

Simulations Numériques 2D d'un Écoulement Laminaire Instable de Convection Naturelle en Milieu Confiné

Gillian LEPLAT[†], Emmanuel LAROCHE, Philippe REULET & Pierre MILLAN

ONERA - The French Aerospace Lab - Département Modèles pour l'Aérodynamique et l'Énergétique
2 avenue Edouard Belin - BP 74025 - 31055 Toulouse Cedex 4 - FRANCE

[†] auteur correspondant : Gillian.Leplat@onera.fr

Résumé - L'approche numérique 2D d'un écoulement de convection naturelle à l'intérieur d'une cavité remplie d'air est proposée dans cet article à travers une configuration instable relevée expérimentalement. L'écoulement étudié est généré par la présence d'un cylindre chauffé de section carrée positionné au centre de l'enceinte. Le rapport de forme, ratio des hauteurs respectives du cylindre et de la cavité, pour lequel apparaissent les instabilités est 0,4. Cet aspect est analysé numériquement à l'aide de la plateforme de calculs CEDRE développée à l'ONERA, dont le solveur fluide CHARME est utilisé pour réaliser les simulations instationnaires bidimensionnelles, correspondant au plan de coupe transversal à mi-profondeur de la configuration expérimentale. Les premiers résultats confirment l'apparition d'instabilités au Rayleigh de l'expérience avec la présence des battements de grande amplitude brisant clairement la symétrie du phénomène. D'autre part, des simulations complémentaires ont permis de mettre en évidence le nombre de Rayleigh critique définissant le seuil d'instabilité au voisinage de la première bifurcation dont la nature a pu être identifiée.

Mots clés : Convection naturelle, cavité, instabilités, bifurcation de Hopf sous-critique.

Nomenclature

μ	Viscosité dynamique	\mathcal{A}	Rapport de forme
h	Hauteur du barreau	H	Hauteur de la cavité
Pr	Nombre de Prandtl	Ra	Nombre de Rayleigh
$t_{ref} = H/V_{ref}$	Temps de référence	T	Température
$V_{ref} = \mu/(PrH) \times Ra^{0.5}$	Vitesse de référence	U, V, W	Vitesses selon X, Y, Z
X, Y, Z	Coordonnées cartésiennes		

1 Introduction

Les écoulements induits par une différence de température au sein d'un système sont rencontrés dans bon nombre d'applications industrielles et requièrent une compréhension physique fine des phénomènes en jeu pour optimiser de tels environnements thermiques. De plus, ces écoulements se produisent souvent en milieu confiné, en régime fortement instationnaire et proche ou au-delà de la région de transition laminaire/turbulent. La maîtrise de ces transferts thermiques complexes nécessite l'utilisation d'outils expérimentaux mais également numériques adaptés à l'étude et/ou la prévision de tels phénomènes souvent liés à l'apparition d'instabilités dites thermoconvectives. La perte de stabilité de ces écoulements peut entraîner de grandes modifications des circulations de fluides et, quelle que soit la configuration, le comportement de l'écoulement est souvent non intuitif dès que le nombre de Rayleigh, paramètre caractérisant la vigueur de la convection naturelle, atteint des valeurs suffisamment grandes.

Deux grandes familles d'écoulements se distinguent avec le cas de cavités aux parois verticales différemment chauffées et celui de la convection de Rayleigh-Bénard, lesquels se retrouvent généralement en interaction lorsque la source de chaleur se présente sous la forme d'obstacles chauffants placés à l'intérieur de la cavité. Pris séparément, ces deux cas généraux en géométrie cubique ou annulaire attisent déjà la curiosité de la communauté scientifique thermicienne avec les études de stabilité [1, 2, 3] qui tendent à montrer la complexité des phénomènes, le caractère non-intuitif des écoulements rencontrés et la diversité des mécanismes physiques en jeu. D'autant plus que ces caractéristiques dépendent des propriétés du fluide (à travers le nombre de Prandtl) mais également et fortement de la géométrie du système et des conditions appliquées à ses limites.

