

# Contribution numérique à l'étude du couplage convection naturelle- rayonnement dans une cavité ventilée de forme "T" : Effet de l'inclinaison

Samir AMRAQUI <sup>1,\*</sup>, Ahmed MEZRHAB <sup>1</sup>, Cherifa ABID <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculté des Sciences, Département de Physique, Laboratoire de Mécanique & Energétique, 60000 Oujda, Maroc.

<sup>2</sup> Ecole polytechnique Universitaire de Marseille, IUSTI U.M.R. N° 6595, Technopole Château Gombert, 5 Rue Enrico Fermi, 12453 Marseille cedex 13, France.

\*(auteur correspondant: samir.nova@gmail.com)

**Résumé** - L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement le transfert de chaleur par couplage convection naturelle - rayonnement dans une cavité carrée de forme "T", contenant deux blocs solides isothermes et munie de deux ouvertures près de ses extrémités haute et basse. Pour cela, un modèle numérique basé sur la méthode des volumes finis est utilisé dans cette étude. Le couplage pression-vitesse est assuré par l'algorithme SIMPLER. Les systèmes algébriques obtenus sont résolus par la méthode des gradients conjugués. On s'intéresse à la structure de cet écoulement et au transfert de la chaleur pour  $Ra=10^5$ ,  $Pr=0,71$  et pour différentes inclinaisons de la cavité. Les résultats sont présentés en termes de distributions des lignes de courant, des isothermes et du nombre de Nusselt moyen.

## Nomenclature

$d$	distance séparant les deux blocs, $m$	$x, y$	coordonnées cartésiennes, $m$
$D$	distance adimensionnelle séparant les deux blocs, $d/L$	$X, Y$	coordonnées adimensionnelles, $X=x/L$ , $Y=y/L$
$F_{i,j}$	facteur de forme entre les surfaces $S_i$ et $S_j$	<b>Symboles grecs</b>	
$g$	accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$
$h$	hauteur des blocs, $m$	$\beta$	coefficient d'expansion volumique, $K^{-1}$
$H$	hauteur adimensionnelle des blocs, $h/L$	$\Delta T$	différence maximale de température, $(T_c - T_f), K$
$k$	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	$\varphi_r$	densité du flux radiatif, $W \cdot m^{-2}$
$l_o$	largeur de l'ouverture, $m$	$\phi_r$	densité du flux radiatif adimensionnel, $\varphi_r / \sigma T_h^4$
$L$	largeur de la cavité, $m$	$\nu$	viscosité cinématique du fluide, $m^2 \cdot s^{-1}$
$L_o$	largeur adimensionnelle de l'ouverture, $l_o/L$	$\rho_o$	densité du fluide à $T_o$ , $kg \cdot m^{-3}$
$Nu$	nombre de Nusselt moyen	$\theta$	température adimensionnelle, $(T - T_f) / (T_c - T_f)$
$Nr$	nombre de rayonnement, $\sigma T_h^4 / (k_f \Delta T / L)$	$\Theta$	température adimensionnelle, $T / T_h$
$p$	pression, $Pa$	$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
$P$	pression adimensionnelle, $(p + \rho_o g y) L^2 / \rho_o \alpha^2$	$\varepsilon$	émissivité d'une surface radiative
$Pr$	nombre de Prandtl, $\nu / \alpha$	<b>Indices et exposants</b>	
$Ra$	nombre de Rayleigh, $g \beta (T_c - T_f) L^3 / \nu \alpha$	$f$	froid
$S_i$	surface radiative numéro $i$	$c$	chaud
$T$	température, $K$	$o$	ouverture
$T_o$	température moyenne, $(T_c + T_f) / 2$ , $K$		
$u, v$	vitesse selon $x, y$ , $m \cdot s^{-1}$		
$U, V$	vitesse adimensionnelles selon $x, y$		
	$U = uL / \alpha$ , $V = vL / \alpha$		

## 1. Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle et par rayonnement dans des cavités de types obstruées et/ou ventilées est un problème dont l'intérêt tant sur le plan fondamental que sur le plan industriel est important. Parmi ces applications, nous pouvons citer : le

refroidissement des composants électroniques, l'industrie des capteurs solaires, la thermique de l'habitat et l'ingénierie nucléaire.

