

Étude numérique du coefficient d'extinction pour une structure végétale générée à l'aide de fractals

Aymeric Lamorlette, Anthony Collin, Pascal Boulet et Olivier Séro-Guillaume

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée LEMTA, CNRS UMR 7563
ENSEM, 2 avenue de la forêt de Haye - 54504 Vandœuvre-lès-Nancy - France

*auteur correspondant : anthony.collin@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé - Dans le cadre de l'étude des feux de forêts, le coefficient d'extinction du milieu équivalent au milieu végétal est habituellement évalué à l'aide de la corrélation de De Mestre. Cette dernière ne prend en compte ni l'orientation ni la position des feuilles dans le milieu. Afin de quantifier leur rôle sur la valeur du coefficient d'extinction, une structure végétale réaliste est modélisée à l'aide d'un outil fractal. Une méthode de suivi de rayons est utilisée pour simuler le transfert radiatif dans l'arbre numériquement reconstruit. L'étude présente les écarts entre la corrélation de De Mestre et les résultats numériques.

Nomenclature

D_{cour}	diamètre de la couronne, [m]	S_p	surface projetée verticalement d'une feuille, [m ²]
H_m	hauteur de l'arbre, [m]	S_t	surface totale d'une feuille, [m ²]
l	libre parcours moyen, [m]	$S_{arbre\ p}$	surface projetée verticalement de l'arbre, [m ²]
LAI	Leaf Area Index, [-]	β	coefficient d'extinction, [m ⁻¹]
\mathcal{L}_{Tot}	parcours total des rayons, [m]	θ	angle azimutal mesuré de l'axe X , [rad]
nb_{ext}	nombre total d'événements d'extinction ayant lieu lors du trajet des rayons, [-]	φ	angle polaire mesuré de l'axe Z , [rad]
N_l	nombre de feuilles, [nombre de feuilles]		
$p(\varphi, \theta)$	densité de probabilité, [sr ⁻¹]		

1. Introduction - Rôle du coefficient d'extinction

La propagation d'un feu de végétation dépend de nombreux paramètres, du fait d'un grand nombre de phénomènes physiques impliqués comme les différents transferts d'énergie. Dans un feu les transferts de chaleur sont à la fois convectif, conductif et radiatif. Cependant, le transfert radiatif est dominant, devenant le moteur principal de la propagation [1]. Il est donc nécessaire d'estimer précisément ce transfert pour obtenir une bonne modélisation de la propagation. Le transfert radiatif dépend de la température de flamme et de sa géométrie, de la configuration spatiale de la flamme et du milieu végétal et de la capacité qu'a la végétation à absorber le rayonnement (grâce au coefficient d'extinction). Le travail effectué ici porte sur ce dernier paramètre. Ce transfert dépend linéairement du coefficient d'extinction du milieu végétal, sa détermination est donc importante.

En dehors de rare cas où la détermination analytique est possible (par exemple cas de feuilles distribuées aléatoirement dans l'espace) [2], seules les méthodes numériques telles que les méthodes de lancer de rayons sont utilisables pour estimer le coefficient d'extinction. Dans cette étude, nous avons choisi de développer une méthode de suivi de rayons associée à une génération du milieu végétal par IFS (Iterated Function Systems) pour identifier un coefficient d'extinction du milieu homogène équivalent.

Le choix de l'IFS pour la modélisation du milieu vient du fait que cet outil a été créé afin de représenter des géométries fractales. Or la répartition d'un motif à différentes échelles, que l'on

retrouve sur les arbres avec la branche comme unité de base et que l'on appelle auto-similarité ou invariance d'échelle, caractérise les géométries fractales [3]. Théoriquement, un arbre présente un processus de connection qui permet de déterminer l'objet autosimilaire quand le nombre de fois où l'objet est copié tend vers l'infini.

Un fractal est défini comme un objet mathématique construit étape par étape suivant un procédé itératif défini (comme le processus de connection). Un IFS suit le même processus en s'arrêtant à un ordre donné. Il est défini par un ensemble de transformations affines, constituées de rotations et de contractions. Suivant les paramètres de ces transformations, il est possible d'obtenir un nombre très varié de formes, des feuilles de fougères aux reliefs montagneux [4].

