

Méthode inverse appliquée à un écoulement dans un minicanal en microgravité: Résolution par BEM d'un problème inverse 3D multi-domaine instationnaire avec prise en compte de plusieurs sources linéiques de chaleur

Sébastien LUCIANI^{1*}, Yann JOBIC¹, David BRUTIN¹, Christophe LE NILIOT¹

¹Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille - Laboratoire IUSTI
Technopôle de Château-Gombert - 5 rue Enrico Fermi - 13453 Marseille – France
[*sebastien.luciani@polytech.univ-mrs.fr](mailto:sebastien.luciani@polytech.univ-mrs.fr)

Résumé - Dans la présente étude, un modèle 3D instationnaire est développé pour étudier les effets de la gravité sur un écoulement diphasique lors de l'ébullition convective en minicanaux. Le dispositif expérimental, composé de 3 matériaux collés les uns sur les autres, est instrumenté par des thermocouples et chauffé par face arrière à l'aide de fils chauffants. Compte tenu de la géométrie du système, on cherche à déterminer les caractéristiques surfaciques de l'écoulement à savoir la température et le flux de chaleur surfacique afin d'estimer le coefficient de transfert thermique local associé. La méthode retenue est une méthode inverse basée sur la méthode des éléments de frontière – *BEM*. Elle nous permet de remonter à la condition limite inconnue (ici le coefficient d'échange convectif) à partir du champ interne de température et de caractériser les phénomènes à la surface du minicanal. Les données expérimentales sont obtenues grâce à des capteurs de température. Pour étudier le niveau de gravité, l'expérience a été placée dans des conditions de microgravité et hypergravité pendant une campagne de vols paraboliques. La durée totale des expériences étant longue, et les données conséquentes, la résolution se fait par un calcul parallèle. L'ensemble du domaine est alors distribué sur des noeuds de calcul et la résolution est faite par la librairie SCALAPACK. Ce problème 3D multi-domaine instationnaire qui est présenté dans cette communication, est typique d'un problème inverse de conduction de la chaleur (*PICC*). L'aspect novateur réside dans la prise en compte, lors de la résolution numérique, de plusieurs sources linéiques en instationnaire.

Nomenclature

g_k	source linéique de chaleur, $W.m^{-1}$	<i>Symboles grec</i>	
T^*	fonction de Green	ρ	densité de flux, $W.m^{-2}$
$H(x)$	fonction de Heaviside	Ω	domaine et frontière de calcul
M	point du domaine	Γ	frontière du domaine Ω
A	matrice	T, θ	température, °C
B	vecteur second membre	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
X	vecteur des inconnues	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
<i>Indices et exposants</i>		δ	fonction Dirac
k	numéro de la source linéique		

1. Introduction

1.1. Ebullition convective en microgravité

De nos jours, de nombreux dispositifs utilisent les phénomènes de transfert de chaleur dans des minicanaux soumis à un régime d'ébullition convective. En effet, une des caractéristiques de ces écoulements diphasiques est la valeur élevée des coefficients convectifs, qui offre de

nombreuses possibilités quant aux applications pour transférer des flux important de chaleur. Cependant, les phénomènes physiques qui se produisent majoritairement pendant le changement de phase doivent être bien quantifiés et analysés afin d'acquérir une meilleure compréhension des différents paramètres qui influencent les transferts thermiques. A l'heure actuelle, concernant l'ébullition convective dans les minicanaux [1], les études sont limitées. Les revues approfondies par Kandlikar [2], fournissent de nombreuses données sur les transferts thermiques d'ébullition. Cependant, il n'y a pas beaucoup d'études consacrées à l'analyse des écoulements diphasiques en microgravité. Les effets de la pesanteur semblent principalement avoir comme conséquence les modifications de la structure (topologie) des écoulements. Néanmoins, pour améliorer ces études, de nouvelles données expérimentales sont nécessaires afin de clarifier ces points. C'est dans cet optique que nous présentons cette étude. Elle traite ici de la résolution en instationnaire d'un *PICC* (Problème Inverse en Conduction de la Chaleur) 3D multi-domaine avec un état de frontière inconnu en utilisant des données expérimentales. L'état de frontière inconnu est le minicanal avec la température et le flux surfacique de chaleur que l'on cherche à déterminer. Nous utilisons une approche instationnaire puisque que pendant les vols paraboliques, nous avons observé des instabilités dynamiques lors du passage de l'état de microgravité ($\pm 0.05 \text{ m.s}^{-2}$) au niveau normal de pesanteur (9.81 m.s^{-2}). Une première approche stationnaire [3], [4] nous a permis d'obtenir des profils locaux des transferts de chaleur mais pour traiter l'ensemble des données expérimentales, il est nécessaire de passer à une analyse instationnaire.

