

Modélisation numérique de la cinétique de déposition de particules sur les parois isothermes d'une conduite plane en régime turbulent.

Hamza C. SADOUK*⁺, Guy LAURIAT*, Salah CHIKH⁺

* Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME FRE 3160 CNRS, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

⁺ Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumédiène, LTPMP, BP 32 El-Alia, 16111 Bab-Ezzouar, Algérie

(Auteur correspondant : sadouk@univ-mlv.fr)

Résumé - Une modélisation des transferts de chaleur par convection forcée turbulente dans une conduite plane qui tient en compte de la cinétique de déposition de particules solides sur les parois est présentée. Le dépôt sur les surfaces d'échange génère une énergie cinétique turbulente importante à l'interface fluide-dépôt. La déposition progressive de particules réduit considérablement le transfert de chaleur et la modélisation permet de prédire le temps mis pour atteindre une limite admissible.

Nomenclature

C_F	Coefficient de Forchheimer
Da	Nombre de Darcy, $Da = K/D_h^2$
D_h	Diamètre hydraulique, $D_h = 2H, m$
H	Hauteur du canal, m
I	Intensité turbulente, (%)
J	Rapport des viscosités, $J = \mu_{eff}/\mu_f$
K	Perméabilité, m^2
L	Longueur du canal, m
Nu	Nombre de Nusselt, $Nu = hD_h/\lambda_{eff}$
p	Pression, $N.m^{-2}$
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \mu_f c_p/\lambda_f$
R_c	Rapport de conductivités, $R_c = \lambda_{eff}/\lambda_f$
Re	Nombre de Reynolds, $Re = U_e D_h/\nu_f$
R_d	La résistance d'encrassement, $m^2 K/W$
t	temps, s
T	Température, K
U	Vitesse moyenne, $m.s^{-1}$

Symboles grecs

α	Constante (=0,33)
δ	Epaisseur du dépôt
ε	Dissipation turbulente, $m^2 s^{-3}$
κ	Énergie cinétique turbulente, $m^2 s^{-2}$
λ	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
μ	Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
ρ	Densité, $kg.m^{-3}$
ϕ	Porosité

Indices

d	dépôt
e	entrée du canal
eff	effective
f	fluide
p	paroi du canal
*	condition asymptotique

1. Introduction

Au cours de leur transformation, les produits alimentaires subissent souvent un traitement thermique sur des surfaces (échangeurs de chaleur à chauffage indirect tubulaire, à plaques ...) qui sont le lieu privilégié de réactions entre les parois et les constituants du produit chauffé. Le résultat global est souvent un encrassement des surfaces d'échange qui diminue les performances thermiques [1] et augmente les pertes de charges [2]. Ces effets concourent à augmenter le coût de fonctionnement de l'installation. C'est la raison pour laquelle de nombreuses études ont été effectuées sur l'encrassement et sur les moyens de le limiter.

L'objet de cette étude numérique est d'analyser la dégradation des échanges thermiques due à un dépôt solide sur les parois d'une conduite plane en régime turbulent. Le modèle de turbulence $\kappa - \varepsilon$ développé par Antohe et Lage [3] et la cinétique de déposition proposée par Kern et Seaton [4] ont été adoptés en considérant que le dépôt est un milieu poreux de faibles perméabilité et conductivité thermique.

2. Formulation mathématique

Les simulations numériques consistent à résoudre les équations de transport modélisant des écoulements turbulents dans une conduite plane partiellement remplie par un milieu poreux. Les parois sont chauffées à une température uniforme et constante T_p . Le fluide entre dans la conduite avec une vitesse U_e et à une température uniforme en moyenne, T_e . L'intensité de turbulence à l'entrée a été fixée à $I = 5\%$. La longueur L de la conduite est choisie de sorte à atteindre une température moyenne de chauffe de 80°C dans la section de sortie pour le nombre de Reynolds considéré. Les propriétés thermophysiques du fluide sont évaluées à la température moyenne $(T_p + T_e)/2$. L'écoulement est supposé instationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux est supposé homogène et isotrope.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de conservation s'écrivent sous la forme [5] :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