Cette étude est organisée de la manière suivante : la première partie décrit la méthode de suivi de rayons, la seconde concerne la construction numérique de l'arbre et la troisième présente les différents cas étudiés ainsi que les résultats obtenus. La conclusion soulignera finalement les résultats principaux de cette étude.

2. Méthode de lancer de rayons

Le but est d'identifier le coefficient d'extinction d'un milieu homogène équivalent. On note que, dans l'infrarouge, Monod *et al.* [5] ont montré que l'absorptivité de la matière végétale est très proche de 1. Dans la suite on considérera donc que la matière végétale se comporte comme une surface noire et que l'extinction correspond uniquement à de l'absorption.

L'outil numérique utilisé ici est basé sur une méthode de lancer de rayons tridimensionnelle. Un nombre important de rayons est émis dans le milieu et la distance qu'ils parcourent ainsi que le nombre total d'événements d'extinction sont enregistrés. Cette technique a déjà été présentée dans de précédentes études [2, 5], c'est pourquoi elle n'est que brièvement rappelée ici :

1. Émission d'un rayon depuis l'intérieur du milieu associé à une direction de propagation,
2. Recherche de l'intersection de ce rayon avec une feuille (auquel cas sa propagation s'arrête) ou avec les bords du domaine (auquel cas il est réfléchi de façon spéculaire et le suivi continue),
3. Pour chaque suivi de rayons, la distance totale parcourue est calculée.

Les résultats obtenus pour chaque simulation sont composés des données suivantes :

- nb_{ext} est le nombre d'événements d'extinction qui ont lieu à l'intérieur du milieu reconstruit, équivalent au nombre de rayons suivis car les phénomènes d'extinction ne correspondent qu'à de l'absorption,
- \mathcal{L}_{Tot} est la distance totale parcourue par l'ensemble des rayons.

En utilisant cette méthode, le coefficient d'extinction β du milieu équivalent peut être estimé pour un milieu reconstruit donné. Une formulation basée sur le libre parcours moyen l , défini comme la distance moyenne parcourue par un rayon avant extinction, est utilisée ici :

$$l = \frac{1}{\beta} = \frac{\mathcal{L}_{Tot}}{nb_{ext}} \quad (1)$$

Une analyse de sensibilité a déjà été effectuée afin de vérifier que les conditions de simulations n'ont pas d'influence sur les résultats [5].

3. Génération de la structure numérique

3.1. Utilisation de la géométrie fractale

L'IFS utilisé ici est constitué de 8 transformations. On souhaite créer une structure de symétrie azimutale, alors chaque transformation présentera les mêmes contractions (1 par direction d'es-

pace), et ces contractions seront identiques dans les directions X et Y . Les rotations seront également identiques. De plus, l'élément de base (le tronc) présente une symétrie azimutale, permettant de ne considérer qu'une rotation par transformation. Finalement, les dimensions de la structure doivent être ajustées sur celles de l'arbre par 2 affinités, une radiale et une verticale. L'IFS possède 5 paramètres : une contraction a_r pour les directions X et Y , une contraction a_z pour la direction Z , un angle de rotation φ et deux coefficients d'expansion E_r et E_z .

3.2. Positionnement des feuilles

Dans cette étude, une hypothèse sera faite sur la génération de l'arbre : une feuille est présente à l'extrémité de chaque élément généré par l'IFS. Cette hypothèse permet de définir le LAI ou "Leaf Area Index" de la manière suivante :

$$LAI = \frac{N_l S_p}{S_{arbre\ p}} \quad (2)$$

où $S_{arbre\ p} = \pi D_{cour}^2 / 4$ est la surface projetée verticalement de l'arbre, D_{cour} est le diamètre de la couronne, S_p est la surface projetée verticalement d'une feuille et N_l est le nombre total de feuilles dans l'arbre.

3.3. Orientation des feuilles

Afin de générer des structures réalistes, l'orientation des feuilles doit être connue. En effet, le nombre N_l de feuilles ne peut être calculé si la surface projetée verticalement d'une feuille n'est pas connue. De plus, les feuilles doivent être orientées une fois positionnées.

