

# Etude de la modélisation thermique d'un écoulement turbulent soumis à un fort gradient de température avec la Simulation des Grandes Echelles Thermiques

Sylvain SERRA\*, Adrien TOUTANT, Françoise BATAILLE

Laboratoire PROMES CNRS  
Tecnosud, Rambla de la thermodynamique  
66100 Perpignan  
\*(auteur correspondant : sylvain.serra@univ-perp.fr)

**Résumé** - Cette étude concerne la Simulation des Grandes Échelles Thermiques (SGET). Elle vise à étudier l'influence d'un gradient de température sur un écoulement turbulent dans la configuration académique d'un canal plan bi-périodique avec températures imposées aux parois. Différents rapports de température et différentes intensités turbulentes sont étudiés. Pour simuler précisément le couplage entre la dynamique et la thermique de l'écoulement, une étude sur la modélisation sous-maille thermique a été réalisée.

## Nomenclature

$C_p$  Capacité calorifique,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $h$  Demi hauteur du canal ( $\approx 0.015 m$ )  
 $P'$  Pression dynamique corrigée,  $Pa$   
 $P_{thermo}$  Pression thermodynamique,  $Pa$   
 $Q_w$  Flux de chaleur à la paroi  
 $Q_w = \lambda_w \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} \Big|_w$ ,  $W.m^{-2}$   
 $T$  Température,  $K$   
 $T_\tau$  Température de frottement  
( $T_\tau = Q_w / (\rho_w C_p U_\tau)$ ),  $K$   
 $t$  Temps,  $s$   
 $U_i$   $i^{\text{ème}}$  composante de la vitesse,  $m.s^{-1}$   
 $U_\tau$  Vitesse de frottement  
( $U_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$ ),  $m.s^{-1}$   
 $X_i$   $i^{\text{ème}}$  coordonnée,  $m$   
*Nombres sans dimension*  
 $Pr_{sm}$  Nombre de Prandtl sous-maille  
 $Re_\tau$  Nombre de Reynolds pariétal

## Symboles grecs

$\mathfrak{J}_j$  Flux de chaleur sous-maille,  $m.K.s^{-1}$   
 $\kappa_{sm}$  Diffusivité sous-maille,  $m^2.s^{-1}$   
 $\lambda$  Conductivité thermique,  $W.m^{-1}.K^{-1}$   
 $\mu$  Viscosité dynamique,  $kg.m^{-1}.s^{-1}$   
 $\nu_{sm}$  Viscosité sous maille,  $m^2.s^{-1}$   
 $\rho$  Masse volumique,  $kg.m^{-3}$   
 $\tau_{ij}$  Tenseur sous-maille,  $m^2.s^{-2}$   
 $\tau_w$  contrainte de cisaillement à la paroi  
( $\tau_w = \mu_w \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \Big|_w$ ),  $Pa$

## Indices et exposants

$\tilde{X}$  Grandeur filtrée (au sens Favre)  
 $\bar{X}$  Grandeur filtrée (au sens Reynolds)  
 $X^+$  Grandeur adimensionnée  
 $X_{sm}$  Grandeur sous-maille  
 $X_1$  Grandeur à la paroi froide (bas)  
 $X_2$  Grandeur à la paroi chaude (haut)

## 1. Introduction

Le but de ce travail est de simuler un écoulement turbulent soumis à un fort gradient de température. Cette étude entre dans le cadre du projet RS-PEGASE (Récepteur Solaire - Production of Electricity using GAS turbine and Solar Energy) qui vise à optimiser le récepteur solaire de la centrale à tour Thémis [1]. Pour ce faire, il est indispensable de bien connaître et comprendre les phénomènes physiques qui proviennent du couplage entre la turbulence et un fort gradient de température. Concrètement, le côté exposé au rayonnement solaire a une température ( $T_2$ ) très supérieure à la température ( $T_1=293K$ ) de l'autre côté du

récepteur. Afin de prédire l'influence de ce gradient, nous réalisons des simulations numériques sur un écoulement turbulent traversant un canal plan bi-périodique avec températures imposées aux parois (figure 1).