Equations de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial X_j} U_i = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[(\nu J + \nu_t) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right] + \frac{\partial}{\partial X_i} \nu_t \left[\frac{\partial U_j}{\partial X_j} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[(U_j U_j)^{1/2} U_i - \frac{U_j}{(U_j U_j)^{1/2}} \left(\nu_t \left\{ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right\} - \frac{2}{3} \kappa \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{1}{\phi} \frac{(\rho C_p)_{eff}}{(\rho C_p)_f} \frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\left(\frac{1}{\phi} \frac{R_c \nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial X_j} \right] \quad (3)$$

Equation de l'énergie cinétique turbulente (κ) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial t} + U_k \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} = & \nu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[\nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right] \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} - 2\phi \frac{\nu}{K} \kappa - J\varepsilon \\ & - \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \left[-\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) (U_k U_i) + \frac{8}{3} \kappa (U_k U_k) \right. \\ & \left. + \frac{5}{3} \left(-\frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \right) + \frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Equation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (ε) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} = & \frac{\partial}{\partial X_k} \left[(\nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - J C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{\nu}{K} \varepsilon \\ & - 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[\frac{U_k U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \varepsilon + \nu \left(\frac{\partial}{\partial X_j} (U_k U_k)^{1/2} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \right. \\ & \left. + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \nu_t \frac{\kappa}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U_k}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} + \frac{1}{3} \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \varepsilon \right. \\ & \left. - \frac{\nu}{2} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_j \partial X_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Les coefficients des relations de fermeture utilisées dans le modèle $\kappa-\varepsilon$ sont [6, 7]: $C_\mu=0,09$, $C_{\varepsilon 1}=1,44$, $C_{\varepsilon 2}=1,92$, $C_{\varepsilon 3}=0,13$, $\sigma_\kappa=1,0$, $\sigma_\varepsilon=1,3$, $\sigma_t=0,71$. Les conditions aux limites s'écrivent :

- A l'entrée du canal: $U = U_e$, $V = 0$, $T = T_e = 300 K$, $\kappa = \kappa_e = I U_e^2$, $\varepsilon = \varepsilon_e = \kappa_e^{3/2} / \alpha D_h$
- Sur les parois solides : $U = V = 0$, $T = T_p = 400 K$, $\kappa = 0$, $\varepsilon = \nu (\partial^2 \kappa / \partial y^2)$
- Des gradients axiaux nuls sont imposés dans la section de sortie de la conduite plane.

On impose les conditions classiques de continuité [5] à l'interface fluide-poreux sur les vitesses, températures, énergie cinétique turbulente et taux de dissipation.

Le modèle $\kappa-\varepsilon$ standard n'étant pas adapté aux voisinages des parois, les fonctions logarithmiques proposées par Hanjalic et Launder [6] ont été introduites. Avec l'approche à un seul domaine, les valeurs limites suivantes des paramètres propres au milieu poreux permettent de définir le type du milieu modélisé :

i/ milieu fluide: $J=1$, $R_c=1$, $\phi = 1$, $K \rightarrow \infty$, ii/ milieu poreux: $J > 1$, $R_c \neq 1$, $\phi < 1$, $K =$ valeur finie.

