Modélisation et étude numérique instationnaire de la condensation convective en micro-tube

Benjamin PIAUD*, **Pascal LAVIEILLE, Marc MISCEVIC**

LAboratoire PLAsma et Conversion de l'Energie (LAPLACE) UMR 5213 - Université Paul Sabatier
118 route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex
*(auteur correspondant : piaud@laplace.univ-tlse.fr)

Résumé - Ce travail concerne la modélisation instationnaire et la résolution numérique associée d'écoulements de condensation en géométrie confinée (micro-tube de section circulaire) avec pour objectif la compréhension et l'analyse des instabilités qui sont d'origine capillaire ainsi que le comportement (en terme d'efficacité des transferts thermiques) du condenseur durant des phases instationnaires.

Nomenclature

R	rayon du jet de vapeur, m
R_t	rayon du tube, m
U	vitesse moyenne, $m.s^{-1}$
m	vitesse débitante, $m.s^{-1}$
G	flux de masse, $kg.m^{-2}.s^{-1}$
p	pression, Pa
L_d	longueur diphasique, m
e	épaisseur de la paroi du tube, m
λ_s	conductivité thermique du verre, $W.m^{-1}.K^{-1}$
T_f	Température du liquide de refroidissement, K
h_{ext}	coefficient d'échange convectif externe, $W.m^{-2}.K^{-1}$
Symboles grecs	
α	taux de vide
ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
Γ	taux de changement de phase, $kg.m^{-3}.s^{-1}$
σ	tension de surface, $J.m^{-2}$
Indices	
l	phase liquide
v	phase vapeur

1. Introduction

Dans un objectif de compréhension et d'analyses des écoulements de condensation observés auparavant dans l'équipe (thèse B. Médéric [1]), un modèle stationnaire a été développé et résolu numériquement. Ce modèle donne des formes de ménisque en bon accord avec les observations expérimentales dans des conditions (débit massique, température T_{ext} du fluide de refroidissement ...) où l'écoulement est stable et « quasi-stationnaire». Par contre, il existe des conditions où l'écoulement ne peut plus être considéré comme quasi-stationnaire. Des vagues peuvent se développer à l'interface liquide-vapeur, croître jusqu'à former des ponts liquides et provoquer ainsi un détachement de bulles. Ce régime n'est pas efficace d'un point de vue des transferts thermiques et n'est pas souhaitable pour le bon fonctionnement du système complet lorsque le condenseur est un élément d'une boucle diphasique à pompage capillaire par exemple. C'est pourquoi il a été nécessaire de construire un modèle instationnaire afin de comprendre et d'analyser les écoulements, les transferts et la stabilité des micro-condenseurs. Dans cette communication nous présentons le modèle instationnaire et les techniques de résolutions numériques employées ainsi que les premiers résultats et analyses de simulation.

2. Modèles physique et mathématique

2.1. Configuration géométrique

La configuration de l'écoulement et les hypothèses du modèle sont les mêmes que dans les travaux précédents à propos de l'étude numérique stationnaire [2]. Un flux de masse sous forme de vapeur saturée est imposé à l'entrée d'un canal circulaire d'une paroi d'épaisseur e et de rayon interne R_t. Les transferts conductifs dans la paroi de conductivité thermique λ_s sont supposés radiaux. Le canal est refroidi par de l'eau à température constante T_f avec un coefficient d'échange convectif h_{ext} entre la paroi externe et l'eau. T_f et h_{ext} sont uniformes le long du canal (voir fig. 1).

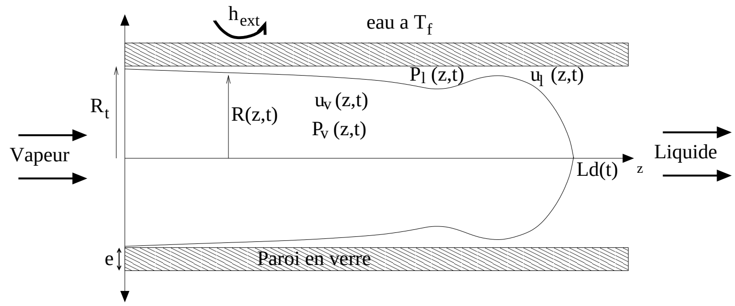

Figure 1 : *Configuration de l'écoulement.*

2.2. Modèle mathématique

Le modèle instationnaire est obtenu, formellement, de manière analogue au modèle stationnaire [2] en prenant en compte les termes instationnaires. Pour des raisons pratiques et numériques les grandeurs utilisées sont ici le taux de vide $\alpha(z,t) = (R/R_t)^2$, les vitesses débitantes liquide et vapeur $m_l(z,t) = (1-\alpha)U_l$ et $m_v(z,t) = \alpha U_v$, les pressions liquide et vapeur $p_l(z,t)$ et $p_v(z,t)$ et la longueur diphasique $L_d(t)$. Ainsi les équations instationnaires de conservation de la masse s'écrivent respectivement pour les phases liquide et vapeur :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial m_v}{\partial z} = \frac{\Gamma}{\rho_v} \tag{1}$$

