

# Simulation numérique du refroidissement d'une plaque plane par un jet plan impactant

Stéphane ABIDE<sup>1\*</sup>, Stéphane VIAZZO<sup>2</sup>, Camille SOLLIEC<sup>3</sup>

<sup>1</sup> LAMPS-GME, Université de Perpignan, 52 Avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan

<sup>2</sup> M2P2, Aix-Marseille Université, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille cedex 20

<sup>3</sup> DSEE/GEPEA, Ecole des Mines de Nantes, 4 rue Alfred Kastler, 44307 Nantes

\* [stephane.abide@univ-perp.fr](mailto:stephane.abide@univ-perp.fr)

**Résumé** - Cette communication présente une méthode de décomposition de domaine appliquée à la simulation du refroidissement d'une lamelle solide par un jet plan en impact. Cette technique repose sur l'utilisation d'une matrice d'influence pour assurer la continuité de la température et de la densité de flux à l'interface fluide/solide tout en conservant une précision d'ordre élevé (quatrième ordre compact). L'algorithme est validé sur une étude de la cavité différentiellement chauffée, puis il est utilisé pour calculer la température de surface lors du refroidissement d'une lamelle solide à faible nombre de Reynolds.

## Nomenclature

$Re$  Nombre de Reynolds

$Pr$  Nombre de Prandtl

$\mathbf{u}$  champ de vitesse

$p$  champ de pression

$T$  température,  $K$

### *Symboles grec*

$\theta$  champ de température

$\lambda$  conductivité thermique

$\Lambda$  rapport des conductivités thermiques

### *Indices et exposants*

$s$  solide

$f$  fluide

$,t$  dérivée temporelle

$c$  température froide

$h$  température chaude

## 1. Introduction

Les procédés de traitement thermique des surfaces sont d'une grande importance dans l'industrie. On citera, parmi de nombreux exemples, le refroidissement thermique de denrées alimentaires, ou la trempe de verre par jets d'air plan. De part ces propriétés cinématiques, le jet d'air plan impactant, augmente les transferts thermiques sur la zone d'impact. Ils sont donc naturellement exploités afin d'améliorer l'efficacité énergétique du traitement thermique. Dans les approches de type simulation numérique, il est d'usage de traiter les transferts thermiques pariétaux en considérant la paroi comme une frontière du domaine. Cela implique d'imposer des conditions aux limites sur la température et/ou la densité de flux à la paroi.

Toutefois, lorsque l'on étudie la dynamique du refroidissement (ou réchauffement) dans le matériau, il est nécessaire d'introduire la notion du couplage des transferts thermiques entre le solide et le fluide. Dans ce travail, le couplage des transferts thermiques pariétaux est assuré par une méthode directe de décomposition de domaine. Cette méthodologie permet de conserver le quatrième ordre de la précision spatiale employée : schéma compact sur maillage décalé.

Dans une première section, la méthode numérique de décomposition de domaine est présentée. Les aspects liés à la résolution numérique du couplage thermique fluide/solide y seront développés. On montrera, en particulier, comment la méthode de décomposition de domaine par matrice d'influence, développée initialement dans le cadre des méthodes spectrales, est également adaptée aux schémas compacts. Une deuxième section est consacrée à la présentation des résultats. Dans un premier temps, on présente brièvement les tests de validation de l'algorithme sur un écoulement de cavité différentiellement chauffée en présence de lamelles solides conductrices. Puis, nous présenterons les résultats concernant le

refroidissement d'un solide par un jet d'air plan bidimensionnel. Cette étude, du refroidissement est caractérisable par le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne en sortie de buse et la section de la buse, ainsi que le rapport des conductivités thermique fluide/solide. L'étude proposée présente les résultats pour des nombres de Reynolds de 100, 300 et 500, et des rapports de conductivité thermique compris entre 1 et  $10^4$ . Sur cette gamme de paramètres, on montera l'impact de la topologie de l'écoulement sur les transferts thermiques pariétaux.

## 2. Modélisation

### 2.1. Modélisation des transferts dans le domaine fluide

L'objectif de ce travail est de qualifier les transferts thermiques d'un jet plan impactant (soufflé à une température  $T_c$ ) durant le refroidissement soudain d'une fine lamelle (initialement à une température  $T_h$ ) d'un matériau de conductivité thermique connue. Les phénomènes physiques mis en jeu sont la dynamique du jet impactant, les transferts thermiques au sein de la zone fluide et dans la fine lamelle solide. La configuration géométrique de cette étude est schématisée sur la figure 1. Elle comprend un canal précurseur du jet (buse) de largeur  $e$  et de hauteur  $L_b=4e$ . Le jet débouche dans un canal de confinement de longueur  $L_c=40e$  et de hauteur d'impact  $H=10e$ . Le domaine d'étude des transferts thermiques comprend le domaine fluide explicité précédemment, et une fine lamelle d'épaisseur  $L_s=e$  accolée à la paroi inférieure.

