technopole Château Gombert, 5 Rue Enrico Fermi, 12453 Marseille cedex 13, France.

* auteur correspondant : mouamine1@yahoo.fr

Résumé - Une étude numérique de l'écoulement laminaire bidimensionnel et du transfert de chaleur, dans un canal horizontal en présence de trois obstacles chauffés montés sur sa paroi inférieure et supérieure, est effectuée. Une partition est insérée en amont des obstacles en vue de contrôler l'écoulement d'air supposé incompressible où le nombre de Prandtl est égal 0,71. Deux valeurs du nombre de Reynolds sont considérées ($Re = 100$ et 600). Un schéma hybride, basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) et sur la méthode des différences finies, est utilisé. L'analyse des résultats obtenus montre bien l'effet de la présence de la partition sur l'écoulement et sur l'échange thermique entre le fluide et les obstacles.

Nomenclature

d	longueur de l'obstacle, m	T_0	température moyenne, $(T_c + T_f)/2$
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	u, v	composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$
H	hauteur du canal, m	U_0	vitesse maximale à l'entrée du canal, $m.s^{-1}$
L	longueur du canal, m	w	distance de séparation
Nu	nombre de Nusselt Local	x, y	coordonnées cartésiennes
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen	<i>Symboles grecs</i>	
Pr	nombre de Prandtl, $= \nu/\alpha$	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
Re	nombre de Reynolds, $= \rho U_0 H/\mu$	ρ	densité du fluide, $kg.m^{-3}$
t	temps, s	μ	viscosité dynamique du fluide, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
T	température, K	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
T_f	température froide, K	θ	température adimensionnelle, $(T-T_0)/(T_c-T_f)$
T_c	température chaude, K	τ	temps adimensionnelle, tU_0/H

1. Introduction

Les futures générations de puces électroniques se caractérisent par leur haute performance, leur durabilité et leur taille miniature. Toutefois, la haute dissipation thermique associée à ces puces exige davantage d'études sur la façon de maintenir leurs températures au-dessous de la température maximale de fonctionnement pour assurer de bonnes conditions de fonctionnement. Une quantité excessive de chaleur pourrait être suffisante pour faire fondre ou changer les propriétés thermo-physiques des puces, qui influent sur leur fiabilité et sur leur fonctionnalité. Une recherche réalisée par Bar-Cohen [1] indique que la fiabilité d'une puce de silicium diminue de 10 % pour toute élévation de la température de 2 °C. En règle générale, ces systèmes sont une série de multiples obstacles situés sur la paroi d'un canal.

Le refroidissement des blocs chauffés simulant des composants électroniques montés sur une carte a fait l'objet de nombreux travaux [2-4]. Ces travaux ont étudié l'influence des dimensions des blocs, de l'espace qui les sépare ainsi que l'influence de leur conductivité thermique sur le processus de refroidissement.

Il existe plusieurs techniques visant le refroidissement des blocs. Parmi ces techniques, on peut citer les systèmes munis de générateurs de tourbillons tels que les partitions ou les petits cylindres [5,6].

Le présent travail a été entrepris dans le but d'étudier l'influence d'une partition sur l'écoulement et sur l'échange thermique entre des obstacles chauds et l'air froid dans un canal horizontal. La méthode de Boltzmann sur réseau avec des temps multiples de relaxation (*MRT-LBM*) couplée avec la méthode des différences finies (*DF*) est utilisée comme stratégie numérique. Proposée par Lallemand et Luo [7] et par Mezrhab et al. [8], cette approche est très utilisée [9-11]. Elle permet d'obtenir les vitesses par la méthode de Boltzmann sur réseau et la température par la méthode des différences finies. Le choix de ce couplage numérique est dicté pour des raisons de stabilité numérique, par sa simplicité de programmation et par le gain en temps de calcul.

2. Description du problème et méthode numérique

Le problème physique considéré dans cette étude est celui d'un écoulement incompressible, laminaire et bidimensionnel dans un canal horizontal de hauteur H et de longueur $L=16H$ et dont les parois sont adiabatiques. Trois obstacles identiques de forme carrée de dimension (d^2) et de température adimensionnelle ($\theta_c=0,5$) sont montés sur les parois inférieure et supérieure du canal et distantes de $w=3d$. Le premier obstacle est inséré à une distance $X_{in}=5H$. Pour contrôler l'écoulement et l'échange thermique, une partition normale à l'écoulement de hauteur $H/4$ est placée à l'intérieur du canal à une distance fixe de $3H$ de l'entrée du canal, (voir figure 1). Le fluide caloporteur considéré dans cette étude est l'air (nombre de Prandtl $Pr=0,71$) de température $\theta_f=-0,5$. Ses propriétés physiques, à l'exception de sa densité, sont supposées constantes.