Au cours des dernières années, un grand nombre de recherches expérimentales et numériques a été consacré à l'étude du transfert thermique dans une cavité contenant des blocs solides. Parmi ces travaux, on cite notamment celui de El Alami et al. [1] qui ont étudié l'effet de cheminée par convection naturelle dans une cavité ventilée et obstruée par deux blocs solides. Récemment, Mezrhab et al [2] ont présenté une étude numérique, basée sur une méthode des volumes finis et une approximation par éléments de frontières, du couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité carrée différentiellement chauffée, au centre de laquelle, se trouve un bloc solide conducteur carré générant de la chaleur. Ils ont constaté que les structures des isothermes et des lignes de courant dans la cavité sont fortement affectées par le transfert de chaleur radiatif. En plus, celui-ci augmente considérablement le transfert de chaleur global dans la cavité et permet un bon refroidissement du bloc solide qui génère la chaleur.

Il ressort des travaux dans la littérature que très peu d'information sont disponibles actuellement tant sur le plan numérique qu'expérimental sur la structure d'écoulement se produisant dans une cavité inclinée contenant des blocs solides. Kimura et al. [3] ont étudié expérimentalement et numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée contenant un bloc solide. Dans leur analyse numérique, ils ont varié le rapport de la conductivité thermique du bloc solide à celle de l'air et ils ont trouvé que le bloc solide de grande conductivité thermique augmente le transfert de chaleur au sein de la cavité dans le cas de grands angles d'inclinaison. Cependant, pour de faibles angles d'inclinaison, l'augmentation de la conductivité thermique réduit le transfert de chaleur à travers la cavité.

L'objectif du présent travail consiste à étudier numériquement le couplage convection naturelle- rayonnement dans une cavité ventilée de forme "T" munie de deux ouvertures, en examinant l'effet de l'inclinaison sur la distribution de la température, la structure de l'écoulement et le nombre de Nusselt moyen au sein de la cavité.

## 2. Formulation mathématique du problème

Le problème physique considéré dans cette étude est celui d'une cavité carrée de forme "T" munie de deux ouvertures coaxiales, ventilée par le bas (figure 1). La paroi horizontale supérieure est maintenue à une température froide  $T_f$ , alors que les blocs solides sont portés à une température chaude  $T_c$  et sont connectés avec des surfaces adiabatiques. Le fluide circulant dans la cavité est de l'air sec et ses propriétés physiques, à part sa densité, sont supposées constantes à la température moyenne  $T_0$ . En plus, il est considéré incompressible, laminaire, bidimensionnel et l'approximation de Boussinesq est supposée vérifiée. Les surfaces radiatives sont supposées grises et diffuses en émission/réflexion.

Les équations de conservation, écrites sous la forme adimensionnelle, sont données par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \sin \varphi \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \cos \varphi \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Les conditions aux limites hydrodynamique et thermique associées au système d'équations (1)-(4) sont telles que :

$$(X = 0,25 \text{ ou } X = 0,75) \text{ et } 0 \leq Y \leq H: \quad U = V = 0, \quad \theta = 1 \quad (5)$$

$$(X = 0 \text{ ou } X = 1) \text{ et } H \leq Y \leq 1: \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} - Nr \phi_r = 0 \quad (6)$$

$$Y = H \text{ et } (0 \leq X \leq 0,25 \text{ ou } 0,75 \leq X \leq 1): \quad U = V = 0, \quad \theta = 1 \quad (7)$$

$$Y = 0 \text{ et } 0,425 \leq X \leq 0,575: \quad U = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad \theta = 0, \quad P = -\frac{Q_{in}^2}{2} \quad (8)$$

$$Y = 0 \text{ et } (X < 0,425 \text{ ou } X > 0,575): \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} - Nr \phi_r = 0 \quad (9)$$

$$Y = 1 \text{ et } 0,425 \leq X \leq 0,575: \quad U = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad P = 0 \quad (10)$$