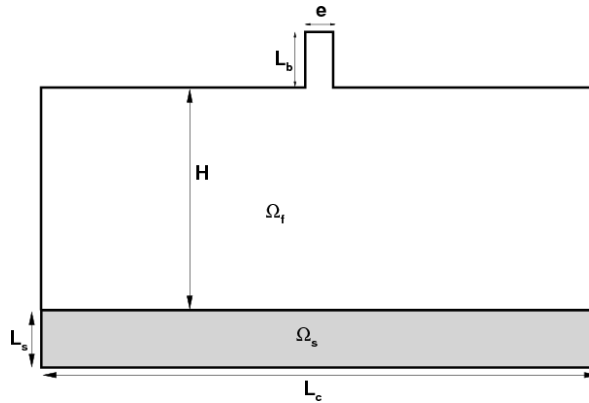


Figure 1 : Représentation du domaine de calcul de la simulation du couplage thermique fluide/solide.

En entrée du canal précurseur, on impose un profil de vitesse laminaire, avec maximum de vitesse noté  $U_m$ . La dynamique du jet est décrite par les équations de Navier-Stokes en fluide incompressible. Ce système d'équations est exprimé sous forme adimensionnée, en introduisant le nombre de Reynolds basé sur la vitesse caractéristique  $U_m$  et la longueur caractéristique  $e$ . Les transferts thermiques sont gouvernés par l'équation de l'énergie exprimée sous forme adimensionnée ( $\theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ ). Le système d'équations à résoudre dans le domaine fluide  $\Omega_f$  est alors :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot u &= 0 \\ u_t + (u \cdot \nabla) u &= -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + f \\ \theta_t + (u \cdot \nabla) \theta &= \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta \end{aligned} \quad (1.1)$$

Ce système est défini dans le domaine fluide  $\Omega_f$ . Les conditions aux limites pour le domaine fluide sont de type convectif pour la quantité de mouvement et pour la température.

Les frontières extérieures du domaine solide sont soumises à des conditions de type adiabatiques. L'interface est soumise à la continuité de la température et de la densité de flux. Ce dernier point est abordé dans la section suivante.

## 2.2. Modélisation du couplage des transferts thermiques fluide/solide

Le couplage des transferts thermiques est effectif sur la paroi inférieure de la cavité, où il est supposé un contact parfait entre le fluide et le solide : la température et la densité de flux sont continues à l'interface fluide/solide. Les transferts thermiques dans la lamelle solide sont gouvernés par simple diffusion. La diffusion thermique et le couplage des transferts thermiques sont gouvernés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_s}{\partial t} &= \frac{\lambda_s / \lambda_f}{\rho_s C_s / \rho_f C_f} \left( \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} \right) \text{ sur } \Omega_s \\ -\lambda_f \frac{\partial \theta_s}{\partial n} &= -\lambda_f \frac{\partial \theta_f}{\partial n} \text{ sur } \Omega_s \cap \Omega_f \\ \theta_s &= \theta_f \text{ sur } \Omega_s \cap \Omega_f \end{aligned} \quad (1.2)$$

Les conditions aux limites à l'interface sont imposées simultanément dans les domaines fluide et solide. L'algorithme présenté ci-après permet de satisfaire cette condition.

## 3. Méthodes numériques

### 3.1. Discrétisation des équations de Navier-Stokes

Le système (1) est discrétisé temporellement par une méthode à pas fractionnaire semi-implicite. Les termes convectifs de l'équation de quantité de mouvement et de l'énergie, sont discrétisés par la méthode explicite d'Adams–Bashforth. Les termes diffusifs sont avancés en temps par la méthode implicite de Crank–Nicolson. Le découplage vitesse/pression est assuré par l'algorithme de projection de Kim et Moin [1]. Ce dernier se décompose en trois étapes. Premièrement, une vitesse intermédiaire est déduite de l'équation implicite de quantité de mouvement. Ensuite le champ de pression est déterminé par résolution de l'équation de pression. La dernière étape consiste à projeter le champ de vitesse intermédiaire sur un champ de vitesse à divergence nulle [1]. Bien que commettant une erreur de glissement par rapport aux conditions d'adhérence, cet algorithme assure une précision temporelle d'ordre 2 sur les variables de vitesse et de température et d'ordre 1 sur la pression. Les inconnues de vitesse et de pression sont disposées sur un maillage entrelacé [2]. La discrétisation spatiale associée à ce maillage est basée sur les schémas compacts d'ordre 4 [3]. Ces spécificités assurent un couplage vitesse/pression (absence d'oscillations sur le champ de pression), et une conservation de l'énergie cinétique lorsque que la formulation « skew-symmetric » des termes convectifs est adoptée [4]. Les termes implicites de diffusion dans les domaines fluide et solides sont inversés par une méthode de diagonalisation complète. On notera, que les spectres des opérateurs de l'équation de pression admettent une valeur propre nulle pour chaque direction [5].