D'après De Jong et al. [8], la formation de dépôt (dans le cas du traitement thermique du lait, pris ici à titre d'exemple) est provoquée par des réactions chimiques. La cinétique de déposition est donnée par le modèle asymptotique de Kern et Seaton [4] qui a été confronté aux travaux expérimentaux de Rosmaninho et al. [9]. Ce modèle donne le taux net de solide effectivement déposé sur une paroi comme la différence entre le taux de solide déposé et le taux de solide ré-entraîné. L'effet du dépôt est quantifié par la mesure de sa résistance au transfert de chaleur donnée par la relation:

$$R_d = R_d^* (1 - e^{-\beta t}) \quad (6)$$

où R_d^* est la résistance asymptotique. La résistance à l'encrassement peut aussi être exprimée en fonction de l'épaisseur δ_d du dépôt et de sa conductivité thermique par la relation :

$$R_d = \frac{\delta_d}{\lambda_d} \quad (7)$$

L'équation (6) peut donc être réécrite sous la forme :

$$\delta(t) = \delta_d^* (1 - e^{-\beta t}) \quad (8)$$

avec $\beta = \tau_w / \rho_d$ d'après [4] et $\tau_w = \mu_f \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0}$ (9)

3. Méthode numérique

Le système des équations de conservation a été résolu par un programme de calcul développé au LTPMP (USTHB) qui est basé sur la méthode des volumes finis avec des maillages structurés et décalés. Les termes de convection-diffusion ont été approximés à l'aide de schémas de type loi en puissance. Le couplage vitesse-pression a été traité par l'algorithme SIMPLE. Le critère d'arrêt du processus itératif est donné par la valeur du résidu normalisé de l'équation algébrique, fixée à 10^{-4} . Les calculs ont été effectués en tenant compte de la symétrie axiale de l'écoulement. L'étude de maillage a montré qu'un maillage (80×60) permettait d'obtenir une précision satisfaisante en régimes dynamique et thermique établis et que les solutions obtenues étaient peu sensibles au nombre de maille dans la direction axiale.

Des comparaisons ont été effectuées en régimes laminaire et turbulent dans les cas limites de conduites sans milieu poreux sur les parois ou de conduites complètement remplies par un milieu poreux. En régime laminaire, la validation par rapport aux solutions analytiques a donné une erreur inférieure à 0.1%. En régime turbulent établi, des comparaisons, illustrées dans le Tableau 1, ont été effectuées avec les nombres de Nusselt calculés à partir des corrélations de Dittus-Boelter, Gnielinski et de Petukhov [10].

Tableau 1 : Validation en régime turbulent établi ($Re = 4.10^4 - Pr=3,75$)

Référence		Nu
Présente étude		195,7
Dittus et Boelter	[10]	187,5
Petukhov	[10]	205,3
Gnielinski	[10]	207,6

4. Résultats

Le Tableau 2 présente les grandeurs dimensionnelles utilisées lors de la simulation :

Tableau 2 : Grandeurs dimensionnelles du modèle physique

$L = 6 \text{ m}$	$T_p = 400 \text{ K}$	$\lambda_f = 0,642 \text{ W/m.K}$	$\rho_d = 1030 \text{ kg/m}^3$	$Pr = 3,75$ (le lait à 350 K)
$H = 0,02 \text{ m}$	$C_F = 0,1$	$C_{p_f} = 4 \text{ kJ/kg.K}$	$C_{p_d} = 4,19 \text{ kJ/kg.K}$	$\mu_{eff} = \mu_f = 6,04.10^{-4} \text{ kg/m.s}$
$T_e = 300 \text{ K}$	$\lambda_d/\lambda_f = 0,5$	$\rho_f = 1001,34 \text{ kg/m}^3$	Modèle parallèle : $\lambda_{eff} = \phi \lambda_f + (1 - \phi) \lambda_d$	

La porosité du dépôt est $\phi=0,05$ et sa perméabilité est $K = 10^{-12} \text{ m}^2$. Les résultats discutés dans cette section correspondent à la section de sortie de la conduite. Dans toutes les simulations, le nombre de Reynolds a été fixé à 4×10^4 , correspondant à une vitesse moyenne d'entrée $U_e=0,6 \text{ m/s}$.