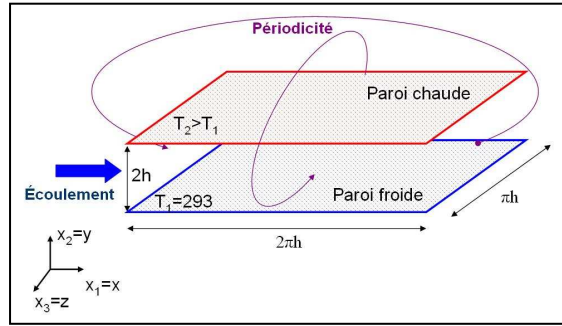


Figure 1 : Configuration étudiée

Nous utilisons une bi-périodicité dans les sens transverse et longitudinal de l'écoulement afin d'avoir une turbulence totalement développée. Ces simulations sont effectuées pour deux intensités turbulentes différentes ( $Re_\tau = (\bar{U}_\tau h \rho_w) / \mu_w = 180$  et  $Re_\tau = 395$ ) et pour trois rapports de température ( $T_2/T_1 \approx 1.04$ ,  $T_2/T_1 = 2$  et  $T_2/T_1 = 5$ ). Nous réalisons des Simulation des Grandes Echelles Thermiques (SGET) en utilisant le code de calcul Trio\_U développé par le CEA de Grenoble. Ces simulations doivent être assez fines pour bien représenter le couplage complexe entre la température et la turbulence [2]. Le principe de la SGET est de calculer les plus gros tourbillons de l'écoulement et de modéliser l'action des plus petits en introduisant une viscosité supplémentaire pour la partie dynamique, et une conductivité supplémentaire pour la partie thermique [3]. Nos simulations sont réalisées avec la méthode des Volumes Différences Finis, appelée VDF dans Trio\_U. Parmi les schémas proposés dans Trio\_U, nous avons utilisé le schéma Runge-Kutta d'ordre 3 pour l'intégration temporelle. Pour l'intégration spatiale, nous avons choisi un schéma de convection centré d'ordre 2 pour la vitesse et un schéma type Quick d'ordre 3 pour la température.

Dans cet article, nous expliciterons tout d'abord le modèle utilisé. Ensuite, nous étudierons l'influence du modèle sous-maille thermique. Enfin, nous présenterons les résultats sur les interactions entre turbulence et fort gradient de température.

## 2. Équations

Nous utilisons les équations à faible nombre de Mach qui nous permettent de prendre en compte les effets de la température sur la densité en s'affranchissant des ondes acoustiques et donc des contraintes numériques qui leur sont liées.

Les équations bas-Mach filtrées utilisant les moyennes de Favre en SGET sont les suivantes [4] :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{U}_j}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_j \tilde{U}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \left( \bar{\mu} \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$C_p \left( \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{T}_j}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U}_j \tilde{T})}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \bar{P}_{thermo}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \mathfrak{S}_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{P}_{thermo}}{\partial x_i} = 0 \right) \quad (4)$$

Avec  $\left( \bar{P}_{thermo} = \bar{\rho} R \tilde{T} \right)$ .

Grâce à la décomposition utilisée pour obtenir les équations de bas-Mach, les deux pressions  $P'$  et  $P_{thermo}$  sont découplées.

Dans les équations (2) et (3), il reste à modéliser les deux termes sous-maille  $\tau_{ij}$  et  $\mathfrak{T}_j$  qui s'expriment de la façon suivante :

$$\tau_{ij} = \bar{\rho}(\widetilde{U_i U_j} - \widetilde{U_i} \widetilde{U_j}) \quad (5)$$

$$\mathfrak{T}_j = \bar{\rho} C_p (\widetilde{T U_j} - \widetilde{T} \widetilde{U_j}) \quad (6)$$

La modélisation du tenseur sous-maille  $\tau_{ij}$  est basée sur une viscosité sous-maille  $\nu_{sm}$  en utilisant le modèle WALE [5] qui prend en compte à la fois le tenseur des déformations et le tenseur de rotation.

La modélisation du flux de chaleur sous-maille  $\mathfrak{T}_j$  est basée sur une diffusivité sous-maille  $\kappa_{sm}$  :

$$\mathfrak{T}_j = -\kappa_{sm} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} = -\frac{\nu_{sm}}{\text{Pr}_{sm}} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} \quad (7)$$

Deux modèles sous-maille thermiques sont comparés dans ce papier. Le premier considère le nombre de Prandtl sous-maille constant ( $\text{Pr}_{sm}=0.9$  [6]) et le second le résout dynamiquement [7] (cf. Partie 3.).