Les relations développées par De Wit [6] sont alors utilisées. Les suggestions de De Wit [6] permettent de classer les feuilles suivant cinq catégories en fonction de leurs orientations : aléatoires (hypothèse la plus courante rencontrée dans la littérature du fait de la simplicité du modèle), planophiles, érectophiles, plagiophiles et extrémophiles. Dans cette étude, seule l'orientation planophile sera utilisée. La densité de probabilité $p(\varphi, \theta)$ de distribution des angles de feuilles est définie par [2],

$$p(\varphi, \theta) = \frac{3}{2} (1 + \cos 2\varphi) \quad (3)$$

φ et θ représentent, respectivement, l'angle polaire et l'angle azimutal. Les distributions de feuilles étudiées présenteront une symétrie azimutale. C'est pourquoi l'angle θ n'est pas présent dans la relation (3). Une fois les feuilles positionnées, leur orientation est donnée en choisissant φ selon la relation (3) et θ selon une densité uniforme de probabilité dans l'intervalle $[0; 2\pi]$.

Les paramètres géométriques qui sont finalement requis pour la reconstruction d'arbres sont :

- la hauteur moyenne de l'arbre (en considérant ses deux faces)
- le diamètre moyen de la couronne – la répartition verticale du LAI
- la surface moyenne totale d'une feuille – l'orientation des feuilles

Le motif d'une feuille doit également être connu pour une reconstruction fine. Une feuille réelle et sa représentation numérique sont présentées sur les Figures 1 et 2.

4. Résultats

4.1. Présentation de l'arbre numérique

L'arbre étudié ici est un *Quercus Prinus*. Sa hauteur, sa valeur du LAI et sa répartition verticale de LAI sont données par une bibliothèque établie par Teske *et al.* [7]. Le diamètre de

sa couronne, la surface moyenne de ses feuilles ainsi que le motif de ses feuilles sont pris dans une bibliothèque faite à l'université de Géorgie [8]. Les valeurs de ces paramètres sont :

$$H_m=25,46 \text{ m} \quad D_{cour}=22,0 \text{ m} \quad S_t=0,00677 \text{ m}^2 \quad LAI = 3,07$$

L'hypothèse d'une orientation planophile est utilisée pour les feuilles, ce qui permet de connaître la surface projetée verticalement d'une feuille. Celle-ci vaut [2] $S_p = 3/8 S_t$.

Les paramètres de l'IFS utilisés sont : $N_l=418500$, $a_r=0,75$, $a_z=0,65$, $\varphi=1,5$, $E_r=6$ et $E_z=12$. On rappelle que N_l correspond à l'ordre d'itération de l'IFS.

La hauteur de l'arbre reconstruit est $H_{m_r}=26,4$ m et le diamètre de sa couronne est $D_{cour_r}=22,1$ m. Les dimensions de l'arbre reconstruit s'ajustent sur celles de l'arbre réel. L'identification du $LAI(z)$, qui représente la distribution verticale du LAI, est maintenant effectuée pour une validation plus fine. Une analogie entre la construction de l'IFS et la définition du LAI permet de définir ce paramètre de la manière suivante : $LAI = \sum S_p / S_{arbre p}$. En utilisant cette définition, il est possible de comparer l'IFS aux données de Teske (voir Figure 3). On observe alors que la répartition verticale de feuilles de l'IFS est en bonne accord avec celle du *Quercus Prinus*. La courbe expérimentale est ajustée par une distribution de Weibull :

$$LAI(z) = LAI \frac{1 - \exp \left[- \left[\frac{1 - \left(\frac{z}{H_m} \right)^c}{b} \right]^c \right]}{1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{b} \right)^c \right]} \quad (4)$$

avec $b = 0,599$ et $c = 2,144$ paramètres de la distribution pour le *Quercus Prinus*. Une fois, l'ensemble des paramètres de l'IFS ajusté, un *Quercus Prinus* peut alors être numériquement reconstruit en ne considérant uniquement que le feuillage (Cf. Figure 4).