1.2. Problème inverse en conduction de la chaleur avec BEM

Pour ce type de problème, on cherche à évaluer sur une frontière inconnue (ici la surface du minicanal), le coefficient local d'échange de chaleur. Nous avons employé la méthode des éléments de frontière, *BEM* (Boundary Element Method) car elle permet un raccordement direct entre les mesures et l'état de frontière inconnu (aucune maille interne seul les surfaces sont maillées). Cette méthode est décrite en détails par Brebbia et autres [5] et appliquée par quelques auteurs pour des cas typiques de *PICC* [6]. A l'heure actuelle, nous trouvons dans la littérature quelques exemples des problèmes inverses utilisant *BEM* - Dulikravitch [7] mais aucun d'eux n'utilisent d'expérience réelles. Dans notre approche, on utilise *BEM* car elle donne une solution directe par la résolution d'un système linéaire. Cette méthode est surtout bien adaptée pour faire face aux mesures internes fournies par les thermocouples et les sources ponctuelles ou linéiques (ici notre cas). De plus, elle conduit à la résolution d'un système linéaire $AX=B$ où A et B sont des matrices pleines. Cependant, comme la plupart des problèmes inverses, notre problème est mal-posé [8]. Par conséquent, la solution est très sensible aux bruits de mesure et nous devons régulariser. Le caractère mal-posé peut être contourné en résolvant l'équation de la chaleur de manière globale et non plus séquentielle. La taille de la matrice A s'en trouve augmentée. La technique de régularisation par troncature est possible en utilisant la méthode de décomposition en valeurs singulières où *SVD* (Singular Value Decomposition) [9]. Cependant, cette technique est lourde au niveau numérique. Pour décomposer nos matrices pleines (environ 5000×5000), nous avons donc expérimenté les bibliothèques *SCALAPACK* [10] par un calcul parallèle.

2. Présentation du dispositif expérimental

2.1. Expérience embarquée

Le principe retenu est un canal chauffé par face arrière, traversé par un fluide en écoulement. En régime d'ébullition, le fluide génère des bulles dont la taille varie en fonction du degré de confinement. Ainsi élaboré, ce dispositif permet de contrôler les paramètres

relatifs au chauffage et au fluide (température d'entrée dans le canal, flux de chaleur en face arrière, débit volumique en entrée de canal).

2.2. Géométrie du minicanal

Le dispositif expérimental est modélisé par un barreau rectangulaire composé de plusieurs matériaux que nous avons décomposé en 2 domaines (**Figure 1**):

- Domaine 1 - une semelle de ciment ($\lambda=0,83 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\alpha=5,33.10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$) instrumenté par 21 thermocouples
- Domaine 2 - au milieu une plaque d'inconel® ($\lambda=10,8 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\alpha=2,32.10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$) dans lequel est gravé le minicanal.

Le minicanal (50 mm de long, 6 mm de large et 254 μm de haut) est gravé sur une plaque d'inconel centré sur la face supérieure. A l'intérieur du barreau en ciment, 5 fils chauffants fournissent une puissance de 33 Wm^{-1} . Enfin, 21 thermocouples (de type Chromel-Alumel, diamètre 140 μm) sont situés à 1 mm de la plaque d'inconel et également répartis dans le sens de la longueur. Ces capteurs permettent de connaître la température en différentes positions (x, y, z) du dispositif et constituent l'ensemble des mesures que nous cherchons à inverser. Le système est isolé dans une enceinte de confinement maintenue à 41°C . Les conditions limites aux frontières (contour du barreau) prennent en compte la convection et le rayonnement (coefficient convectif de l'ordre de $3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) ainsi que le caractère diphasique de l'écoulement :

