

# Evaporation en convection forcée turbulente d'un film liquide ruisselant en régime laminaire sur une plaque inclinée soumise à un flux de chaleur constant

El Mustapha BELAHMIDI<sup>1\*</sup>, Lahcen BOUIRDEN<sup>1</sup>, Belkacem ZEGHMATI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Thermodynamique et Energétique, Groupe d'Energie Solaire et Thermique Diphasique. Université Ibn Zohr. FS/ESTA, B.P. 33/S, Agadir – Maroc

<sup>2</sup>Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes, Equipe de Mécanique des fluides et Energétique. Univ. de Perpignan Via Domitia, 52 Av. Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex, France

\* (auteur correspondant : [belahmidi@esta.ac.ma](mailto:belahmidi@esta.ac.ma))

**Résumé** – Une analyse de l'évaporation en convection forcée turbulente d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée soumise à un flux de chaleur constant est présentée. Les équations de transferts sont discrétisées en utilisant la méthode implicite aux différences finies et un maillage non uniforme. Les résultats prouvent que l'échange de chaleur à l'interface liquide-vapeur se fait principalement par mode latent. L'étude paramétrique effectuée pour le système montre que le débit d'entrée du film liquide influe de manière importante sur son évaporation notamment pour des faibles débits. Le flux de chaleur imposé à la paroi n'a pratiquement pas d'effets remarquables sur le transfert massique à l'interface liquide-gaz et son augmentation se traduit en chaleur sensible transférée au film liquide.

## Nomenclature

$Cp_k$  capacité calorifique massique à pression constante dans la phase k,  $J kg^{-1} K^{-1}$   
 $D_v$  coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air,  $m^2 s^{-1}$   
 $h_L$  chaleur latente d'évaporation de l'eau,  $J/kg$   
 $\dot{m}$  densité du flux massique évaporée,  $kg m^{-2} s^{-1}$   
 $q_p$  densité de flux de chaleur à la paroi,  $W m^{-2}$   
 $q_L$  densité de flux de chaleur latent,  $W m^{-2}$   
 $q_x$  densité de flux de chaleur totale,  $W m^{-2}$   
 $Pr$  nombre de Prandtl  
 $Sh$  nombre de Schmidt  
 $T$  température dimensionnelle  
 $X$  abscisse adimensionnelle suivant  $ox$  dans l'air,  $(x/L)$   
 $X_{tr}$  abscisse de transition laminaire-turbulent  
 $w$  fraction massique de la vapeur d'eau r

## Lettres grecques

$\Gamma_e$  Débit du film liquide à l'entrée,  $kg m^{-1} s^{-1}$   
 $\delta$  Epaisseur du film liquide, m  
 $\lambda_k$  conductivité thermique dimensionnelle de la phase d'indice k,  $W m^{-1} K^{-1}$   
 $\mu_k$  viscosité dynamique dimensionnelle de la phase d'indice k,  $N s m^{-2}$   
 $\rho_k$  masse volumique dimensionnelle de la phase d'indice k,  $kg m^{-3}$

## Indices et exposants

$i$  interface liquide-vapeur  
 $k$   $\ell, g$ , ( $\ell$  pour le liquide et  $g$  pour le gaz)  
 $p$  paroi  
 $t$  turbulent  
 $\infty$  loin de l'interface,

## 1. Introduction

Les phénomènes liés à l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur des parois chauffées gèrent de nombreux domaines technologiques : (évaporateur à film ruisselant, séchage, concentration de solutions diluées...). Les transferts qui régissent l'évaporation dépendent essentiellement des conditions hydrauliques et des différences de températures et de concentrations de vapeur entre les phases liquide et vapeur.