Afin de déterminer le temps nécessaire pour atteindre l'épaisseur maximale du dépôt qui couvre 19% de la hauteur totale de la conduite, la contrainte de cisaillement à la paroi τ_w et le coefficient β (Eq. 9) ont été déterminés pour chaque épaisseur de dépôt. En utilisant l'équation (8), le temps nécessaire pour atteindre une certaine épaisseur en est déduit. Le Tableau 3 résume les différents résultats obtenus au cours des simulations.

Tableau 3 : Contrainte de cisaillement et temps de déposition pour différentes épaisseurs.

$e \text{ (m} \times 10^3)$	% H	$\tau_w \text{ (N/m}^2)$	$\beta \text{ (1/s} \times 10^5)$	$t \text{ (s)}$
0,00	0,0	1,153	111,97	0,00
0,17	0,8	0,147	14,34	664
0,52	2,5	0,084	8,18	3890
0,86	4,3	0,057	5,59	10828
1,21	6,0	0,044	4,26	23721
1,55	7,7	0,035	3,46	49243
1,90	9,5	0,030	2,92	193661

Le temps nécessaire pour atteindre un dépôt ayant une épaisseur maximale $e_{max}=1,9 \text{ mm}$ est $t_{max} = 53,8 \text{ h}$ si $\beta = 2,92 \text{ } 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

La Figure 1 montre l'effet temporel de la déposition sur le profil de vitesse. Plus l'épaisseur du dépôt augmente, plus la section de passage du fluide diminue et donc les vitesses deviennent plus importantes dans la partie centrale de la conduite. Les résultats de cette étude montrent que, comme en régime laminaire, le profil de vitesse est quasiment uniforme dans le dépôt du fait de sa très faible perméabilité. L'effet de la déposition sur l'énergie cinétique turbulente est représenté par la Figure 2. L'énergie cinétique turbulente atteint son maximum dans les zones proches des parois. Elle est beaucoup plus importante à l'interface fluide-dépôt. Sur cette interface, le milieu poreux fait augmenter les forces visqueuses et d'inertie parce que les résistances supplémentaires (modélisées par les termes de Brinkman et de Forchheimer) provoquent des contraintes de frottement beaucoup plus importantes que dans le cas où la conduite est totalement remplie par le fluide.

La variation du profil de température en sortie de conduite est représentée sur la Figure 3. On remarque que la température diminue de $T_s = 354,2 \text{ K}$ à $T_s = 313,8 \text{ K}$ au cours du temps de déposition. Plus l'épaisseur du dépôt augmente, plus le transfert de chaleur est diminué et moins le fluide est chauffé parce que la conductivité effective du dépôt est plus faible que celle du liquide (Tableau 2) et parce que les vitesses de filtration sont très faibles. Ce résultat est représenté sur la Figure 4 qui montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps. On remarque qu'il y a une augmentation sensible du nombre de Nusselt moyen au cours des 4 premières heures de déposition, ce qui traduit un meilleur échange thermique malgré la formation du dépôt. C'est l'un des résultats le plus significatif que l'on peut tirer de cette figure. Une chute considérable du nombre de Nusselt moyen est ensuite observée. Cette augmentation du transfert de chaleur aux premiers instants de déposition est un résultat qui a déjà été noté [11]. Il peut être expliqué par l'augmentation du niveau de turbulence au voisinage de l'interface entre le fluide et le milieu poreux. Les simulations numériques montrent que l'intensité turbulente augmente de 10% par rapport au cas purement fluide. La mince couche du dépôt fait augmenter les résistances visqueuses, d'inertie et de frottement, créant ainsi une intensité turbulente importante. Ce résultat est représenté sur la Figure 5. La Figure 6 présente l'évolution temporelle de la résistance globale d'encrassement et montre qu'elle suit une loi quasi-exponentielle avant d'atteindre une valeur asymptotique. Une étude approfondie de la résistance au transfert thermique montre une compétition entre les résistances de conduction et de convection au cours du temps. La résistance de conduction n'est dominante qu'après 1,7 h de déposition.