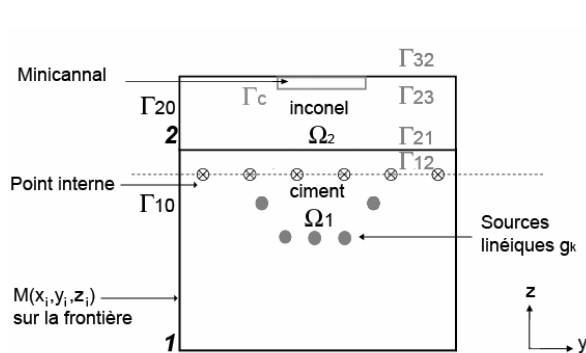


Figure 1. Dimension du dispositif et conditions limites

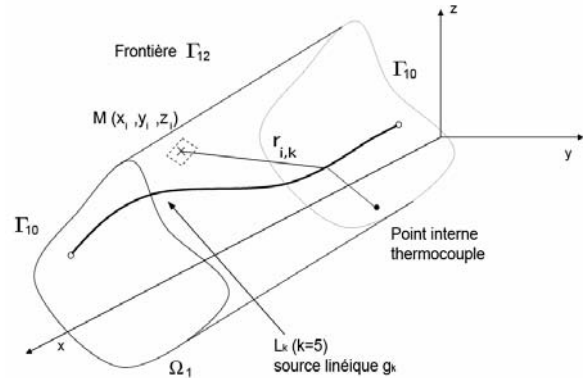


Figure 2. Schéma d'une source linéique (courbe en gras) implanté dans le ciment

3. Problème inverse en conduction de la chaleur

3.1. Formulation

Les sources linéiques de chaleurs sont situées dans le ciment (ici domaine 1). Dans le cas d'un problème inverse de conduction de la chaleur (PICC), en régime transitoire, l'équation de la chaleur en régime instationnaire s'écrit :

$$\vec{\nabla}(\lambda \cdot \vec{\nabla} \theta) - \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = -g \quad \text{ce qui conduit à} \quad \Delta \theta - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{g}{\lambda} = 0 \quad (1)$$

Où θ est la température et g la valeur de la source linéique de chaleur. Si on considère le domaine Ω_1 homogène (**Figure 2**), délimité par sa frontière Γ (ici Γ_{10} et Γ_{12}), la méthode des éléments de frontière consiste à considérer la fonction θ comme une fonction harmonique qui

dépend du temps t et de l'espace, avec une frontière fermée de surface Γ . Considérant l'équation (1), on choisit alors une fonction $T^*(M)$ continue et dérivable une fois sur le domaine Ω_1 . Cette fonction est choisie afin de satisfaire l'équation fondamentale de l'équation de la chaleur en considérant une source linéique. L'équation 1 peut se réécrire:

$$\int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} \left(\Delta \theta - \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) T^*(M, \tau) d\Omega_1 dt + I_g = 0 \quad (2)$$

La solution fondamentale T^* est une fonction de Green:

Pour un point $M(x, y, z)$, on a

$$T^*(M, \tau) = \frac{1}{(4\pi k\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4k\tau}\right) H(\tau) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \\ \tau = t_f - t \end{cases} \quad (3)$$

Ici $\tau = t_f - t$, ou t_f est le temps final de l'expérience, r la distance entre un point de la frontière et un point M dans le domaine (**Figure 2**) et $H(\tau)$ la fonction d'Heaviside.

3.2. Prise en compte d'une source linéique de chaleur

Si on considère l'ensemble des sources linéiques du domaine Ω_1 , le terme source présent dans l'intégrale de frontière (2) peut s'écrire:

$$I_g = \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} \frac{g}{\lambda} T^* d\Omega_1 dt \quad \text{avec} \quad g = g(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{K=5} g_k(t) f(L_k) \quad (4)$$

Ici, g_k est la valeur de la source linéique k (W.m^{-1}), δ_{M, M_k} est la fonction de Dirac au point M_k pour lequel $\delta_{M, M_k} = 0$ si $M \neq M_k$ et $H(t)$ la fonction d'Heaviside. Sur la ligne on peut exprimer L_k (**Figure 2**), telle que:

$$f(L_k) = H(M, L_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } M \notin L_k \\ 1 & \text{si } M \in L_k \end{cases} \quad (5)$$

Notre domaine Ω est divisé en plusieurs régions K telle que Ω_k ($\Omega = \bigcup_{k=1}^K \Omega_k$), dans laquelle le terme source est constant.

$$I_g = \int_{t_0}^{t_f} \left(\int_{\Omega} \frac{g}{\lambda} T^* d\Omega_1 \right) dt = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_{k=1}^5 \frac{g_k(t)}{\lambda} \int_{L_k} H(M, L_k) T^* d\Omega_1 \right) = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_{k=1}^5 \frac{g_k(t)}{\lambda} \int_{r_k} H(k) T^* d(r_k) \right) \quad (6)$$

En discrétisant (2) sur l'ensemble des pas de temps (méthode globale) et sur l'ensemble des éléments, l'approche *BEM* permet d'obtenir un système matriciel :

$$A X = B \quad (7)$$

A est une matrice de dimension (nombre d'éléments x nombre de pas de temps, nombre d'inconnues x nombre de pas de temps). Dans notre problème, la matrice A est de dimension (4080,4080). Le vecteur X contient toutes les inconnues, la température et le flux surfacique (T_{surface} , Φ_{surface}) et B est un vecteur second membre où sont incluses une combinaison linéaire des mesures. L'utilisation de cette procédure permet d'éviter les "pas de temps futurs" dont le nombre est une variable supplémentaire. Ici, la troncature avec *SVD* permet de sélectionner les modes prépondérants et ainsi de régulariser la solution. Pour décomposer A , nous avons utilisé les bibliothèques en calcul parallèle.