Le transfert de chaleur et de masse se produit simultanément lors de l'évaporation d'un film liquide et il a été étudié par plusieurs auteurs [1-9]. Par exemple, Seban et Faghri [1] ont étudié expérimentalement et théoriquement l'évaporation d'un film d'eau en écoulement

turbulent. Une analyse semblable a été effectuée par Tsay et al. [2] qui ont présenté une étude numérique et expérimentale des transferts de chaleur et de masse pour un écoulement de film d'eau. Baumann et Thiele [3] considèrent l'évaporation d'un film composé de deux liquides en écoulement laminaire à l'intérieur d'une conduite cylindrique. De même Feddaoui et al. [4] ont présenté une étude numérique du refroidissement par évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement d'air dans un tube vertical. D'autres études ont porté sur l'évaporation d'un film liquide au-dessus d'une plaque plane horizontale ou inclinée à paroi adiabatique ou à densité de flux de chaleur imposée et en présence d'un gaz en convection forcée [5-9]. Malgré l'importance de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une plaque chauffée dans des applications industrielles, l'étude de ce processus pour des situations physiques réelles comme celles liées aux transferts par évaporation turbulente d'un film très mince s'écoulant sur une plaque inclinée n'a pas beaucoup suscité l'attention des auteurs.

La présente étude s'intéresse à l'évaporation par convection forcée turbulente d'un film d'eau ruisselant sur une plaque plane inclinée soumise à un chauffage uniforme et constant. L'une des finalités de cette étude est d'analyser l'influence du débit d'entrée du film liquide et de la densité de flux de chaleur appliquée à la paroi sur les transferts de chaleur et de masse à l'interface liquide-vapeur.

## 2. Description et formulation du problème

Considérons un film d'eau dont la température d'entrée  $T_e$  uniforme, ruisselant en régime laminaire sur une plaque plane inclinée de longueur  $L$ , soumise à un flux de chaleur de densité constante (figure 1). Un écoulement d'air co-courant à celui du film d'eau circule en convection forcée turbulente au-dessus de ce film et forme une couche limite gazeuse. Soit  $x$  l'abscisse rectiligne mesurée positivement dans le sens de l'écoulement et  $y$  la distance normale à la paroi. Les composantes de la vitesse dans les directions  $x$  et  $y$  sont respectivement  $u$  et  $v$ . Nous supposons que les approximations de la couche limite sont valables aussi bien dans le film liquide que dans l'écoulement gazeux ; la dissipation visqueuse, les effets Duffour et Soret et la tension superficielle sont négligeables ; l'interface eau-air humide est en équilibre thermodynamique ; il n'y a pas de dissolution d'air dans le liquide alors que l'air humide est supposé être un gaz parfait. De plus, nous considérons que le terme de diffusion enthalpique est négligeable.

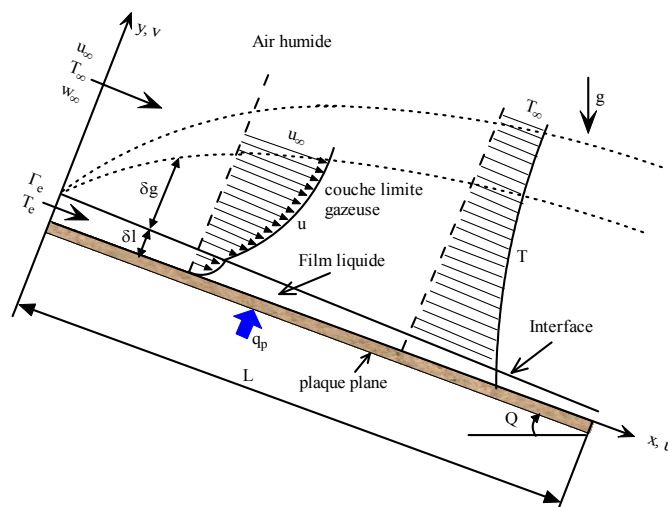


Figure 1 : Schéma descriptif du modèle physique.

Compte tenu des hypothèses simplificatrices formulées ci-dessus, les équations qui régissent les transferts dans les deux phases s'écrivent dans le repère  $xoy$  comme suit:

### 2.1. Equations dans le film liquide

$$\frac{\partial(\rho_\ell u_\ell)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_\ell v_\ell)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_\ell u_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial x} + \rho_\ell v_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} = \rho_\ell g \sin(\theta) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\rho_\ell C p_\ell \left( u_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial x} + v_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right) \quad (3)$$

### 2.2. Equations dans le gaz

$$\frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( (\mu_g + \mu_{g,t}) \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\rho_g C p_g \left( u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( (\lambda_g + C p_g \frac{\mu_{g,t}}{\text{Pr}_{g,t}}) \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) + \rho_g \left( D_v + \frac{\mu_{g,t}}{Sc_{g,t}} \right) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial T_g}{\partial y} \quad (6)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial w}{\partial x} + v_g \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( (D_v + \frac{\mu_{g,t}}{Sc_{g,t}}) \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (7)$$