Ainsi, sous certaines conditions, l'écoulement peut perdre sa stabilité au travers d'une bifurcation qui si elle est de type fourche peut aboutir à un écoulement stationnaire mais défléchi par exemple dans une direction avec un déplacement du panache chaud se développant au-dessus de la source - cas observé récemment dans les travaux de BOUAFIA *et al.* [3]. Si par contre, la bifurcation est de type Hopf, l'écoulement résultant est caractérisé par l'apparition d'instationnarités avec des oscillations de plus ou moins grande amplitude du panache chaud dans le cas d'une source de chaleur positionnée au sein même de la cavité [1, 3].

La présente étude se propose d'aborder, sous l'angle de la simulation numérique, le cas d'un écoulement de convection naturelle généré par la présence d'un cylindre chaud de section carrée positionné au centre d'une cavité de section carrée également, dans une configuration instable relevée expérimentalement [4].

2 Formulation du problème

L'approche numérique de ce phénomène reprend à l'identique la configuration utilisée expérimentalement et a pour but d'apporter des compléments de compréhension aux observations faites précédemment ainsi qu'explorer le comportement de cet écoulement à divers nombres de Rayleigh grâce à la souplesse autorisée par les simulations numériques.

2.1 Configuration de l'étude

Le système se présente sous la forme d'une cavité remplie d'air de section carrée (dans le plan Y-Z) au centre de laquelle se trouve un barreau chauffé de section carrée. Les parois haute et basse de la cavité, correspondant aux limites froides, sont isothermes à T_- alors que la source de chaleur, représentée par le cylindre, est quant à elle isotherme à T_+ . Les parois verticales du système sont en premier lieu supposées adiabatiques, en référence à l'isolation thermique réalisée expérimentalement avec l'utilisation de double vitrage. Le rapport de forme, ratio des hauteurs respectives du cylindre et de la cavité, est $\mathcal{A} = h/H = 0,4$ et correspond à la configuration pour laquelle les instabilités sont observées expérimentalement.

2.2 Méthode numérique

La plateforme de calculs CEDRE développée à l'ONERA est utilisée ici pour réaliser les simulations numériques de l'écoulement de convection naturelle.

La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser spatialement les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles compressibles prenant en compte la gravité et l'équation de l'énergie. Un schéma de Roe est employé avec une extension au second ordre (schéma MUSCL). Pour pallier la dégradation des performances des solveurs compressibles en écoulement à faible nombre de Mach, un préconditionnement bas Mach est utilisé avec une modification appliquée sur le décentrement des flux Euler. Le préconditionnement, appliqué de manière locale, consiste à modifier le système selon $\min\left(\max(v^2, \varepsilon c^2), c^2\right)$ avec v la vitesse locale de l'écoulement et c la vitesse du son, pour ramener les vitesses de propagation des ondes acoustiques et particulières au même ordre de grandeur. Dans cette étude, ε est fixé à 10^{-10} transformant la vitesse du son en une valeur équivalente $c_{eq} \sim 3\text{mm.s}^{-1}$ de telle sorte que les vitesses caractéristiques du système ainsi préconditionné soient proches de la vitesse de l'écoulement.

Dans ces travaux, des simulations Navier-Stokes laminares instationnaires sont réalisées. L'intégration temporelle est assurée par un θ -schéma implicite d'ordre 1 (1 pas - 1 étape) ou par un schéma de Runge-Kutta implicite d'ordre 2 afin d'étudier l'évolution des instabilités de l'écoulement en tenant compte de l'influence des termes non-linéaires lorsque le régime de l'écoulement se situe à des nombres de Rayleigh sensiblement plus élevés que le nombre de Rayleigh critique. Le pas de temps est fixé à 10^{-3}s après s'être assuré de l'invariance de la solution à pas de temps plus faible. La résolution du système différentiel est de type GMRES avec 40 directions de recherche et 40 sous-itérations maximum à chaque pas de temps.