À l'entrée du canal, le profil des vitesses est parabolique avec une vitesse maximale U_0 . À la sortie, on suppose que les gradients de vitesse et de température sont nuls. Les conditions aux limites dynamiques sur les surfaces solides sont de types rebonds en arrière ce qui permet d'obtenir $u=v=0$.

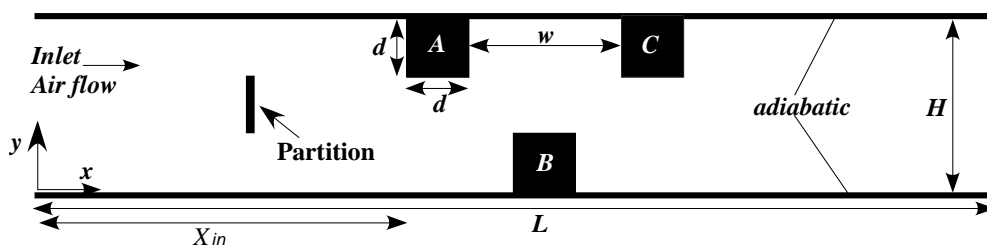


Figure 1 : Configuration étudiée

2.1. Méthode de Boltzmann sur réseau

Nous considérons un modèle bidimensionnel de la méthode *LBM* à neuf vitesses discrètes appelé modèle *D2Q9* sur une grille carrée de pas $\delta x = \delta y = 1$ (voir figure 2). Les particules fluides se déplacent d'un noeud de la grille vers le noeud voisin avec les vitesses discrètes qui sont données par:

$$e_i = \begin{cases} (0,0), & i = 0 \\ (\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2])c, & i = 1-4 \\ (\cos[(2i-9)\pi/4], \sin[(2i-9)\pi/4])\sqrt{2}c, & i = 5-8 \end{cases} \quad (1)$$

où $c = \delta x / \delta t$, avec le pas de temps $\delta t = 1$.

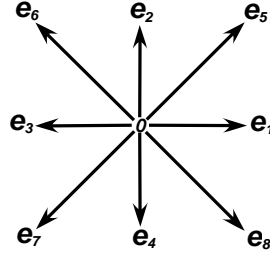


Figure 2 : Modèle D2Q9

L'équation d'évolution temporelle de l'état du fluide est donnée par:

$$f_i(x+e_i, t+1) = f_i(x, t) + \Omega f_i(x, t), \quad i = 0, 1, \dots, 8 \quad (2)$$

où f_i est la fonction de distribution d'une particule et Ω est l'opérateur de collision représentant la variation de la fonction de distribution due aux collisions particulières. La linéarisation de cet opérateur autour de la fonction de distribution à l'équilibre local f_i^{eq} apporte une simplification importante de la méthode *LBM*.

A chaque nœud du domaine, on calcule un ensemble de neuf moments associés aux neuf fonctions de distribution et qui sont liées par la transformation linéaire [8]

$$m = Mf \quad (3)$$

où la matrice M d'ordre 9 est donnée dans [8]. Pendant l'étape de collision qui est locale en espace, trois moments sont conservés (la densité et la quantité de mouvement), les six moments restants, non conservés, sont calculés à partir d'une simple équation de relaxation linéaire vers les valeurs d'équilibre qui dépendent des quantités conservées:

$$m_k^c = m_k + s_k(m_k^{eq} - m_k), \quad k = 3, 5, \dots, 8 \quad (4)$$

où $s_k = \Delta t / \tau_k$ est le taux de relaxation, m_k^c le moment après collision et m_k^{eq} représente le moment à l'équilibre.

Les nouvelles fonctions de distribution f^c sont calculées à partir des nouveaux moments m^c :

$$f^c = M^{-1}m^c \quad (5)$$

Macroscopiquement, la densité de masse et le vecteur vitesse sont donnés par:

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t) \quad (6)$$

$$\vec{u}(x, t) = \sum_i f_i(x, t) e_i / \rho(x, t) \quad (7)$$

L'équation d'énergie est discrétisée par une méthode de différences finies avec des schémas décentré en avant pour le temps et centré pour l'espace.