4.2. Présentation des milieux équivalents

Présentons maintenant les différents milieux pour lesquels seront effectués les lancers de rayons. Chaque milieu est défini par une boîte parallélépipédique qui contient l'arbre reconstruit. Les dimensions de cette boîte sont donc de 22,1 m × 22,1 m × 26,4 m. Cette configuration correspond à une densité d'arbres de l'ordre de 20 arbres à l'hectare. Trois milieux différents sont testés :

- le premier milieu est constitué de feuilles distribuées et orientées selon une loi de distribution uniforme. L'objectif est ici de valider la méthode de lancer de rayons.
- le deuxième milieu est constitué de feuilles distribuées aléatoirement et d'orientation planophile : on tente ici de retrouver la relation analytique développées par Acem *et al.* [2] pour les milieux correspondants.
- le troisième est constitué de feuilles d'orientation planophile, où celles-ci sont distribuées à l'aide de deux fonctions de répartition : une verticale et une radiale. Cette méthode permet de créer autant de structures de *Quercus Prinus* différentes que l'on souhaite à partir d'un seul jeu de paramètres d'IFS. La fonction de répartition verticale est obtenue directement à partir de la fonction $LAI(z)$ en normant celle-ci à 1. La fonction de répartition radiale, qui dépend de la hauteur, est obtenue par identification sur la structure générée par l'IFS. On peut ici identifier le coefficient d'extinction du milieu équivalent à un milieu végétal réaliste.

Le lancer de rayons est effectué pour 200.000 rayons et le processus est répété sur 10 milieux équivalents. Une moyenne est ensuite effectuée sur ces 10 milieux. Les résultats présentés ici ont tous été obtenus avec une variance inférieure à 1%.

4.3. Comparaison des résultats

Afin de comparer aisément les résultats obtenus pour les différents milieux équivalents, les coefficients d'extinction sont présentés sous forme adimensionnée ; la valeur de référence est celle donnée par la corrélation de De Mestre ($\beta = 0,055 \text{ m}^{-1}$). Ces résultats sont présentés sur la Figure 5 en fonction de la direction de propagation du rayonnement représentée par un angle d'incidence (angle délimité par l'axe vertical Z et la direction de propagation).

Les résultats obtenus pour le premier milieu équivalent nous permettent de valider la méthode de lancer de rayons utilisée. En effet, cette méthode donne le même résultat (représenté par des carrés sur la Figure 5) que celui obtenu à l'aide de la corrélation de De Mestre (coefficient adimensionné constant et égal à 1). Pour le deuxième milieu équivalent, les résultats (repérés par des triangles) sont en parfait accord avec la relation analytique développée par Acem *et al.* [2]. Une fois l'orientation donnée aux feuilles, le coefficient d'extinction dépend de la direction de propagation. De plus, les écarts observés entre les valeurs issues de la relation de De Mestre et celles provenant de la relation analytique pour une configuration planophile peuvent atteindre 50%. Cette constatation démontre que l'orientation des feuilles joue un rôle important dans l'évaluation du coefficient d'extinction. Finalement, les résultats obtenus pour le troisième milieu (matérialisés par des losanges), prenant en compte la morphologie de l'arbre, présentent le même comportement général que ceux du deuxième milieu, excepté aux extrémités. De plus, les niveaux moyens sont différents (environ 50%). Une légère dissymétrie est également observée, du fait d'une dissymétrie entre la partie supérieure et la partie inférieure de la structure. Ceci montre le rôle de la distribution des feuilles sur le coefficient d'extinction.

5. Conclusion

Cette étude démontre que l'orientation comme la position des feuilles sont importantes pour la détermination du coefficient d'extinction du milieu équivalent. Les hypothèses effectuées sur la morphologie affectent directement la valeur de ce coefficient. En effectuant les hypothèses classiques (feuilles distribuées aléatoirement avec ou sans orientation donnée), plusieurs relations analytiques existent permettant de déterminer le coefficient d'extinction. Si les propriétés morphologiques réelles de l'arbre sont prises en compte, il n'existe plus de relations analytiques. Seul l'outil numérique permet de calculer la valeur du coefficient d'extinction en fonction de l'angle de propagation du rayonnement pour un cas donné (caractéristiques de l'arbre et conditions numériques). Des écarts de l'ordre de 50% ont été observés entre la prédiction numérique et les évaluations approchées habituelles. Les valeurs plus faibles observées pour les distributions non aléatoires sont certainement dûes à l'agglomération des feuilles. En effet, cette agglomération force certaines feuilles à être dans l'ombre d'autres feuilles, limitant ainsi la surface projetée de matière, ce qui diminue la valeur du coefficient d'extinction.