5. Conclusion

Au cours des premières heures de déposition, une fine couche du dépôt contribue à augmenter les transferts thermiques. Nos résultats concordent qualitativement avec ceux de Chiron et al. [11]. Au cours de la formation du dépôt sur les parois de la conduite, une nette diminution de la température du fluide est observée et la résistance de conduction devient dominante.

Références

- [1] Burton.H - Deposits from whole milk in heat treatment plant: a review and discussion. *J. Dairy Res.*, 35 (1981), 317-330.
- [2] Laland.E., Corrieu.G., Daufin.G et Gallot-Lavall.TÉ.E. Etude des cinétiques d'encrassement et de nettoyage d'un pasteurisateur de lait à plaques. C.R. fin d'études D.G.R.S.T., 79.7.0375, 1981.
- [3] Antohe B.V., Lage J.L., A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3013-3024.
- [4] Kern, D.Q., Seaton, R.E., A theoretical analysis of thermal surface fouling., *Britanic Chemical Sciences 4, Volume 5 (1959), 258-262.*
- [5] Allouache N., Chikh S., Numerical modeling of turbulent flow in an annular heat exchanger partly filled with a porous substrate, *J. Porous Media*, vol. 7 (2008), 617-632.
- [6] Hanjalic K., Launder B.E., Contribution towards a Reynolds stress closure for low number turbulence, *J. Fluid Mech.*, 74 (4), (1976), 593-610.
- [7] Launder, B.E. and Spalding, D.B., The numerical computation of turbulent flows, *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, 3 (1974), 269-289.
- [8] De Jong, P. De, Bouman, S.& Van Der Linden, H. J. Fouling of heat transfert equipment in relation to the denaturation of b-lactoglobulin. *Journal of the society of Dairy Technology*, 45 (1992), 3-8.
- [9] R. Rosmaninho , G. Rizzo , H. Muller-Steinhagen , L.F. Melo , Deposition from a milk mineral solution on novel heat transfer surfaces under turbulent flow conditions, *Journal of Food Engineering*, 85 (2008), 29-41.
- [10] Rohsenow W.M., Hartnett J.P., Ganic E.N., Handbook of Heat Transfer: Fundamentals, 2^{ème} Ed, McGraw-Hill, 1985.
- [11] Chiron, A., Patureau, J. P., Potiron, A., Dispositif de caractérisation du pouvoir colmatant des fumées chargées de particules, Note BERTIN, n° 52-84-09, 1984.

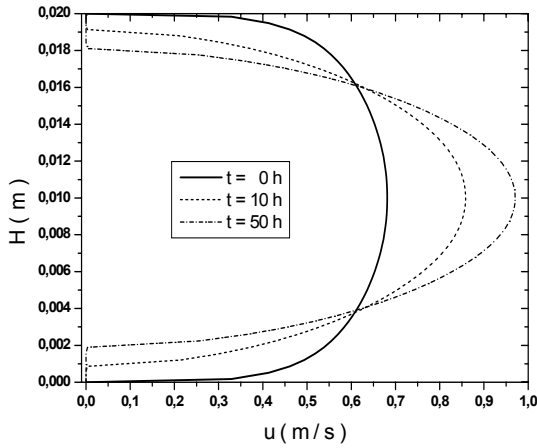


Figure 1: Variation du profil de vitesse axiale en régime établi

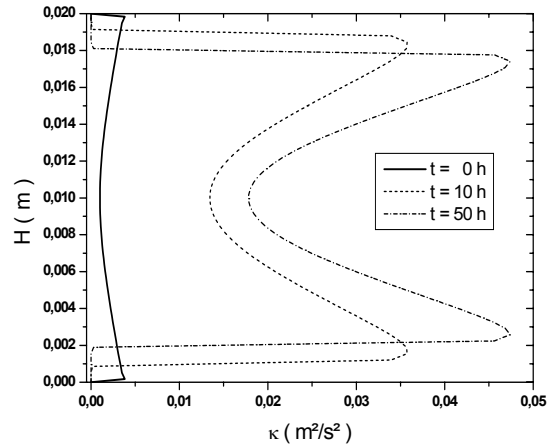


Figure 2: Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente en régime établi