3. Résultats et discussion

Dans cette étude, le calcul est effectué pour deux valeurs du nombre de Reynolds basé sur la hauteur du canal, $Re=100$ et $Re=600$. Le code numérique a été largement validé dans nos

précédents travaux [8, 11]. Compte-tenu du temps de calcul et de la précision des résultats, un maillage uniforme de 1535×95 points est adopté.

Le transfert de chaleur entre les obstacles (chauds) et le fluide (froid) est caractérisé par les nombres de Nusselt local et moyen:

$$Nu = -d \left. \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|_{\text{surface de l'obstacle}} \quad \text{et} \quad \overline{Nu} = \sum_{\text{all faces}} \left[\frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\text{face}} Nuds d\tau \right] / 3 \quad (8)$$

où n et ds sont respectivement la normale et la largeur de la surface considérée.

3.1. Isothermes et lignes de courant

Les figures 3(a), 3(b), 3(c) et 3(d) présentent les lignes de courant pour $Re=100$ et $Re=600$ en absence et en présence de la partition. Des zones de re-circulations sont observées en aval immédiat des obstacles. En absence de la partition et lorsque le nombre de Reynolds croît, ces zones de re-circulations s'allongent et en particulier celle située derrière le dernier obstacle où le point de re-attachement est passé de $7,55H$ pour $Re=100$ à $11,60H$ pour $Re=600$. En présence de la partition et pour $Re=100$ (Figure 3(b)), on observe un sillage laminaire constitué de deux rouleaux contrarotatifs captifs situés à l'aval immédiat de la partition. En s'éloignant de la partition, on observe que l'écoulement garde la même structure générale et donc pour cette valeur du nombre de Reynolds, la présence de la partition n'a pas d'influence notable sur l'écoulement. Cependant, en augmentant le nombre de Reynolds, l'effet de la présence de la partition devient de plus en plus important. En effet, pour $Re=600$, un motif périodique de tourbillons de Von Karman apparaît juste derrière la partition et qui est la conséquence de la séparation instable de l'écoulement autour de la partition. En passant par les obstacles, les tourbillons de Von Karman se détruisent pour donner naissance à une structure de vortex très complexe derrière le dernier obstacle. On observe une évolution à cinq zones tourbillonnaires se créant le long de la paroi supérieure.

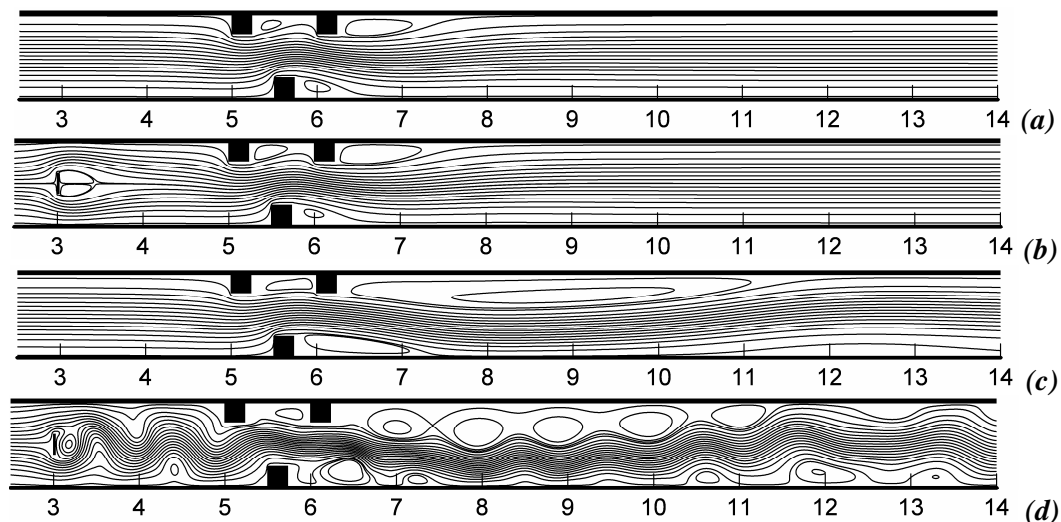


Figure 3 : Lignes de courant; a),b) $Re=100$ et c),d) $Re=600$

Les isothermes sont représentées sur les figures 4(a), 4(b), 4(c) et 4(d) pour $Re=100$ et $Re=600$ en absence et en présence de la partition. Un examen de ces figures permet de stipuler que les isothermes sont plus denses sur les faces des obstacles et deviennent de plus en plus denses lorsque Re augmente. Ce phénomène est dû au fait que les échanges thermiques sont très importants dans ces régions. D'après les figures 4(a), 4(b), on peut également dire que pour $Re=100$, la présence de la partition n'a pas d'influence sur le champ de température. Par contre, pour $Re=600$, les isothermes sont très perturbées et le gradient de température sur les

trois faces de chaque obstacle devient très élevé. Un amincissement de la couche limite thermique apparaît très nettement sur la face horizontale de chaque obstacle. La distorsion des isothermes est due en partie à la variation de la section de passage du flux d'air et en grande partie à la structure périodique de l'écoulement causée par la présence de la partition.