### 3.2. Le couplage des transferts thermiques fluide/solide

La méthode proposée pour assurer la continuité de la température et de la densité de flux à l'interface, repose sur une technique de matrice d'influence. Cette méthode a été développée entre autre par I. Raspo [6] dans le cadre d'une formulation ligne de courants/vorticité et par S. Abide et S. Viazzo [5] dans le cadre d'une formulation vitesse/pression des équations de

Navier-Stokes. L'idée directrice de cette technique est d'utiliser la propriété de linéarité de l'opérateur de diffusion, pour construire une matrice d'influence traduisant les conditions de continuité de la solution. L'inversion du système linéaire associé à cette matrice d'influence permet de déterminer les valeurs à imposer à l'interface pour assurer la régularité de la solution. Cet algorithme est détaillé dans [5] et [6]. L'intérêt de cette technique, par rapport à la plupart des méthodes itératives, est de conserver la précision spatiale des schémas compacts.

## 4. Présentations des résultats

### 4.1. Convection naturelle avec couplage fluide/solide des transferts thermiques

Dans cette partie est présentée une validation de l'algorithme de couplage multi-domaine. Cette validation porte sur une configuration dérivée de la cavité différentiellement chauffée : on considère le couplage des transferts thermiques fluide/solide sur les parois horizontales (cf fig. 2) à la place des conditions aux limites adiabatiques usuelles. Le nombre de Rayleigh retenu est  $Ra=10^5$ . Les rapports de conductivités thermiques entre le solide et le fluide étudiés sont  $1, 10^{-1}, 10^{-2}$  et  $10^{-4}$ . Cela revient à prendre un matériau de plus en plus isolant sur les parois horizontales. Afin de valider la procédure de couplage solide/fluide, on se focalise sur les transferts thermiques pariétaux : le profil du nombre de Nusselt, ainsi que ses valeurs minimum et maximum qui sont tracées en fonction du rapport des conductivités thermiques (figure 2).

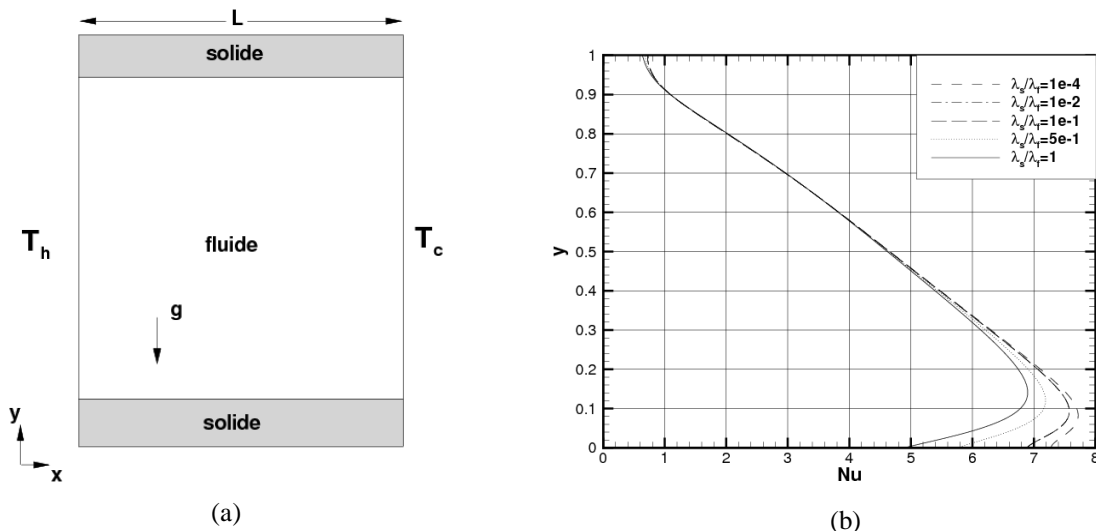


Figure 2 : Influence du rapport des conductivités thermiques sur le nombre de Nusselt  
(a) Géométrie et configuration, (b) Nusselt local sur la paroi chaude

La figure 2 (b) montre que lorsque le rapport des conductivités thermiques diminue les transferts thermiques pariétaux tendent vers une asymptote. Cette solution limite correspond à celle de la convection naturelle en cavité 2d avec des parois horizontales adiabatiques. En effet, les valeurs du nombre de Nusselt minimum et maximum de la paroi chaude pour le rapport le plus faible sont respectivement 7,72 et 0,73. Ces valeurs sont proches des solutions de référence (parois adiabatiques) présentées dans [7], [8], [9] et [10].