$$\frac{\partial (1-\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial m_l}{\partial z} = -\frac{\Gamma}{\rho_l} \tag{2}$$

où Γ représente le taux volumique de changement d'état, dont le signe est par convention négatif en condensation. Pour les équations de conservation de la quantité de mouvement, du fait du rapport de masse volumique ρ_l/ρ_v important, l'équation pour la vapeur peut être considérée sous sa forme stationnaire :

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\xi_v \frac{m_v^2}{\alpha}\right) = -\frac{\alpha}{\rho_v}\frac{\partial p_v}{\partial z} - \frac{\tau_{iv}}{\rho_v}\frac{2R}{R_t^2} \tag{3}$$

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\xi_l \frac{m_l^2}{(1-\alpha)}\right] = -\frac{(1-\alpha)}{\rho_l}\frac{\partial p_l}{\partial z} - \frac{\tau_w}{\rho_l}\frac{2}{R_t} - \frac{\tau_{il}}{\rho_l}\frac{2R}{R_t^2} \tag{4}$$

où τ_w, τ_{il} et τ_{iv} sont respectivement la contrainte pariétale et les contraintes interfaciales du liquide et de la vapeur. Les coefficients ξ_v et ξ_l rendent compte que le carré de la vitesse moyenne n'est pas égale à la moyenne du carré de la vitesse dans une section droite. Dans le cas où le profil de vitesse liquide est de type Couette et le profil de vitesse vapeur est de type Poiseuille alors $\xi_v = \xi_l = \xi = 4/3$. Enfin, le bilan d'enthalpie, en négligeant la chaleur sensible, permet de déterminer le taux volumique de changement d'état Γ :

$$\Gamma = G\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{2H(T_{sat} - T_{wat})}{R_t l_v} \tag{5}$$

H représente le coefficient d'échange global entre le fluide de travail et le fluide de refroidissement. En considérant un échange purement radial, et des transferts purement conductifs dans les films de liquide, son expression est :

$$H = \frac{1}{\dfrac{R_t}{h_{ext}(R_t + e)} + \dfrac{R_t}{\lambda_s}\ln\left(\dfrac{R_t + e}{R_t}\right) + \dfrac{R_t}{\lambda_l}\ln\left(\dfrac{R_t}{R}\right)} \tag{6}$$

La fermeture du système est obtenue en écrivant l'équation de Laplace-Young :

$$p_v - p_l = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \sigma\left(\frac{R_t\left[\dfrac{\alpha'}{2} - \alpha\alpha''\right]}{2\left[\alpha + (\dfrac{R_t}{2}\alpha')^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{R_t\left[\alpha + (\dfrac{R_t}{2}\alpha')^2\right]^{1/2}}\right) \tag{7}$$

où R_1 et R_2 sont les deux rayons de courbures, exprimés en fonction des dérivées spatiales de α[1]. Pour résumer, les équations (1) à (4) et (7) constituent le système d'équations des inconnues de champs $\alpha(z,t)$, $m_v(z,t)$, $m_l(z,t)$, $p_v(z,t)$ et $p_l(z,t)$ pour une longueur $L_d(t)$ donnée. Or, $L_d(t)$ est une inconnue scalaire du système (qui intervient dans la définition des conditions aux limites), il est donc nécessaire d'ajouter une équation scalaire. En stationnaire, cette équation supplémentaire est simplement $m_v(z = L_d) = 0$. En instationnaire, il faut considérer la vitesse débitante relative définie par $m_v - \alpha\dfrac{\partial L_d}{\partial t}$. Ainsi l'équation scalaire qui définit L_d est :

$$m_v(z = L_d, t) - \alpha(z = L_d, t)\frac{\partial L_d}{\partial t} = 0 \tag{8}$$

Dans le cas présent, la condensation étant complète, le taux de vide en $z = L_d$ est nul, et on obtient la même équation en instationnaire et en stationnaire. Concernant les lois de frottement, des corrélations ont été employées pour les expressions de τ_w, τ_{iv} et τ_{il} en supposant un profil de Poiseuille pour l'écoulement de la phase vapeur et un profil de Couette pour l'écoulement de la phase liquide.