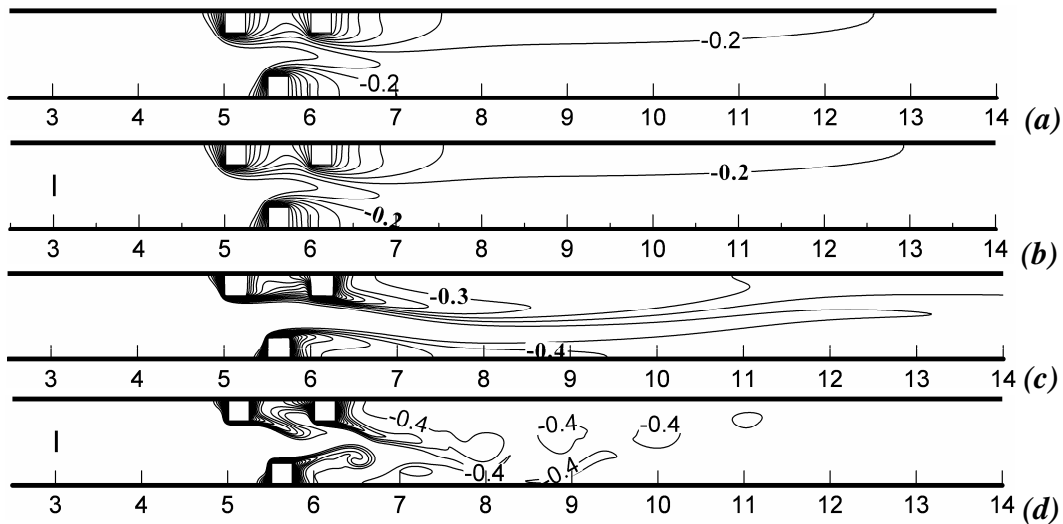


Figure 4 : Isothermes ; a),b) $Re=100$ et c),d) $Re=600$

3.2. Nombres de Nusselt local et moyen

La figure 5 illustre l'évolution du nombre de Nusselt local sur les faces d'échange des trois obstacles pour $Re = 100$ et 600 respectivement avec et sans partition. La représentation du nombre de Nusselt, sur les différentes faces des obstacles, est faite dans un sens trigonométrique à partir de la face droite. Dans tous les cas, les faces gauches et horizontales sont les mieux refroidies par l'air, cela est justifié par le fait qu'elles sont mieux exposées à l'écoulement d'air frais. L'augmentation du nombre de Reynolds entraîne une augmentation du nombre de Nusselt. Pour $Re=100$, il existe une similitude des courbes, par conséquent, la présence de la partition n'a aucun effet apparent sur le nombre de Nusselt confirmant ainsi les observations faites auparavant. Par contre, une augmentation visible du nombre de Nusselt est observée pour $Re=600$. Ceci est bien illustré dans le tableau 1 où on présente le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) sur les faces des trois obstacles. En présence de la partition et pour $Re=600$, une augmentation de l'ordre de 31 %, 16 % et 38 % est atteinte par \overline{Nu} pour les trois obstacles A, B et C respectivement.