$$Y = 1 \text{ et } (X < 0,425 \text{ ou } X > 0,575): \quad U = V = 0, \quad \theta = 0 \quad (11)$$

$$\text{Où:} \quad Q_{in} = \int_{0,425}^{0,575} [V(X)]_{Y=0} dX \quad (12)$$

### 3. Procédure numérique

Le modèle numérique utilisé pour résoudre les équations de conservation de notre système est basé sur la méthode des volumes finis développée par Patankar [4]. Pour résoudre les équations des conditions thermiques au niveau des surfaces du bloc (6) et (9-10), les surfaces radiatives du solide formant la cavité et le bloc solide ont été discrétisées en un nombre  $N$  de surfaces radiatives.  $N$  est égal au nombre total des interfaces entre volumes de contrôle solide et fluide. Ainsi, la densité adimensionnelle  $\phi_{ri}$  de flux radiatif perdu par la surface  $S_i$  est donnée par :

$$\phi_{r,i} = R_i - \sum_{j=1}^N R_j F_{i-j} \quad (13)$$

Et la radiosité adimensionnelle est obtenue en résolvant le système:

$$\sum_{j=1}^N (\delta_{ij} - (1 - \epsilon_i) F_{i-j}) R_j = \epsilon_i \Theta_i^4 \quad (14)$$

$F_{i-j}$  est déterminé en utilisant une approximation par éléments de frontière, en effectuant l'intégration par méthodes de Monte Carlo et en utilisant un algorithme permettant de traiter l'effet d'ombre.

Pour les calculs rapportés dans cette étude, un maillage non-uniforme de  $80 \times 80$  éléments a été choisi pour optimiser la relation entre la précision et le temps de calcul. Parmi les paramètres gouvernant le système d'équations, nous avons fixé :  $L_0 = 0,15$  ;  $H = D = 0,5$  ;  $\Delta T = 20$  K et  $Pr = 0,71$ .

Le nombre de Nusselt moyen le long du bloc solide est défini par :

$$Nu = 2 \left[ \int_0^H \left( -\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{(X_w=0,25,Y)} + N_r \phi_r(X_w=0,25,Y) \right] dY + \int_0^{0,25} \left( -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{(X,Y_w=H)} + N_r \phi_r(X,Y_w=H) \right] dX \quad (15)$$

## 4. Résultats et discussion

Le code numérique que nous avons élaboré pour résoudre les équations de base a été validé en prenant comme référence les résultats présentés dans les articles [5,6]. Nous envisageons d'analyser, dans cette partie, l'effet de l'inclinaison de la cavité en faisant varier  $\varphi$  de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  par pas de  $18^\circ$ .

### 4. 1. Isothermes et lignes de courant

Les structures des isothermes et des lignes de courant obtenues pour différentes valeurs d'inclinaison  $\varphi$ , en absence ( $\varepsilon = 0$ ) et en présence ( $\varepsilon = 1$ ) du rayonnement thermique, sont montrées respectivement sur les figures 2a et 2b pour un nombre de Rayleigh  $Ra=10^5$ .

Dans le cas de la cavité horizontale ( $\varphi=0^\circ$ ), on constate que les isothermes et les lignes de courant sont symétriques par rapport à la médiane verticale de la cavité. Par contre, lorsque la cavité est inclinée, la structure d'écoulement symétrique est rapidement déstabilisée.