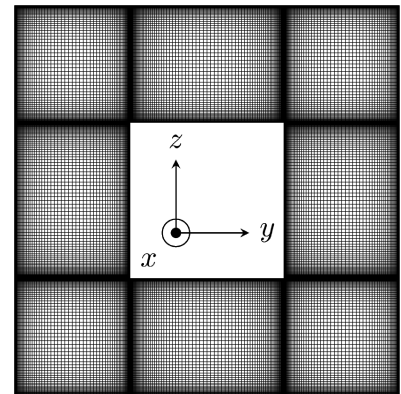


FIG. 1 – Maillage

Enfin, les simulations sont réalisées sur un maillage 201×201 points, soit 33600 cellules, raffiné aux parois de sorte qu'un minimum de 10 points soient positionnés dans la couche limite dont l'épaisseur est calculée à partir de la loi de Gill : $\delta = h \times Ra_h^{-1/4}$, figure 1.

3 Résultats & Discussion

L'étude se rapporte à la simulation d'un écoulement de convection naturelle dans la configuration de rapport d'aspect $\mathcal{A} = 0,4$ et a pour objectif d'analyser la capacité des outils numériques à disposition en ce qui concerne la prévision de ce type d'écoulements présentant de fortes instationnarités dues à l'apparition d'instabilités thermoconvectives. D'autre part et à travers des simulations complémentaires, une caractérisation plus fine de l'écoulement est réalisée au voisinage de la première bifurcation dont la nature est identifiée. Les variables notées * correspondent aux variables adimensionnées par leur valeur de référence.

3.1 Étude de la configuration expérimentale

La géométrie étant fixe, la différence de température entre le cylindre chaud d'une part et les parois haute et basse d'autre part conditionne le régime de l'écoulement. Expérimentalement, cette différence est fixée à 10°C avec les frontières respectivement à 30°C et 20°C . Le nombre de Rayleigh calculé à partir des propriétés du fluide à $T_{moy} = 298,15\text{K}$ et basé sur la hauteur de la cavité atteint la valeur de $Ra_H = 9,6 \times 10^5$. À ce régime, l'écoulement est caractérisé par des battements de grande amplitude des cellules convectives autour du cylindre et des basculements se produisent d'un côté ou de l'autre de la cavité de manière aléatoire¹. Ce comportement de l'écoulement apparaît également sur les simulations CEDRE avec, présentée en figure 2, l'évolution de la vitesse verticale instantanée extraite au point P_1 (courbe trait plein) et P_2 (courbe trait discontinu) de coordonnées respectives $(0,28H;0,85H)$ et $(0,72H;0,85H)$ correspondant aux positions des maxima de fluctuations de la composante verticale de la vitesse relevés expérimentalement. Un basculement est alors identifié lorsque la vitesse verticale chute vers les valeurs négatives. Le fluide ascendant le long du flanc du cylindre est alors confiné par le déplacement de la convection cellulaire formée dans la partie haute.

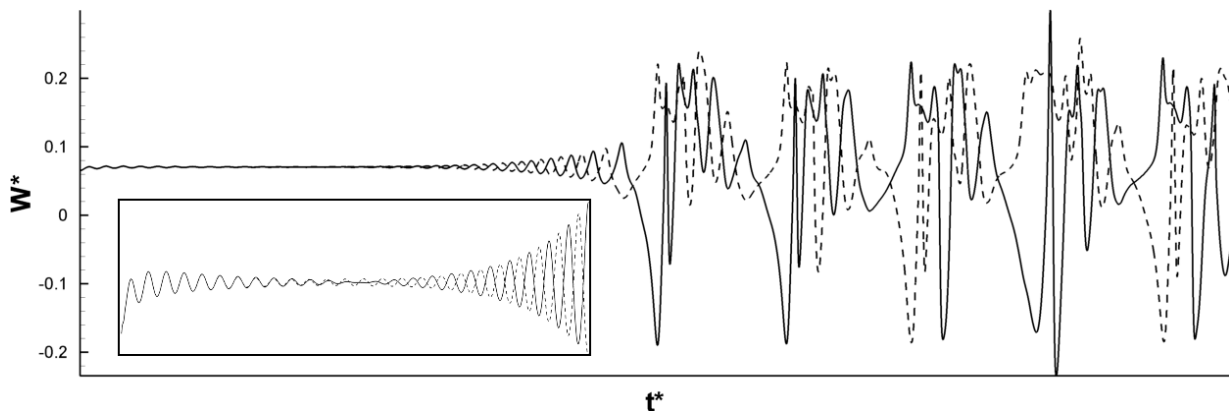


FIG. 2 – Évolution de la vitesse verticale instantanée (Configuration expérimentale)

Le calcul est initialisé avec un champ de température uniforme à T_{moy} et un fluide au repos. La figure 2 montre une première phase d'oscillations symétriques et amorties des vitesses relevées sur les deux capteurs. Ces oscillations sont caractérisées par un battement de faible amplitude des cellules convectives supérieures.