La conductivité et la viscosité dépendent de la température et sont obtenues grâce à la loi de Sutherland. De plus amples informations sur la viscosité et sur la conductivité peuvent être obtenus sur la thèse de S. Husson [8]

$$\mu(T) = 1.461 \cdot e^{-6} \frac{T^{1.5}}{T+111} \quad ; \quad \lambda(T) = \frac{\mu C_p}{\text{Pr}} = \frac{1.468 \cdot e^{-3}}{\text{Pr}} \frac{T^{1.5}}{T+111} \quad (9)$$

Dans cet article, la nomenclature utilisée pour différencier les différentes simulations est expliquée dans l'exemple suivant. Pour SGET 180-5-d, le premier nombre précise la valeur du nombre de Reynolds de paroi ( $\text{Re}_\tau = 180$ ), le second précise le rapport de température ( $T_2/T_1=5$ ) et la lettre finale indique le modèle sous-maille thermique choisi ; « d » pour nombre de Prandtl sous-maille dynamique et « c » pour nombre constant.

### 3. Impact du modèle sous-maille thermique

Dans cette partie, nous comparons les résultats obtenus avec les deux différents modèles sous-maille thermiques. Le premier considère le nombre de Prandtl sous-maille constant ( $\text{Pr}_{sm} = 0.9$ ) tandis que le second le résout dynamiquement. Le modèle dynamique est plus complexe mais, a priori, plus précis car il ne suppose pas que les petites échelles thermiques ont une action proportionnelle aux petites échelles dynamiques.

Les profils de vitesse et de température obtenus en proche paroi du côté chaud et du côté froid sont tracés séparément. Sur la figure 2-a, représentant la vitesse moyenne pour la simulation SGET 395-5, on peut noter qu'il n'y a que peu de différences entre les deux modèles. Par contre, les profils de température, pour cette même simulation (figure 2-b), sont totalement différents. Le modèle constant augmente la conductivité par rapport au modèle dynamique. L'utilisation du modèle sous-maille thermique dynamique a un fort effet sur le profil de température alors que son effet est négligeable pour la vitesse. La différence entre les deux modèles est aussi très importante pour le profil de température fluctuante ainsi que pour les corrélations vitesse-température (profils non présentés dans cet article).

Cet effet n'est visible que pour les simulations avec un assez fort gradient de température ( $T_2/T_1=5$ ) et pour une intensité turbulente suffisamment importante ( $\text{Re}_\tau = 395$ ). On peut voir que pour les deux simulations SGET 180-5 (moins turbulente) et SGET 395-2 (ratio de température inférieur), il n'y a que très peu de différences entre les deux modèles (figure 2-c et 2-d) même pour les profils de températures moyennes.