### 2.3. Conditions aux limites

- Au bord supérieur de la plaque ( $x=0$ ) :  $u_\ell = u(y)$ ,  $T_\ell = T_e$ ,  $u_g = u_\infty$ ,  $T_g = T_\infty$  et  $w = w_\infty$  (8)

- A la paroi ( $y=0$ , condition d'adhérence) :  $u_\ell = v_\ell = 0$ ,  $-\left( \lambda_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right) = q_p$  (9)

- A l'interface liquide-gaz ( $y=\delta$ ), la continuité des vitesses, des températures, des contraintes de cisaillement et des densités de flux de chaleur est exprimée par les relations suivantes:

$$u_\ell = u_g = u_i, T_\ell = T_g = T_i \text{ et } \left( \mu_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} \right)_{i,\ell} = \left( (\mu_g + \mu_{g,t}) \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_{i,g} \quad (10)$$

$$-\left( \lambda_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right)_{i,\ell} = -\left( \lambda_g + C p_g \frac{\mu_{g,t}}{\text{Pr}_{g,t}} \right) \frac{\partial T_g}{\partial y} \Big|_{i,g} + \dot{m} h_L \quad (11)$$

Avec  $\dot{m}$  étant la densité du flux massique évaporée, définie par :  $\dot{m} = -(\rho_g v_g)_i$

- A la frontière extérieure de la phase gazeuse ( $y \rightarrow \infty$ ) :  $u_g = u_\infty$ ,  $T_g = T_\infty$ ,  $w = w_\infty$  (12)

A ces conditions, nous ajoutons l'équation de conservation du débit massique pour le film liquide:

$$\Gamma_e = \int_0^x \dot{m} dx + \int_0^\delta \rho_\ell u_\ell dy \quad (13)$$

### 3. Modèles de turbulence

Pour établir la viscosité turbulente dans les équations de la phase gazeuse ( $\mu_{g,t}$ ), il semble très approprié d'utiliser une approche basée sur la formulation algébrique de longueur de mélange. Cette dernière s'applique essentiellement pour traiter les problèmes de couche limite. Comme cette formulation n'est valable que dans la région de turbulence établie, elle a été corrigée par plusieurs auteurs. Par exemple, Cebeci et de Smith [10] ont pris en compte, dans leur modèle, l'influence des gradients de pression, de la compressibilité, de la transition de régime et du transfert de matière à la paroi. Dans notre calcul, nous avons retenu ce modèle pour traiter l'évaporation en convection forcée turbulente le long de la plaque inclinée.

### 4. Résolution numérique

Les équations de transferts (1-7) sont discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Nous avons utilisé un maillage non uniforme suivant la direction longitudinale et transversale. Cette discrétisation conduit à des systèmes d'équations algébriques que nous résolvons à l'aide de l'algorithme de Thomas. Un calcul itératif est nécessaire pour que la conservation du débit massique et la continuité des flux massique et thermique à l'interface liquide-gaz soient vérifiées. La détermination du maillage optimum qui représente un bon compromis entre le critère de stabilité de l'algorithme de Thomas et une occupation mémoire acceptable, nous a conduit à utiliser un maillage de 601x 41 pour le liquide et de 601x 400 pour la phase gazeuse.

### 5. Résultats et discussion

Nos calculs ont été effectués pour des densités de flux de chaleur variant entre 5 et 20  $KW/m^2$  et des débits d'entrée du film liquide compris entre 0.05 et 0.2  $Kg/(m.s)$ . La vitesse de l'écoulement d'air est supposée constante et égale à 60  $m/s$ . La plaque de longueur 2m est inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle  $\theta$  égal à 30°. La valeur du nombre de Reynolds du gaz ( $Re_g$ ) reste supérieure à la valeur limite du régime laminaire. Le modèle numérique a été validé en comparant nos résultats numériques avec ceux de la littérature [8,9].