Puis suit une croissance de l'amplitude de ces oscillations en opposition de phase, figure 3, jusqu'à un seuil au-delà duquel l'écoulement perd son caractère périodique au profit d'un comportement désordonné faisant apparaître des basculements des cellules de l'écoulement dans le sens antihoraire (figure 4(a)) ou horaire (figure 4(b)). Ce seuil marque la prédominance prise par la convection cellulaire se développant au-dessus du barreau par rapport à la convection de type plaque plane verticale différentiellement chauffée formée par la différence de température entre les flancs du cylindre et les parois verticales plus froides. Ce constat confirme la compétition entre ces deux phénomènes du moins en ce qui concerne le déclenchement des instabilités. D'autre

¹Le lecteur est invité à se référer à LEPLAT *et al.*, SFT 2008 [4] pour une description détaillée du phénomène.

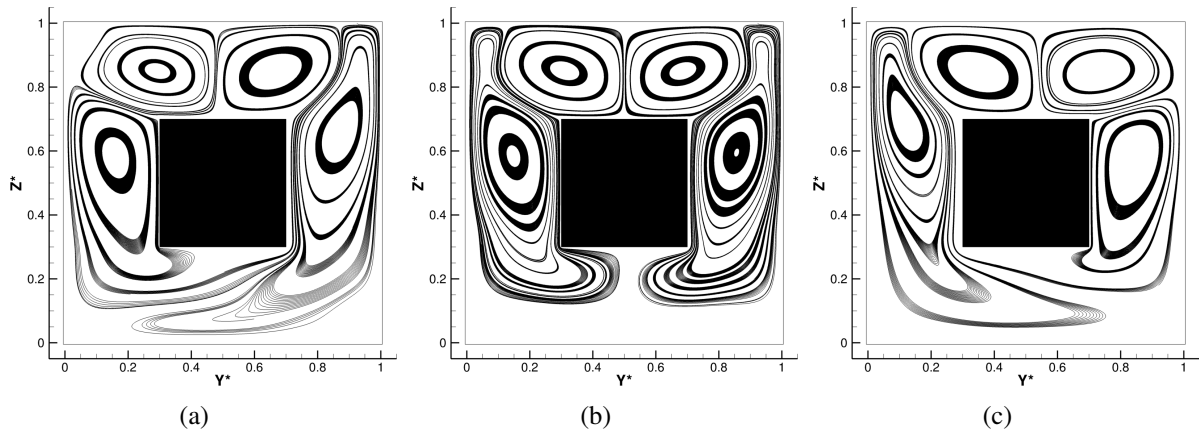


FIG. 3 – Lignes de courant tracées sur une demie période lors de la première phase oscillante avec l'état de base au centre

part, l'apparition des instationnarités brise clairement la symétrie naturelle du système. Enfin, les extrema de vitesse verticale concordent avec les mesures expérimentales avec des valeurs généralement comprises entre $\pm 0.25V_{ref}$.

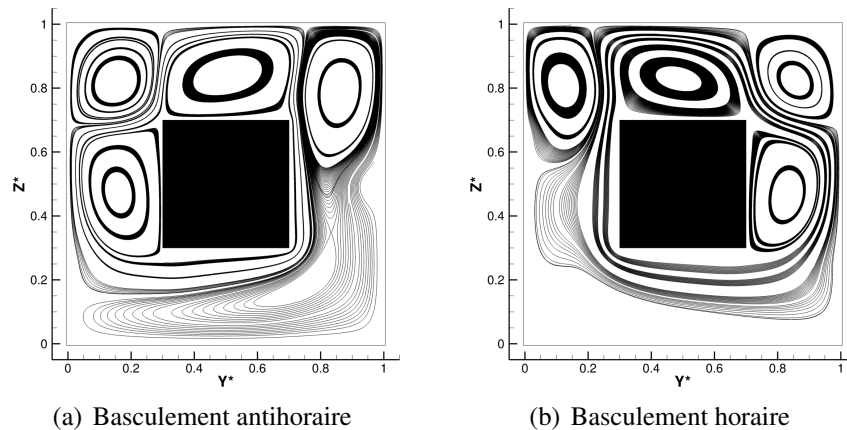


FIG. 4 – Topologie instantanée de l'écoulement - battements a périodiques de grande amplitude