En convection naturelle pure ( $\varepsilon=0$ ), l'écoulement pour  $\varphi=0^\circ$  est stagnant dans les parties gauche et droite de la moitié supérieure de la cavité. Cela s'explique par le fait que l'écoulement est canalisé autour de l'axe vertical central de la cavité. Pour les faibles inclinaisons  $\varphi=18^\circ$ ,  $36^\circ$  et  $54^\circ$ , on note qu'elles favorisent l'accélération des particules du côté du bloc 1 (figure 2a). Concernant la distribution de la température qui reste dominée par la cellule convective, on constate un gradient de température faible au niveau du bloc 2 de la cavité à cause de l'immobilité des particules, par contre il reste plus intense dans le bloc 1. Lorsqu'on augmente l'inclinaison à  $\varphi=72^\circ$ , le fluide passe entièrement du côté du bloc 1. Ainsi, la cellule de convection naturelle au dessus du bloc 1 devient plus intense et volumique. En plus, la chaleur transférée de la paroi chaude du bloc 1 au fluide est plus grande. Ceci est confirmé par la structure des isothermes près de la paroi chaude de la cavité. Néanmoins, ils sont moins serrés au voisinage du bloc 2 à cause de la diminution de la vitesse d'écoulement. Dans le cas où la cavité est perpendiculaire à la pesanteur,  $\varphi=90^\circ$ , une cellule convective se développe en occupant la totalité de la cavité qui fait passer la chaleur de la face (AB) vers la paroi froide comme le montre les isothermes correspondantes.

En mode de convection naturelle combiné au rayonnement thermique ( $\varepsilon=1$ ) (figure 2b), le flux radiatif émis par la paroi chaude atteint la paroi adiabatique et augmente sa température. En fait, l'inclinaison des isothermes près de la paroi adiabatique est due à l'importance du flux radiatif. Là aussi et comme dans le cas de la convection naturelle pure (figure 2a), l'inclinaison réduit de façon importante la vitesse de l'écoulement dans la cavité (voir les structures des lignes de courant).

### 4. 2. Nombre de Nusselt moyen

La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison  $\varphi$  pour différentes valeurs de  $Ra$  est présentée respectivement sur les figures 3a et 3b en absence et en présence du rayonnement thermique. On constate que dans les deux cas (convection naturelle pure et convection naturelle combinée au rayonnement) et pour toutes les valeurs de  $\varphi$ , l'augmentation du nombre de Rayleigh  $Ra$  produit une augmentation du nombre de Nusselt moyen, qui devient plus significative pour une cavité horizontale. En plus, ce dernier diminue avec l'accroissement de l'inclinaison  $\varphi$ , cette diminution est négligeable pour  $Ra=10^3$ . On note aussi que la contribution du rayonnement thermique dans le transfert de chaleur est très importante. En effet, la valeur du nombre de Nusselt moyen a quasiment doublé en présence du rayonnement thermique comme le montre la figure 3b.

## 5. Conclusion

Dans cette communication, nous avons étudié numériquement l'influence du rayonnement thermique et de l'inclinaison d'une cavité ventilée de forme "T" sur le transfert de chaleur et l'écoulement d'air. A la lumière de cette étude, on conclut que l'inclinaison de la cavité même de faible valeur modifie la structure de l'écoulement et du champ de température. L'inclinaison des isothermes près des parois adiabatiques est due à l'importance des flux radiatifs. En outre, le rayonnement thermique augmente considérablement le transfert de chaleur dans la cavité. Ce dernier est d'autant plus important que l'inclinaison de la cavité est faible.

## Références

- [1] M. El Alami, M. Najam, E. Semma, A. Oubarra and F. Penot, Chimney effect in a "T" form cavity with heated isothermal blocks: The blocks height effect, *Energy Conversion and Management*, Vol. 45 (2004), 3181-3191.
- [2] A. Mezrhab, H. Bouali. and C. Abib, Modelling of combined radiative and convective heat transfer in an enclosure with a heat generating conducting body, *International Journal of Computational Methods* Vol. 2, n° 3 (2005), 431-450.
- [3] T. Kimura, M. Takeuchi and T. Miyanaga, Natural-Convection Heat Transfer in Inclined Rectangular Enclosure, *Trans. JSME*, 58 (547) B (1992), 850-856
- [4] S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *McGraw-Hill, New York, NY*, (1980).
- [5] A. Mezrhab, H. Bouali, H. Amaoui and M. Bouzidi, Computation of combined natural convection and radiation heat transfer in a cavity having a square body at its center, *Applied Energy* 83 (2006), 1004-1023.
- [6] H. Bouali, A. Mezrhab, H. Amaoui and M. Bouzidi, Radiation – natural convection heat transfer in inclined rectangular enclosure. *Int J Therm Sci* 45 (2006), 553–66.