### 4.2. Jet plan en impact : dynamique

L'écoulement bidimensionnel du jet plan en impact a été étudié pour trois nombres de Reynolds  $Re=100$ ,  $Re=300$  et  $Re=500$ . Au nombre de Reynolds  $Re=100$ , un écoulement stationnaire est observé. Pour les nombres de Reynolds  $Re=300$  et  $Re=500$ , une solution

instationnaire est observée, avec toutefois des différences. En particulier, l'écoulement au nombre de Reynolds  $Re=300$  montre un léger battement du jet dans la zone d'impact, tandis que l'écoulement pour  $Re=500$ , montre une forte modification de la structure du jet bidimensionnel (cf. figure 3).

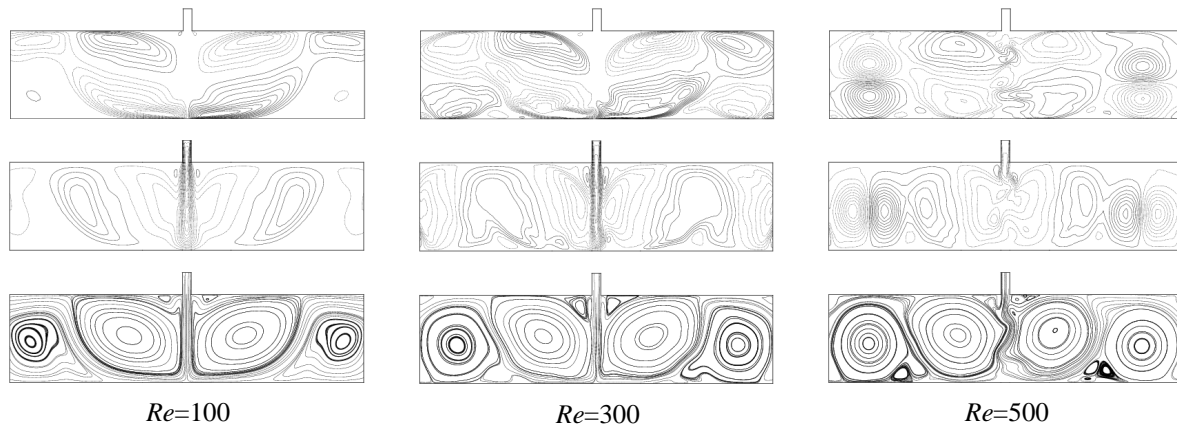


Figure 3 : Topologie du jet plan bidimensionnel

De haut en bas : isovaleurs des composantes horizontale et verticale et des lignes de courant

### 4.3. Jet plan en impact : caractérisation de la température de surface

Nous présentons ici l'évolution temporelle de la température de surface au point de stagnation du jet (milieu du canal) pour les trois nombres de Reynolds  $Re=100$ ,  $Re=300$  et  $Re=500$ , et pour chaque rapport de conductivités thermiques. Cette analyse porte sur la phase de refroidissement du solide, i.e. qu'à l'instant  $t=0$  le bloc solide est soumis à une température initiale adimensionnelle de 1. Les figures 4 (a-c) présentent donc l'évolution de la température de surface durant la phase de refroidissement, pour un temps de simulation adimensionnel compris entre 0 et 150.

Au nombre de Reynolds  $Re=100$  figure (4-a), on constate que la température de stagnation dépend fortement du rapport des conductivités thermiques. Au temps adimensionné  $t=150$  la température de stagnation est de 0,87 pour le rapport  $A=1$ , alors qu'elle atteint 0,997 pour  $A=10^4$ .

La figure (4-b) présente l'évolution de la température de surface durant le refroidissement pour le régime d'écoulement quasi-périodique i.e.  $Re=300$ . Comme pour le régime stationnaire, on constate une forte dépendance de la température de surface au rapport des conductivités thermiques. On constate aussi que le caractère quasi-périodique de l'écoulement se manifeste fortement pour le rapport unité alors qu'il semble atténué, voire même inhibé pour les rapports plus élevés. De plus, on retrouve une forte dispersion des valeurs de la température de stagnation pour les deux valeurs extrêmes des rapports de conductivités thermiques.