2.3. Variation temporelle de la taille du domaine et reformulation en $\tilde{z} = z/L_d$

Tel qu'est formulé le modèle, celui-ci fait apparaître une condition à la limite libre puisque la taille du système $L_d(t)$ est une inconnue scalaire du problème. Pour la résolution numérique stationnaire de ce modèle une stratégie de résolution a été développée dans [2] pour pallier cette difficulté mais celle-ci n'est pas adaptée à la résolution instationnaire. Le modèle va être reformulé en fonction d'une nouvelle inconnue spatiale $\tilde{z} = z/L_d$. Cela a pour avantage que formulé ainsi, la nouvelle inconnue spatiale $\tilde{z}$ varie de 0 à 1 et le problème de condition au

[1] Afin d'alléger l'écriture $\alpha' = \dfrac{\partial \alpha}{\partial z}$ et $\alpha'' = \dfrac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2}$

limite libre disparaît. Soit $f(z,t)$ un champ spatio-temporel quelconque et $\tilde{f}(\tilde{z},t)$ ce même champ dans l'espace définie par $\tilde{z}$:

$$f(z,t) = \tilde{f}(\tilde{z},t) = \tilde{f}(\frac{z}{L_d(t)},t) \tag{9}$$

La dérivation spatiale devient simplement :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{L_d}\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{z}} \tag{10}$$

Pour la dérivation temporelle la dépendance temporelle de $\tilde{z}$ doit être prise en compte.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t}\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{z}} &(11)\\
&= \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + z\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{L_d(t)}\right)\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{z}} &(12)\\
&= \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} - \tilde{z}\dot{L}_d\frac{1}{L_d}\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{z}} &(13)
\end{aligned}$$

En appliquant ces règles de dérivation, le système d'équation de champs devient (pour alléger l'écriture ˜ est sous-entendu) :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \alpha}{\partial t} - \dot{L}_d\frac{1}{L_d}\frac{\partial \alpha}{\partial z} + \frac{1}{L_d}\frac{\partial m_v}{\partial z} &= \frac{\Gamma}{\rho_v} &(14)\\
\frac{1}{L_d}\frac{\partial m_v}{\partial z} + \frac{1}{L_d}\frac{\partial m_l}{\partial z} &= \Gamma\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l}\right) &(15)\\
\frac{1}{L_d}\frac{\partial}{\partial z}\left(\xi_v\frac{m_v^2}{\alpha}\right) &= -\frac{\alpha}{\rho_v}\frac{1}{L_d}\frac{\partial p_v}{\partial z} - \frac{\tau_{iv}}{\rho_v}\frac{2R}{R_t^2} &(16)\\
\frac{\partial m_l}{\partial t} - \dot{L}_d\frac{1}{L_d}\frac{\partial m_l}{\partial z} + \frac{1}{L_d}\frac{\partial}{\partial z}\left(\xi_l\frac{m_l^2}{(1-\alpha)}\right) &= -\frac{(1-\alpha)}{\rho_l}\frac{\partial p_l}{\partial z} - \frac{\tau_w}{\rho_l}\frac{2}{R_t} - \frac{\tau_{il}}{\rho_l}\frac{2R}{R_t^2} &(17)\\
p_v - p_l &= \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) &(18)
\end{aligned}$$

Comme pour [2], les conditions aux limites sont choisies afin de se rapprocher au mieux des conditions expérimentales de précédentes études [3, 4]. A l'entrée du tube, le fluide arrive sous forme de vapeur saturée avec un flux de masse ce qui se traduit par $\alpha(0,t) = 1$ et $m_v(0,t) = G_0/\rho_v$. La condensation est complète, c'est à dire $\alpha(1,t) = 0$. Lorsque la condensation débute en paroi du tube, le film liquide a une vitesse débitante nulle. Ceci se traduit par $m_l(0,t) = 0$. Enfin, la pression du liquide en sortie est imposée à une valeur p_0 (pression atmosphérique dans le cas de [1]), $p_l(1,t) = p_0(t)$.