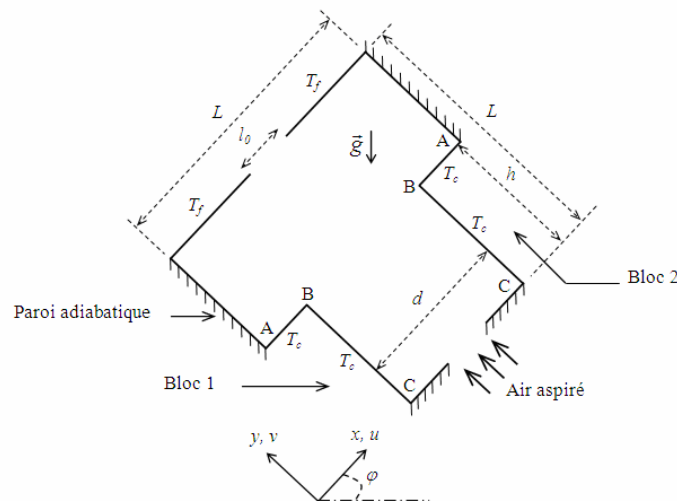
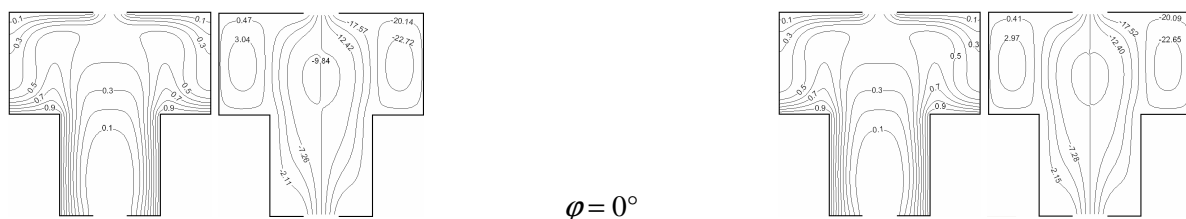