L'évolution temporelle de la température de stagnation pour le nombre  $Re=500$  (cf. figure (4-c)) montre le caractère fortement instationnaire de la température de stagnation pour le rapport unité des conductivités thermiques. A l'instar de la simulation au nombre de Reynolds  $Re=300$ , les rapports de conductivité importants inhibent l'instationnarité de la température au point de stagnation.

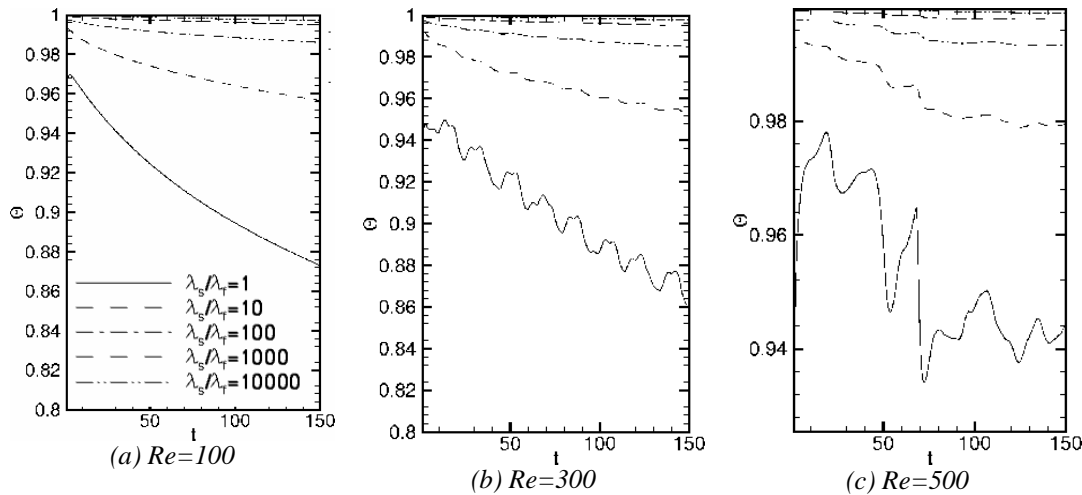


Figure 4 : Evolution de la température de surface au point d'arrêt.

## 5. Conclusion

Lors de ce travail, le couplage des transferts thermiques fluide/solide a été abordé à l'aide d'une méthode de décomposition de domaine et sur la base d'un solveur Navier-Stokes d'ordre élevé. Cette méthodologie numérique a été testée sur un cas de référence : la cavité différentiellement chauffée en présence de lamelles solides conductrices. Cette méthodologie a ensuite été appliquée à l'étude du refroidissement d'une lamelle solide par un jet bidimensionnel plan. Cette première approche met en évidence une forte corrélation entre le caractère instationnaire de l'écoulement, celui de la température de stagnation et le rapport des conductivités thermiques.

## Références

- [1] J. Kim, P. Moin, Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 59, pp308-323, 1985.
- [2] Welch, Harlow, Shannon, and Daly, The MAC method, a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid flow problems involving free surfaces. Los alamos scientific laboratory report la3425, uc32, math. and comput. tid4500, University of California, 1966.
- [3] S. K. Lele, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, pp16-42, 1992.
- [4] R. Schiestel, S. Viazzo, A Hermitian-Fourier numerical method for solving the incompressible Navier-Stokes equations, *Computer and Fluids*, Vol. 24, pp739-752, 1995.
- [5] S. Abide and S. Viazzo, A 2d compact fourth-order projection decomposition method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, pp252-276, 2005.
- [6] I. Raspo, A direct spectral domain decomposition method for the computation of rotating flows in a T-shape geometry, *Computers & Fluids*, Vol. 32, pp431-456, 2003.
- [7] D. De Vahl Davis and I. Jones, Natural convection of air in a square cavity : A benchmark solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp249-264, 1983.
- [8] M. T. Manzari An explicit finite element algorithm for convective heat transfer problems, *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 9, pp860-877, 1999.
- [9] D. A. Mayne, A. S. Usmani, and M. Crapper, h-adaptive finite element solution of high rayleigh number thermally driven cavity problem. *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 10, pp598-615, (2000).
- [10] D. C. Wan, B. S. V. Patnaik and G. W. Wei, A new benchmark quality solution for the buoyancy driven cavity by discrete singular convolution, *Numerical Heat Transfer : Part B : Fundamentals*, Vol. 40, pp199-228, (2001).