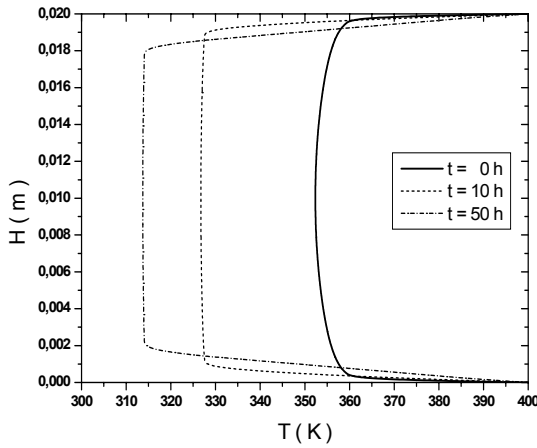


Figure 3: Variation temporelle du profil de température en régime établi

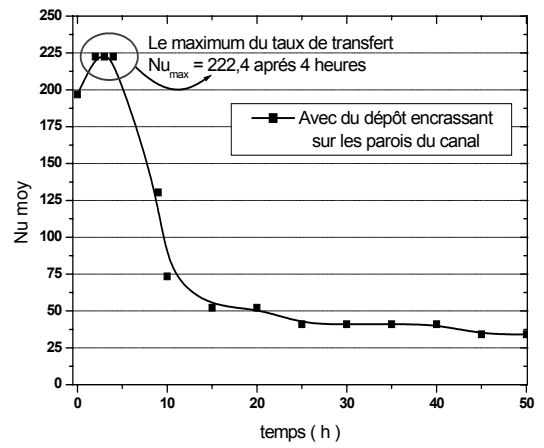


Figure 4: Variation temporelle du nombre de Nusselt moyen en régime établi

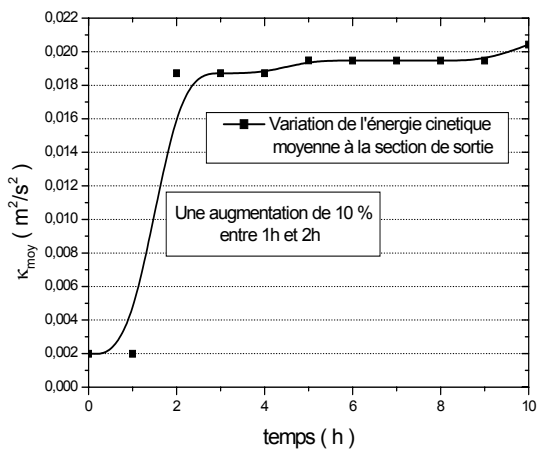


Figure 5: Variation de l'énergie cinétique turbulente moyenne à la section de sortie au cours du temps

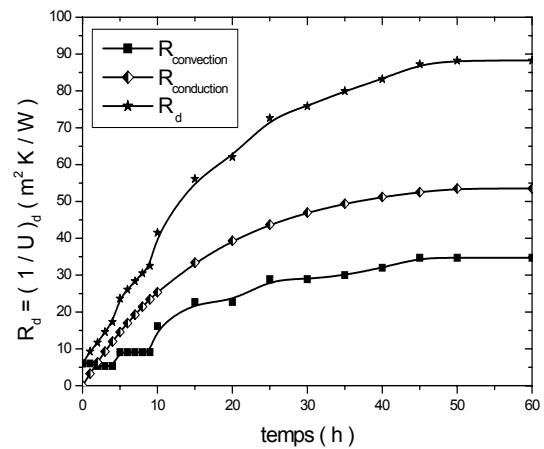


Figure 6: Variations temporelle des résistances de conduction et de convection