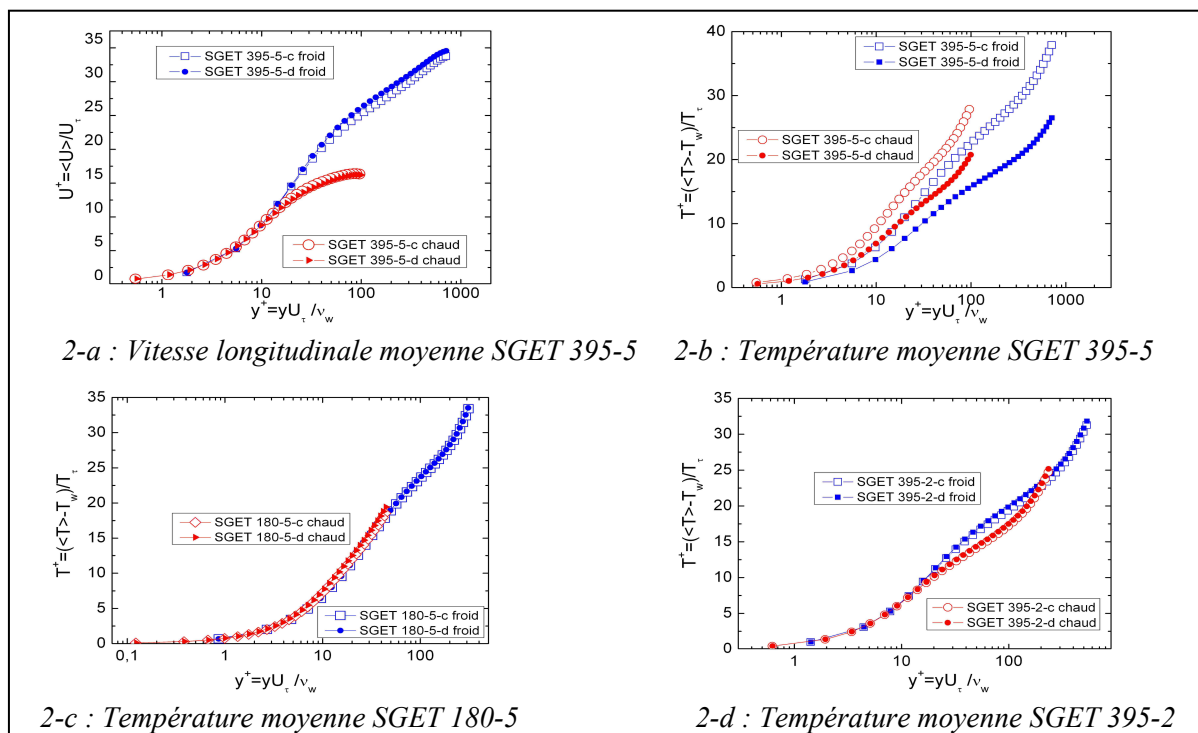


Figure 2 : Influence du modèle sous-maille thermique

L'évolution du nombre de Prandtl sous-maille dynamique est représentée sur la figure 3. On peut voir que la valeur moyenne au centre du canal est de 0.8, soit une valeur assez proche de celle utilisée quand le nombre de Prandtl est considérée constant (0.9). Par contre, en proche paroi, le nombre de Prandtl s'éloigne beaucoup de la valeur constante, jusqu'à s'annuler à la paroi. Cette forte différence a peu d'influence sur les différents profils car la viscosité dynamique sous-maille décroît plus vite que le nombre de Prandtl sous-maille. Ceci a pour conséquence de rendre faible les variations du nombre de Prandtl sous-maille sur la diffusivité sous-maille, pour un rapport de température de 2.

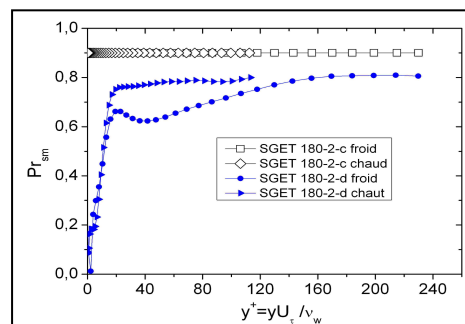


Figure 3 : Évolution du nombre de Prandtl sous-maille pour les simulations 180-2-c et 180-2-d

En conclusion, pour une simulation fortement anisotherme ( $T_2/T_1 \geq 5$ ) et turbulente ( $Re_\tau \geq 395$ ), il est indispensable de prendre en compte la variation du nombre de Prandtl sous-maille. Ce nombre adimensionnel représente le rapport entre les diffusivités sous-maille de quantité de mouvement et thermique. Il n'est donc pas possible de considérer que l'évolution de la dissipation sous-maille thermique est proportionnelle à celle de la viscosité sous-maille dynamique. Un modèle spécifique pour la modélisation sous-maille thermique est nécessaire. En deçà de ces contraintes et pour un gain de temps de simulation, un modèle plus simple est suffisant.

#### 4. Influence d'un fort gradient de température sur la turbulence.

Le but de cette étude est de connaître l'effet d'un fort gradient de température sur un écoulement turbulent ; phénomène que l'on peut rencontrer au sein d'un récepteur solaire. Dans cette partie, nous comparons des simulations obtenues pour la même intensité turbulente mais avec des rapports de températures différents. Sur la figure 4, sont tracés, dans le cas des

simulations avec une forte intensité turbulente ( $Re_\tau = 395$ ), les profils de vitesse et de température moyennes pour la simulation faiblement anisotherme (395-1.07-c) et celle fortement anisotherme (395-5-d).