Références

- [1] O. Séro-Guillaume, S. Ramezani, J. Margerit and D. Calogine. On large scale forest fires propagation models. *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 47, pp. 680-694, 2008.
- [2] Z. Acem, A. Lamorlette, A. Collin and P. Boulet. Numerical computation of extinction coefficients for various species in the frame of fire propagation. *Int. J. Thermal Sci.*, article in press
- [3] B. B. Mandelbrot. *The fractal geometry of nature*, New York : W.H. Freeman and Co., 1982.
- [4] M. F. Barnsley. *Fractals everywhere, second edition*. Academic press, 1993.
- [5] B. Monod, A. Collin, G. Parent and P. Boulet. Infrared radiative properties of vegetation involved in forest fires. *Fire Safety J.* Vol. 44, pp 88-95, 2009.
- [6] C.T. De Wit. Photosynthesis of leaf canopies. Center for Agricultural Publication and Documents, Wageningen. 1965.
- [7] M.E. Teske and H.W. Thistle. A library of forest canopy structure for use in interception modeling. *Forest Ecology and Management*, Vol. 198, pp. 341-350, 2004.
- [8] www.Discoverlife.org, University of Georgia



Figure 1 *Quercus Prinus* - Feuille réelle

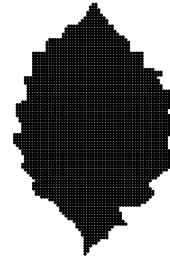


Figure 2 *Quercus Prinus* - Représentation numérique

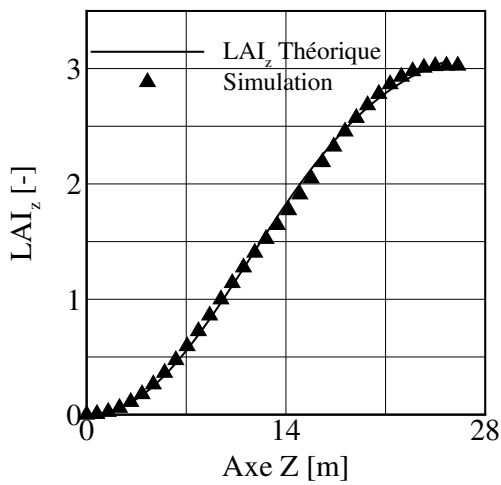


Figure 3 LAI_z expérimental et reconstruit

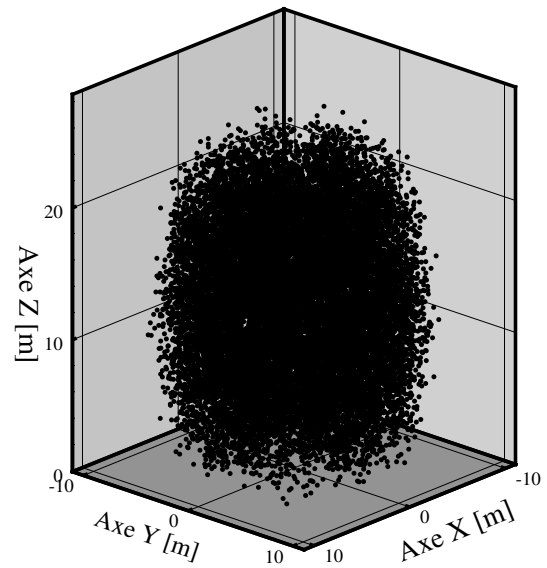


Figure 4 Représentation numérique

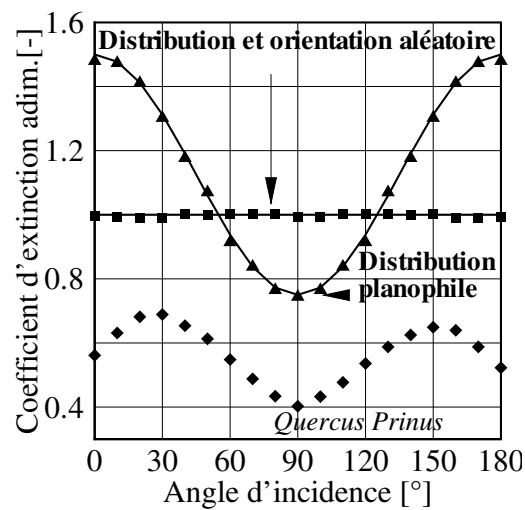


Figure 5 Coefficients d'extinction adimensionnés des différents milieux équivalents