Aux similarités observées dans l'évolution temporelle de l'écoulement contrastent des différences dans les topologies d'écoulement. Les simulations numériques font apparaître une organisation spatiale de l'écoulement avec un étalement important de la convection cellulaire formée au-dessus du cylindre au détriment des boucles de recirculation se développant sur les côtés de la cavité. Ceci est clairement visible sur les valeurs moyennes avec les champs présentés en figure 5. Une première remarque peut être faite quant à la pertinence des simulations bidimensionnelles pour reproduire un phénomène qui apparaît expérimentalement comme étant tridimensionnel. La face haute du cylindre couplée à la paroi plafond de la cavité constitue un système de type Rayleigh-Bénard dont il est connu que les cellules tendent à s'organiser d'axes parallèles à la plus petite dimension du système (cf. [4]). Mais LE QUÉRÉ dès 1994 [5] suggérait d'appliquer des conditions plus réalistes aux limites du système supposées jusqu'à présent adiabatiques, comme des profils de température, des propriétés de conduction... En effet, cette hypothèse a mené à une grande dispersion des résultats présentés dans la littérature car pas complètement représentative des conditions réelles appliquées dans les expériences.

Ainsi, des simulations stationnaires complémentaires ont été réalisées avec modélisation des parois verticales intérieures de verre en contact avec le fluide pour prendre en compte le rôle capacitif de ces frontières. Ce calcul est mené par couplage direct entre le solveur fluide CHARME de CEDRE et le solveur solide ACACIA et permet d'extraire un profil de température des parois latérales. La comparaison des profils est présentée sur la figure 6(b) et montre une différence d'un facteur 2 entre les deux maxima de température. Dans le cas adiabatique numérique, le gradient de température entre la paroi verticale de la cavité et celle du cylindre est faible et par conséquent défavorable à la mise en place d'une large zone de recirculation sur les flancs de l'enceinte. La convection cellulaire de type Rayleigh-Bénard se développant dans la partie haute est alors plus importante

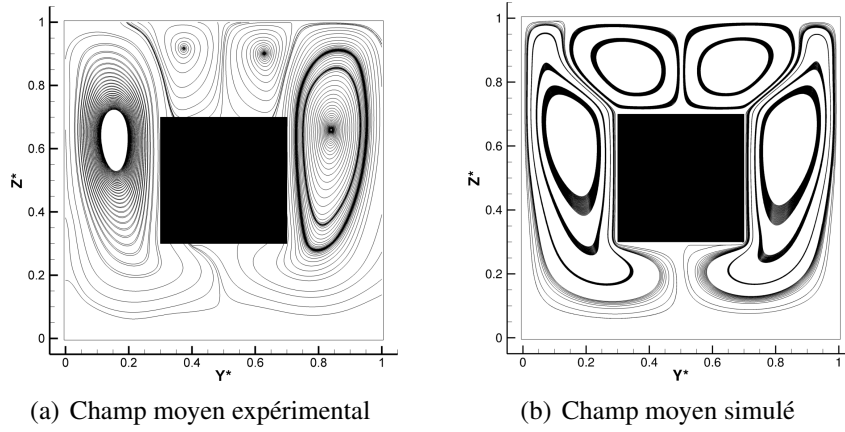


FIG. 5 – Comparaison des champs de vitesse moyenne mesurée expérimentalement et simulée

et s'étend spatialement contrairement aux observations expérimentales. La simulation couplée, plus proche des conditions réelles appliquées dans l'expérience, fait apparaître une topologie d'écoulement avec des boucles de recirculation latérales moins écrasées par les cellules supérieures. Des différences de topologie subsistent toujours et soulève le problème de la pertinence des simulations 2D dans l'étude de ce genre de phénomène.