Les profils du côté chaud et du côté froid, pour la simulation faiblement anisotherme (395-1.07-c), sont symétriques alors que, pour la simulation fortement anisotherme (395-5-d), ils ne le sont plus. Le gradient de température modifie la répartition de la vitesse et de la température moyennes à travers le canal. Nous pouvons noter sur la figure 4-a que, sur la partie chaude du canal, l'effet du gradient de température est plus marqué que sur la partie froide. Le zoom sur le centre du canal montre que la vitesse maximale est décalée du centre vers la partie chaude du domaine. Pour la température moyenne (figure 4-b), on peut voir que tout le profil est décalé vers le haut.

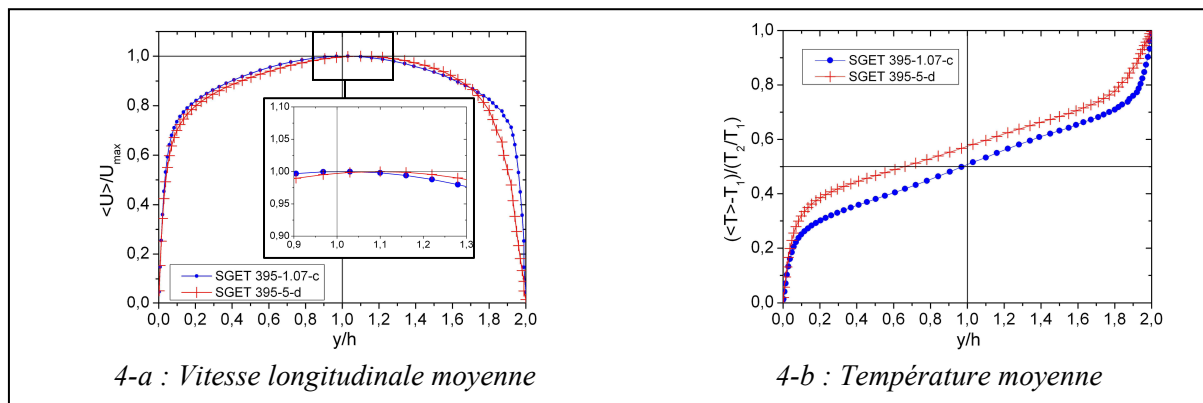


Figure 4 : Influence du gradient de température : Simulation à  $Re_\tau = 395$

Par ailleurs, le fort gradient de température a un effet de relaminarisation du côté chaud du domaine que l'on peut particulièrement voir quand l'intensité turbulente est moins importante. Par exemple, on observe sur les figures 5 le profil de vitesse moyenne ainsi que le profil de fluctuations de vitesse obtenus pour les simulations à  $Re_\tau = 180$  pour les cas faiblement et fortement anisothermes (180-1.01-c et 180-5-c).