3.3. Calcul en parallèle avec la librairie SCAlapack

Le programme parallèle élaboré dans notre cas permet de traiter une partie du problème, diminuant d'autant les besoins en mémoire qu'il y a de processeurs (**Figure 3**). La librairie choisie est SCAlapack. Cette librairie, robuste, fiable, et éprouvée, est une version parallèle de la librairie Lapack, utilisant les BLAS et BLACS [10] pour l'organisation des communications entre processeurs. Pour quantifier la qualité d'un programme parallèle, on parle de speed-up (**Figure 4**). C'est le rapport du temps passé à calculer sur 1 processeur divisé par celui qui est sur n processeurs.

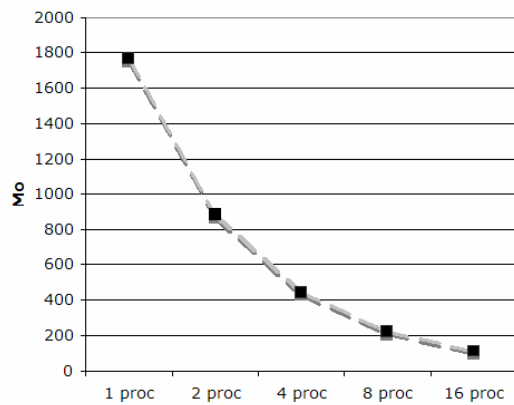


Figure 3. Mémoire utilisée par processeur

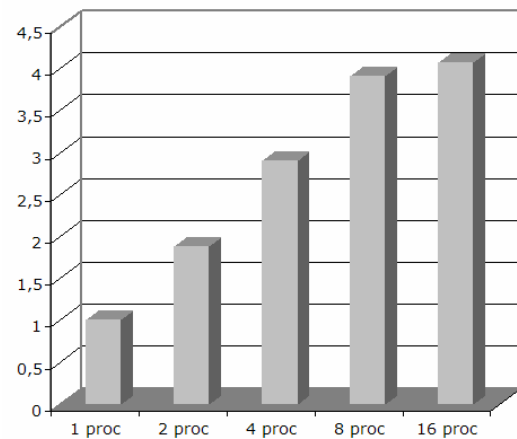


Figure 4. Speed-up

On remarque clairement que les performances s'écroulent dès 8 processeurs. Cela s'explique par la ferme utilisée. En effet, le réseau est du gigabit, et la ferme de calcul était chargée. Donc le temps passé dans les communications devient plus important que le temps de calcul. Cependant, le but premier, résoudre des problèmes plus importants, est lui atteint.

4. Résultats

Nous avons testé le cas expérimental dont la géométrie est présentée en [4]. L'approche décrite concernait un problème stationnaire. Nous proposons ici une résolution instationnaire soit (4080) inconnues faisant intervenir 100 pas de temps d'une seconde. Le calcul s'effectue par résolution parallèle (multiprocesseurs) et simule les conditions de notre expérience. Sur les **Figures 5** et **6**, les profils du coefficient convectif et de la température à la surface du minicanal sont représentés:

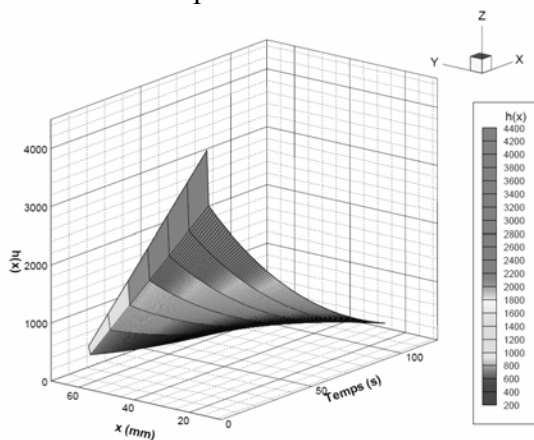


Figure 5. Coefficient convectif sur le minicanal

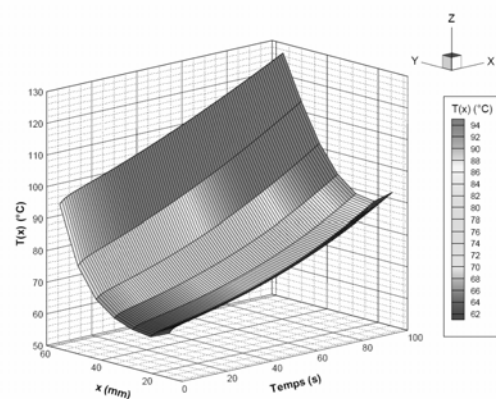
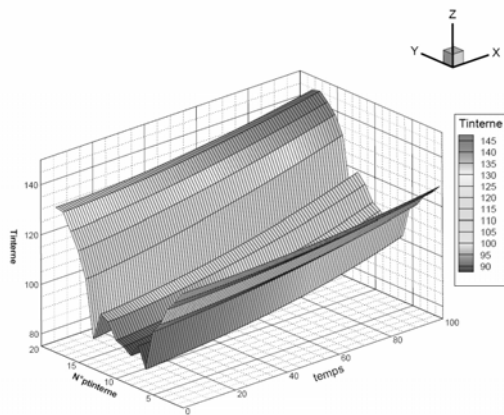


Figure 6. Profil des températures surfaciques

Le coefficient convectif décroît alors que la température de surface augmente. Afin de valider notre modèle, on s'intéresse au profil des températures internes (**Figure 7**):



Ici est représenté les températures internes fonction du temps et du numéro de thermocouples (ici 21).

Figure 7. Profil des températures internes

Le profil de température croît en fonction du temps quelque soit le thermocouple observé dans une gamme de température allant de 90 à 145 °C. Les différents profils obtenus sont cohérents: la température interne croît lorsque l'on refroidit le barreau de ciment.

5. Conclusion et perspectives

La méthode globale utilisant *SVD* et un maillage déstructuré donne de bons résultats. L'objectif a posteriori est de résoudre un problème expérimental de plus grande dimension. Il s'agit en fait d'étendre le modèle à notre expérience à partir de l'outil présenté : traiter une parabole entière (soit une durée d'environ 100s ou on observe 3 niveaux différents de gravité).

Références

- [1] 2001, D.B. Tuckerman and R.F.W. Pease. *Microchannels applications*. VLSI, pages 126, 1981.
- [2] S.G. Kandlikar, *Fundamental issues related to flow boiling in minichannels and microchannels*: EHTMT, exHFT-6, 1 ETS, Pisa, September applications. pp. 129-146.
- [3] S. Luciani, D. Brutin, O. Rahli, C. Le Niliot, L. Tadrist, *Caractérisation de l'ébullition convective sous différents régimes de gravité au sein de minicanaux à l'aide d'une technique inverse*, SFT 2007, 29 mai-1 juin, ISBN:2-905267-54-2, pp 173-178.
- [4] S. Luciani, D. Brutin, O. Rahli, C. Le Niliot, L. Tadrist, *Boiling in minichannels under normal, hyper-, and microgravity: local heat transfer analysis using inverse methods*, JHT, October 2008, Vol. **130**, pp 101502-1 1015026-13.
- [5] C.A. Brebbia, J.C.F. Telles and L.C. Wrobel, *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1984.
- [6] C. Le Niliot, F. Lefèvre, *A method for multiple steady line heat sources identification in a diffusive system: application to an experimental 2D problem*, IJHMT, vol. **44**, pp. 1425-1438, 2001.
- [7] T.J. Martin, G.S. Dulikravitch, *Inverse determination of boundary conditions and sources in steady heat conduction with heat generation*, JHT, Vol. **118**, pp. 546-554, 1996
- [8] P.C. Hansen. *Rank-Deficient and discrete Ill-posed Problems*. SIAM, Philadelphie, 1998.
- [9] J.V. Beck, B. Blackwell, C.R.St. Clair, *Inverse Heat Conduction, Ill-Posed Problems*, Wiley Interscience, New York, 1985.
- [10] L. S. BLACKFORD, J. Choi, A. Cleary, J. Demmel, I. Dhillon, J. J. Dongarra, S. Hammarling, G. Henry, A. Petitet, K. Stanley, *ScaLAPACK: A portable linear algebra library for distributed memory computers - design issues and performance*, in Proceedings of Supercomputing 1996.