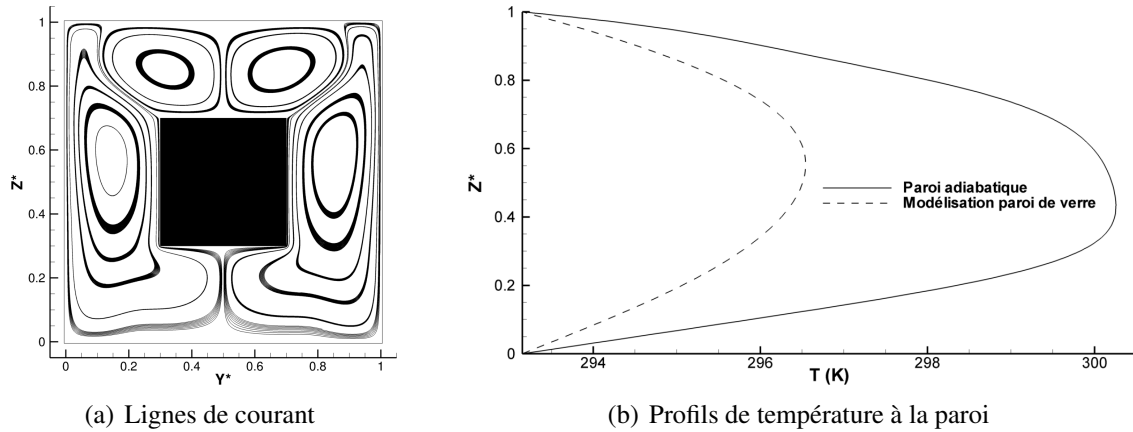


FIG. 6 – Simulation avec couplage fluide/structure - Modélisation des parois de verre

3.2 Détermination et caractérisation de l'écoulement au voisinage de la première bifurcation

Pour des nombres de Rayleigh inférieurs à $Ra_{c_1} = 2.3 \times 10^5$, le système est attiré vers un point fixe représentant un état stationnaire, figure 7(a). Au-delà de cette valeur critique, le système bifurque et est attiré vers un cycle limite indiquant un mouvement périodique de l'écoulement. D'autre part, le régime convectif étant plus faible, l'amplitude des oscillations n'atteint pas une valeur suffisamment élevée pour donner lieu aux basculements observés à $Ra_H = 9.6 \times 10^5$. L'écoulement reste alors périodique avec un battement des cellules à amplitude constante. De plus, le temps pour atteindre l'écoulement asymptotique est d'autant plus long que le nombre de Rayleigh est proche de la valeur critique. L'apparition des instationnarités semble être liée à la présence d'une bifurcation de Hopf. En effet, il a été montré dans ce cas de figure que le temps nécessaire pour atteindre l'écoulement asymptotique se comporte comme $(Ra - Ra_c)^{-1}$ [1]. Ces simulations sont réalisées à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle d'ordre 1 et un pas de temps de $10^{-2}s$ afin de diminuer le temps CPU de chaque calcul. Il a été vérifié que la perte de précision de la solution entraînée par l'utilisation d'un schéma d'ordre plus faible et un pas de temps plus élevé n'a aucune incidence sur la détermination des points de bifurcation.

D'autre part, des simulations complémentaires à nombre de Rayleigh plus faible mais partant d'une solution instable ont montrées l'apparition d'un cycle d'hystérésis avec des solutions oscillantes périodiques jusqu'à $Ra_{c_2} = 1.4 \times 10^5$. Ceci est caractéristique de la présence d'une bifurcation de Hopf sous-critique, figure 7(b).