3. Premiers résultats et conclusions

Ce modèle instationnaire a été résolu numériquement par une méthode aux différences finies pour les dérivées spatiales et une intégration temporelle explicite d'ordre 1. Une première série de simulations a été effectuée afin de comparer ce modèle au modèle stationnaire précédemment développé dans l'équipe et résolu numériquement de façon très différente [2]. Les résultats des deux modèles sont en accords dans les cas où une solution stationnaire existe. Pour illustrer l'intérêt et l'apport d'un modèle instationnaire nous allons considérer deux situations où le débit de vapeur à l'entrée du condenseur varie au cours du temps. Un premier résultat intéressant illustré par la figure 2 est la sensibilité du flux de masse liquide en sortie G_l par rapport à celui de la vapeur en entrée G_v. Cette figure représente l'évolution temporelle de ces deux flux normalisés par le flux de masse initial G_0 lorsque le débit vapeur en entrée est progressivement doublé selon une sigmoïde de largeur $0.1\ s$. Le flux de masse liquide G_l atteint une valeur maximale remarquable de $\approx 25G_0$ au milieu de la sigmoïde puis redescend en dessous de la valeur de G_v et le système relaxe vers le nouvel état stationnaire de $2G_0$. Cette sensibilité de G_l à G_v est liée au rapport des masses volumiques ρ_l/ρ_v : l'augmentation du flux de masse total provoque une croissance de la longueur d'extension L_d du ménisque similaire à celle de G_v (selon une sigmoïde, fig. 3). Cette phase de croissance de L_d provoque une augmentation du débit massique en sortie, lequel est temporairement supérieur au débit d'entrée. Il s'agit d'un phénomène "d'overshoot".

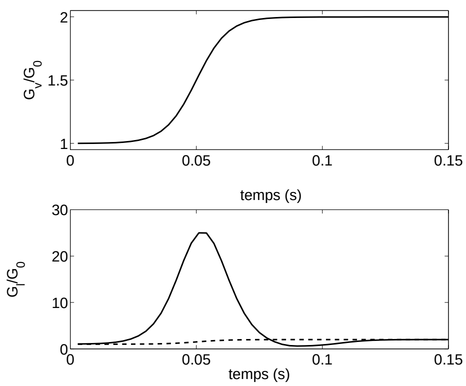

Figure 2 : *Evolution temporelle des débits G_v et G_l (vapeur en entrée et liquide en sortie) .*

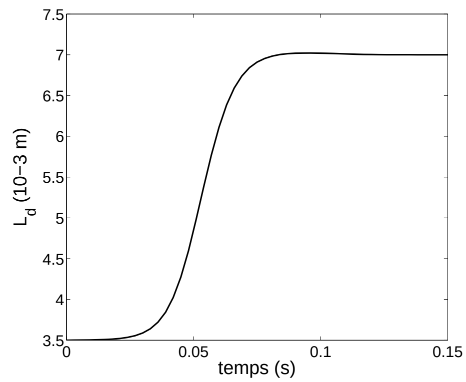

Figure 3 : *Evolution temporelle L_d qui a la même allure que G_v en forme de sigmoïde.*

Comme les applications visées concernent les échangeurs de chaleur, il est intéressant d'analyser les simulations de ce type d'écoulement en fonction du coefficient d'échange interne local $h(z)$ duquel on en déduit un nombre de Nusselt interne moyen :

$$Nu_m = \frac{h_m 2R_t}{\lambda_l} = \frac{1}{L_d}\int_0^{L_d} dz\, \frac{-2}{\ln\left(1-\dfrac{\delta(z)}{R_t}\right)} \tag{19}$$

où $\delta(z) = R_t - R(z)$ est l'épaisseur locale du film liquide. Le deuxième résultat présenté est un exemple afin d'illustrer qu'il existe une conséquence des effets instationnaires sur les échanges thermiques. La figure 4 représente l'évolution temporelle de la vitesse massique de la vapeur à l'entrée G_v qui est imposée en suivant une sinusoïde autour de G_0 d'une fréquence de $40\ Hz$ et d'une amplitude de $0.1G_0$. Comme pour le premier exemple la réponse du flux de masse liquide en sortie G_l est également très sensible puisque son amplitude est supérieure à $15G_0$. La figure 5 montre clairement que pour un régime instationnaire les échanges thermiques sont modifiés et améliorés dans cette exemple. En effet, la valeur du Nu_m est presque tout le temps supérieure à Nu_0 qui est la valeur de Nu_m pour un écoulement stationnaire de vitesse massique G_0. Ceci a pour conséquence d'augmenter la valeur moyenne temporelle du Nu_m de 4% environ par rapport au cas stationnaire. Ce comportement s'illustre également par le portrait de phase $Nu_m - G_v$ (Fig. 6) qui montre un phénomène d'hystérésis asymétrique par rapport à l'axe horizontale $Nu_m = Nu_0$. Ceci se comprend en comparant les profils correspondant aux valeurs extrémales de Nu_m au profil de l'écoulement stationnaire de flux massique G_0 (voir Fig. 7). Les profils C et E sont respectivement tels que $G_v \approx 0.98 G_0$ à débit descendant et débit montant. Le profil E est assez proche du profil stationnaire de référence tandis que le profil C est tel que le film de liquide est globalement plus mince ce qui est plus favorable pour les échanges thermiques.