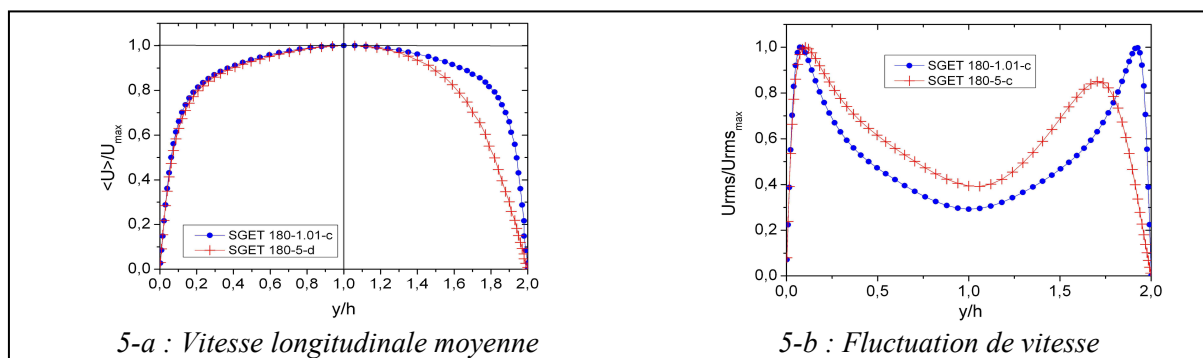


Figure 5 : Influence du gradient de température : Simulation à  $Re_\tau = 180$

Sur la figure 5-a, on voit nettement que le profil de vitesse moyenne du côté chaud du canal est arrondi, ce qui est caractéristique d'un écoulement laminaire. Sur la figure 5-b sont représentés les profils de fluctuations de vitesse. Nous pouvons voir que dans le cas fortement anisotherme, du côté chaud, il y a moins de fluctuations et que le gradient à la paroi est très inférieur. Ceci nous montre encore un effet de relaminarisation du côté chaud du canal. Du côté froid, nous pouvons voir que le pic de fluctuations est plus large et que le gradient est plus important. Par conséquent, le gradient de température augmente la turbulence du côté froid. Pour expliquer les différences observées entre le côté chaud et le côté froid, on suppose que deux phénomènes différents sont créés par le gradient de température. Le premier, visible

dans tout le domaine, est une création des fluctuations de vitesse qui serait due aux fluctuations de densité. Le second effet est la relaminarisation du côté chaud due à l'effet de la température sur la viscosité. Du côté chaud, ces deux effets se contrecarrent alors que du côté froid, il n'y a pas de relaminarisation.

En conclusion, l'effet du gradient de température est visible sur tous les profils : valeurs moyennes, valeurs fluctuantes et corrélations (tous les profils ne sont pas présentés dans ce papier). Une nouvelle répartition de la vitesse et de la température apparaît en présence d'un fort gradient thermique.

## 5. Conclusion

Des Simulations des Grandes Echelles Thermiques ont été réalisées dans le but d'étudier l'influence d'un fort gradient de température sur un écoulement turbulent.

Une première étude a montré que le choix du modèle sous-maille thermique devient primordial pour une simulation suffisamment turbulente ( $Re_\tau = 395$ ) et pour un fort gradient de température ( $T_2/T_1=5$ ).

Nous avons ensuite étudié l'influence du fort gradient de température sur l'écoulement turbulent. Une dissymétrie de tous les profils a été observée. Pour le profil de vitesse moyenne, le gradient de vitesse augmente du côté froid et diminue du côté chaud. Au centre du canal, la vitesse maximale est décalée du côté chaud du domaine. Tout le profil de température moyenne est décalé vers le haut. Un effet de relaminarisation du côté chaud du domaine a été noté sur tous les profils. Enfin, la répartition des fluctuations de vitesse et de température à travers le canal est totalement modifiée. Les fluctuations sont augmentées du côté froid et diminuées du côté chaud.

## Références

- [1] M. Vrinat, et A. Ferrière, « Development of a high temperature air solar receiver based on compact heat exchanger technology », SolarPaces: Las Vegas, 2008.
- [2] S. Serra, S. Husson, et F. Bataille, « Interaction between a turbulent flow and heat transfers in high temperature solar receivers », SolarPaces: Las Vegas, 2008.
- [3] G. Brillant, S. Husson, F. Bataille, et F. Ducros, « Study of blowing impact on a turbulent boundary layer using Thermal Large Eddy Simulation », Int. J. Heat and Fluid Flow, **29** (6) pp. 1670-1678, 2008.
- [4] G. Speziale, C.G. Erlebacher, et M. Y. Hussaini, « the subgrid-scale modelling of compressible turbulence », Phys. Fluids, **31** pp. 940-943, 1998.
- [5] F. Nicoud, et F. Ducros, « Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor », Flow Turbulence and Combustion, **62** pp. 183-220, 1999.
- [6] E. Montreuil, « Simulations numériques pour l'aérothermique avec des modèles sous-maille » Thèse de doctorat, Univ. Pierre et Marie Curie, 2000.
- [7] P. Moin, K. Squires, W. Cabot et S. Lee, « A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport », Phys. Fluids, **3(11)** pp. 2746-2757, 1991.
- [8] S. Husson « Simulations des grandes échelles pour les écoulements turbulents anisothermes » Ecole doctorale MEGA, INSA de Lyon, 2007.

**Remerciements :** Nous souhaitons remercier le CINES qui nous a fourni des ressources informatiques pour nos simulations avec le code de calcul Trio\_U.