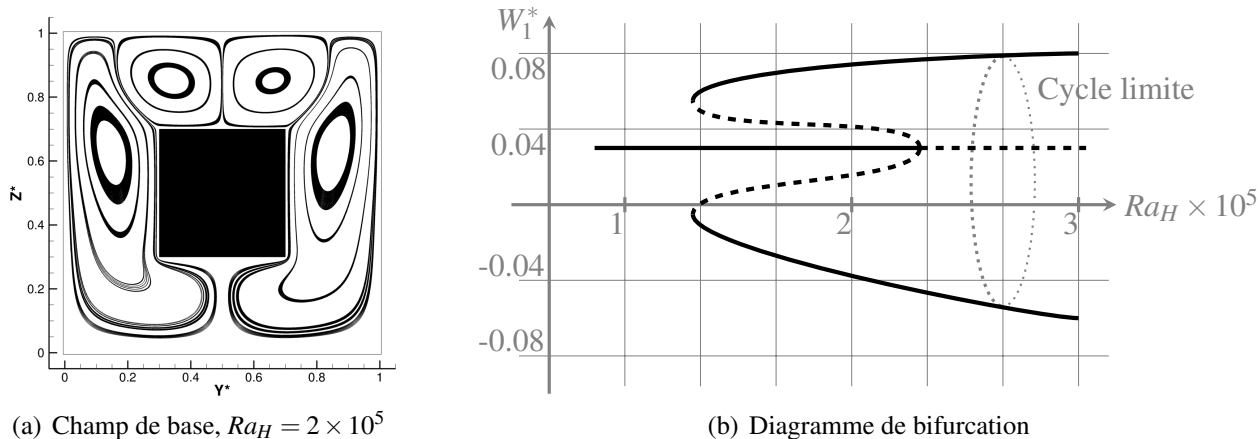


FIG. 7 – Champ de base et évolution de la composante verticale de la vitesse en fonction du nombre de Rayleigh

4 Conclusions & perspectives

L'analyse numérique de la dynamique d'un écoulement instable de convection naturelle a été menée ici à partir d'observations faites expérimentalement. L'étude dans les conditions de l'expérience, $Ra_H = 9.6 \times 10^5$, confirme l'apparition d'instationnarités caractérisées par des battements de grande amplitude des structures de l'écoulement autour du cylindre. L'écoulement présente un comportement aperiodique sur les 500s de calculs réalisées et une étude complémentaire doit être menée sur des échelles de temps plus longues pour savoir si ce comportement se maintient ou non. D'autre part, l'apparition des instationnarités est liée au passage d'un point de bifurcation de Hopf au voisinage de $Ra_{c_1} = 2.3 \times 10^5$ et associé à un cycle d'hystérésis avec des solutions instationnaires relevées jusqu'à $Ra_{c_2} = 1.4 \times 10^5$ en partant d'états initiaux instables à $Ra_H > Ra_{c_1}$. La bifurcation est donc de type Hopf sous-critique. Enfin, des différences de topologie sont observées entre les mesures expérimentales et les simulations numériques, ceci même avec l'application de conditions aux limites plus réalistes. L'analyse tridimensionnelle de cet écoulement semble inévitable et fera l'objet des travaux à venir.

Remerciements

Les auteurs tenaient à remercier MM. LE QUÉRÉ et FRAIGNEAU du LIMSI pour l'expertise précieuse qu'ils ont apportée à ces travaux. Collaboration ONERA/LIMSI sur les instabilités en convection naturelle.

Références

- [1] G. DESRAYAUD and G. LAURIAT. Unsteady Confined Buoyant Plumes. *Journal of Fluid Mechanics*, 252 :617–646, 1993.
- [2] G. DESRAYAUD, G. LAURIAT, and P. CADIOU. Thermoconvective Instabilities in a Narrow Horizontal Air-Filled Annulus. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21 :65–73, 2000.
- [3] M. BOUAFIA and O. DAUBE. Natural Convection for Large Temperature Gradients Around a Square Solid Body within a Rectangular Cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 :3599–3615, 2007.
- [4] G. LEPLAT, Ph. BARRICAU, Ph. REULET, and P. MILLAN. Caractérisation Dynamique d'un Écoulement Instable de Convection Naturelle en Milieu Confiné par PIV. In *Congrès Français de Thermique*, Toulouse, 2008.
- [5] P. LE QUÉRÉ. Onset of Unsteadiness, Route to Chaos and Simulations of Chaotic Flows in Cavities Heated from the Side : a Review of Present Status. In *Proceedings of the 10th International Heat Transfer Conference*, volume 1, pages 281–296, 1994.