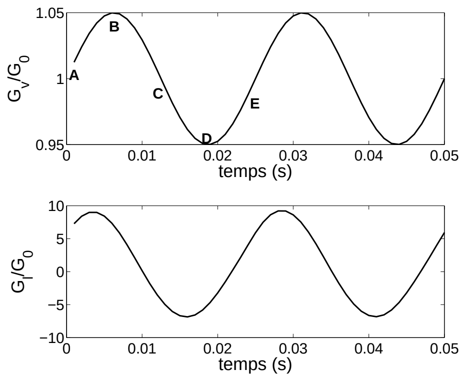

Figure 4 : *Evolution temporelle des débits G_v et G_l. Le débit vapeur est imposé selon une sinusoïde de fréquence $40Hz$ et d'amplitude $0.1G_0$.*

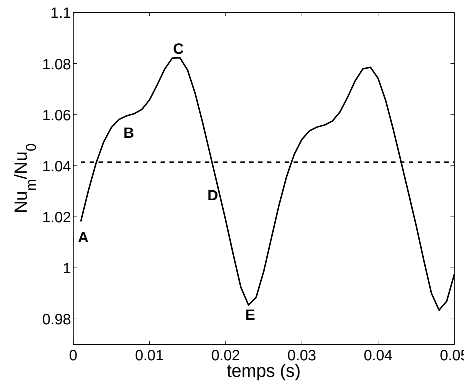

Figure 5 : *Evolution temporelle du nombre de Nu_m. La ligne pointillée correspond à la valeur de Nu_m/Nu_0 moyennée dans le temps et est supérieure à 1.*

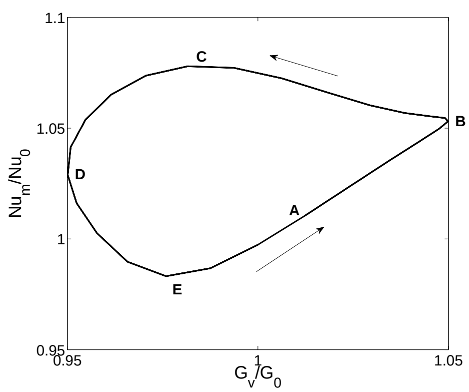

Figure 6 : *Portrait de phase $Nu_m - G_v$ montrant le phénomène d'Hystérésis à l'origine de l'amélioration des échanges thermiques lorsqu'un régime instationnaire est imposé.*

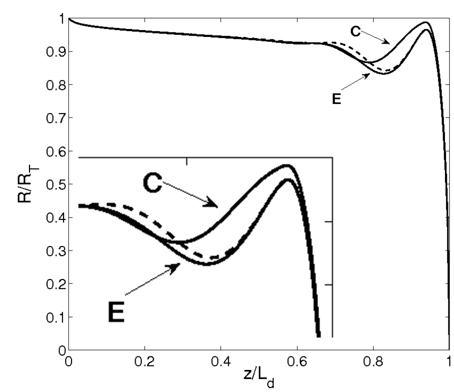

Figure 7 : *Représentation en fonction de la position adimensionnalisée par L_d des profils de rayon vapeur R correspondant aux valeurs extremale de Nu_m. La ligne pointillée est le profil de l'écoulement stationnaire de débit G_0*

Références

[1] B. Médéric, Etude de la condensation en mini-tube : Analyse des instabilités, *Ph.D Thesis*, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2004.

[2] M. Miscevic, P. Lavieille and B. Piaud, Numerical study of convective flow with condensation of a pure fluid in capillary regime, *submitted*.

[3] B. Médéric, P. Lavieille, M. Miscevic, Void fraction invariance property of complete condensation flow inside a capillary glass tube, *Int. J. Multiphase Flow*, Issue 9, pp. 1049-1056, 2005.

[4] B. Médéric, P. Lavieille, M. Miscevic, Heat transfer analysis according to condensation flow in a minichannel, *Exp. Therm Fluid Sci.*, Vol. 30, pp. 785-793, 2006.