Figure 1 : Géométrie étudiée



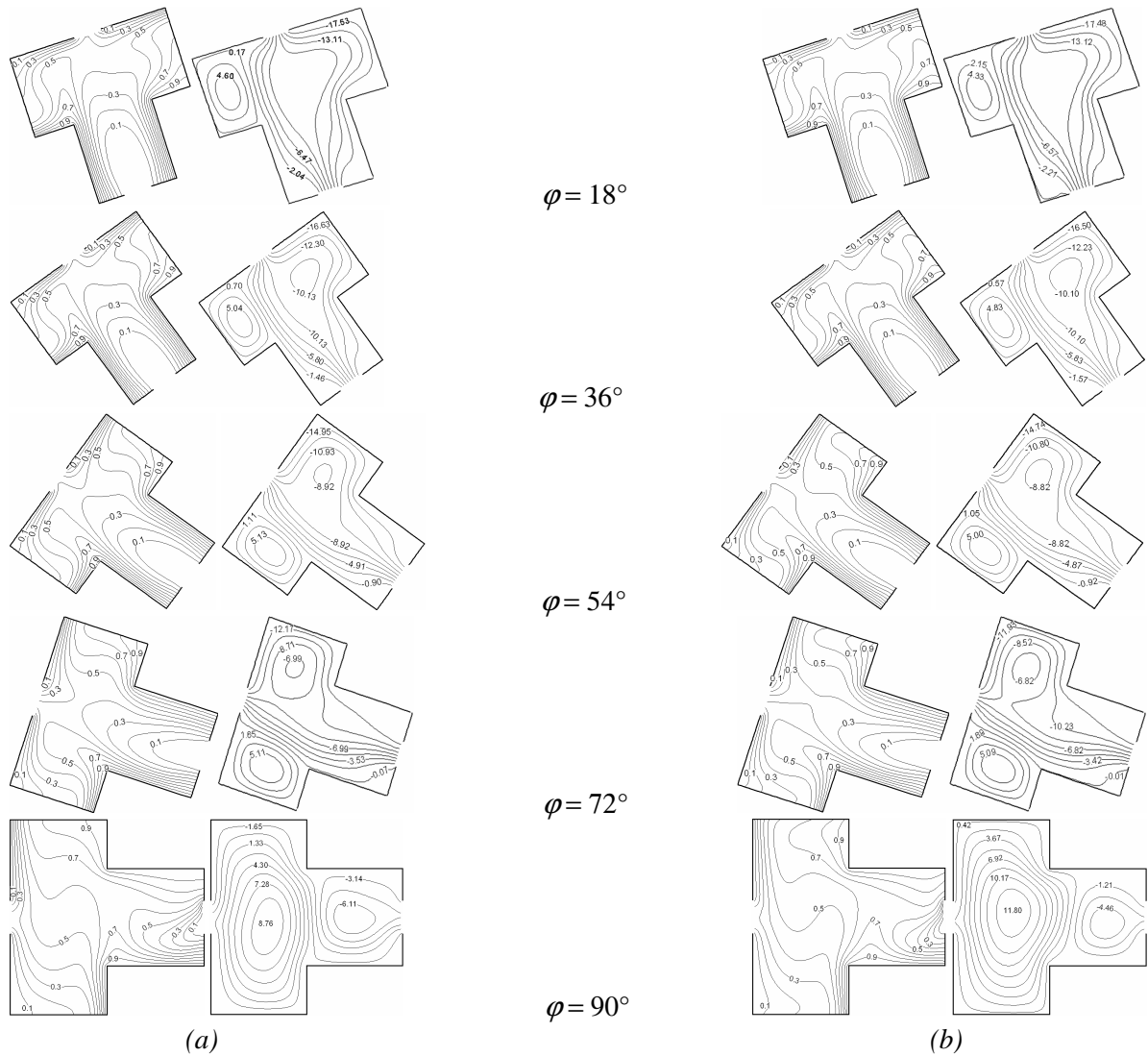


Figure 2 : Isothermes et lignes de courant à  $Ra=10^5$  : (a)  $\varepsilon = 0$  ; (b)  $\varepsilon = 1$

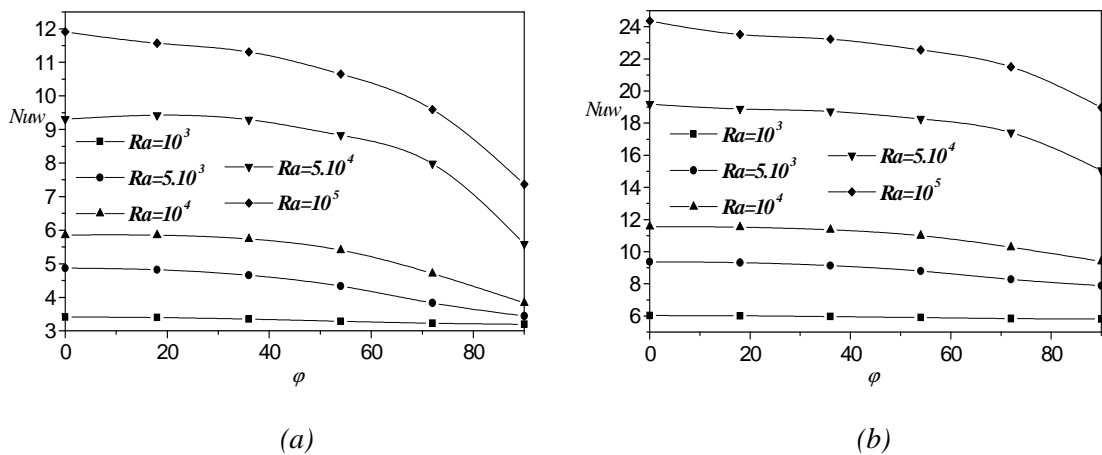


Figure 3 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison  $\varphi$  pour différents  $Ra$  : (a)  $\varepsilon = 0$ , (b)  $\varepsilon = 1$