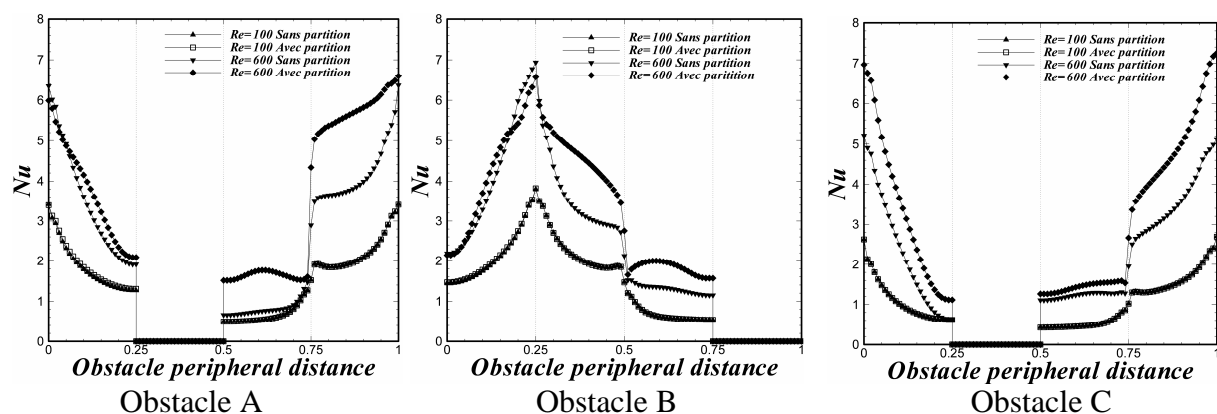


Figure 5 : Nombre de Nusselt local sur les faces des trois obstacles

		Obstacle A	Obstacle B	Obstacle C
$Re = 100$	Sans partition	1,5786	1,7110	1,0820
	Avec partition	1,5938	1,7170	1,0842
$Re = 600$	Sans partition	2,8472	3,0471	2,3660
	Avec partition	3,7242	3,5443	3,2582

Tableau 1 : Nusselt moyen sur les faces des trois obstacles

4. Conclusion

L'effet de la présence d'une partition dans un canal plan contenant trois obstacles identiques de forme carrée sur l'écoulement et le transfert thermique a été examiné numériquement. Un schéma hybride basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau et sur la méthode des différences finies pour déterminer les champs de vitesses et de température est utilisé. Pour la configuration considérée ici, les résultats peuvent être résumés comme suit :

- Le refroidissement des obstacles est d'autant meilleur que le nombre de Reynolds est important;
- Les faces horizontales et avant de chaque obstacle sont les mieux refroidies;
- L'importance primordiale de la présence de la partition apparaît très nettement pour le nombre de Reynolds le plus élevé ($Re=600$). En effet, l'influence de la partition sur le transfert thermique et sur l'écoulement de l'air à l'intérieur du canal n'est observée que pour cette valeur de Re ;
- Ce travail numérique pourrait déboucher sur la prédiction du refroidissement des composants électroniques.

Références

- [1] A. Bar-Cohen, A. D. Kraus, S. F. Davidson, Thermal frontiers in the design and packaging of microelectronic equipment, *Mech. Eng.*, 105-5 (1983), 530-539.
- [2] T.J. Young, K. Vafai, Convective flow and heat transfer in channel containing multiple heated obstacles, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41 (1998) 3279-3298.
- [3] S. Chen, Y. Liu, S. F. Chan, C.W. Leung, T. L. Chan, Experimental study of optimum spacing problem in the cooling of simulated electronic packages, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37 (2001), 351-357.
- [4] S-W. Perng, H-W. Wu, Numerical investigation of mixed convective heat transfer for unsteady turbulent flow over heated blocks in a horizontal channel, *Int. J. Thermal Sciences*, 47-5 (2008), 620-632.
- [5] Q. Wang, Y. Jaluria, Unsteady mixed convection in a horizontal channel with protruding heated blocks and a rectangular vortex promoter, *Phys. of Fluids*, 14-7 (2002), 2113-2127.
- [6] S-J. Yang, A numerical investigation of heat transfer enhancement for electronic devices using an oscillating vortex generator, *Num. Heat Transfer Part A*, 42 (2002), 269-284.
- [7] P. Lallemand, L.-S. Luo, Hybrid finite-difference thermal lattice Boltzmann equation, *Int. J. Modern Physics B*, 17-1/2 (2003), 41-47.
- [8] A. Mezrhab, M. Bouzidi, P. Lallemand, Hybrid lattice Boltzmann finite-difference simulation of convective flows, *Computer and Fluids* 33 (2004) 623-641.
- [9] P.V. Leemput, C. Vandekerckhove, W. Vanroose, D. Roose, Accuracy of hybrid lattice Boltzmann/finite difference schemes for reaction-diffusion systems, *Multiscale Model. Simul.*, 6-3 (2007) 838-857.
- [10] C. V. Treeck, E. Rank, M. Krafczyk, J. Tolke, B. Nachtwey, Extension of a hybrid thermal LBE scheme for large-eddy simulations of turbulent convective flows, *Computers & Fluids*, 35 (2006) 863-871.
- [11] M. Jami, A. Mezrhab, M. Bouzidi, P. Lallemand, Lattice-Boltzmann computation of natural convection in a partitioned enclosure with inclined partitions attached to its hot wall. *Physica A*, 368-2 (2006) 481-494.