On représente sur les figures 2 et 3 les variations longitudinales des températures  $T_p$  et  $T_i$  pour différents débits d'entrée du film liquide et densités de flux de chaleur à la paroi. On constate que leurs profils sont des fonctions croissantes notamment dans la zone laminaire ( $X < X_{tr}$ ) et ils semblent légèrement constants dans la zone turbulente ( $X > X_{tr}$ ). Les températures élevées,  $T_p$  et  $T_i$ , sont bien notées pour de grande densité de flux de chaleur à la paroi et pour de faibles débits d'alimentation du film à l'entrée. En effet, l'augmentation du chauffage de la paroi se traduit par une grande quantité de chaleur transférée au film liquide et par conséquent,  $T_p$  et  $T_i$  augmentent selon la puissance de chauffage pariétal. Tandis que la diminution du débit du film liquide réduit son épaisseur qui devient de plus en plus mince et on constate également des élévations des températures  $T_p$  et  $T_i$ .

Il est très utile d'étudier l'importance relative des échanges thermiques sensibles et latents le long de l'interface liquide-gaz. La figure 4 représente les variations longitudinales des rapports des flux de chaleur,  $(q_L/q_p)$  et  $(q_s/q_p)$ , échangés à pour différents débits d'alimentation du film liquide. On constate un grand échange de chaleur sensible et latent dans la zone de transition. Cette augmentation est due aux améliorations des échanges thermiques par évaporation du film dans cette zone. Selon les valeurs de  $(q_L/q_p)$  et de  $(q_s/q_p)$ , on remarque que le transfert de chaleur à l'interface liquide-gaz est engendré principalement par mode latent et son importance peut être six fois plus grande que celle du flux de chaleur

sensible. En observant la figure précédente, on constate que l'influence du débit d'entrée du film liquide est notée clairement dans la zone de transition et ses faibles valeurs produisent un échange important de chaleur sensible et latent. Sur la figure 5, on représente les variations longitudinales du nombre de Nusselt local ( $Nu_x$ ) pour différents flux de chaleur à la paroi. On constate que son profil est une fonction croissante avec  $X$  et ayant de grandes valeurs dans la zone turbulente de la plaque. L'influence du flux de chaleur à la paroi n'est apparue clairement que dans la zone turbulente ( $X > X_{tr}$ ) et les grandes valeurs  $Nu_x$  sont notées pour de petites valeurs de  $q_p$ . En effet, une augmentation du chauffage de la paroi favorise l'échange de chaleur par conduction et par conséquent, le rapport des transferts convection-conduction représenté par le nombre de Nusselt ( $Nu_x$ ) diminue.

La figure 6 illustre les variations longitudinales du débit massique évaporée pour différents débits d'alimentation du film liquide. On constate que la zone de transition est caractérisée par un grand débit massique évaporé à l'interface notamment pour les faibles débits du film liquide. On représente sur la figure 7 la variation longitudinale du nombre de Sherwood local pour différentes valeurs du flux de chaleur appliqué à la paroi. On constate que ce dernier n'a pratiquement pas d'effets remarquables sur les variations de  $Sh_x$  et son augmentation se transforme en chaleur sensible transférée au film liquide.

## 6. Conclusion

Nous procédons à une analyse numérique de l'évaporation en convection forcée turbulente d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée. L'étude paramétrique effectuée pour le système permet de conclure l'importance de l'effet du débit d'alimentation du film liquide sur son évaporation notamment pour des faibles débits. Tandis que le flux de chaleur imposé à la paroi n'a pratiquement pas d'effets remarquables sur le transfert massique à l'interface liquide-gaz et son augmentation se traduit en chaleur sensible transférée au film liquide.

## Références

- [1] R. A. Seban, A. Faghri, Evaporation and heating with turbulent falling liquid films, *ASME J. Heat Tran.* (1976) 98, 315-318.
- [2] Y. L. Tsay, T. F. Lin, Evaporation of heated falling liquid film into a laminar gas stream. *Experimental Thermal and Fluid Science* (1995) 11, 61-71.
- [3] W. W. Baumann, F. Thiele, Heat and mass transfer in evaporating two component liquid film flow. *Int. J. Heat Mass Transfer* (1990) 33, 267-273
- [4] M. Feddaoui, E. Belahmidi, A. Mir, A. Bendou, Numerical study of the evaporative cooling of liquid film in laminar mixed convection channel flows", *Int. J. Thermal Science*, (2001), 40, 1011-1020.
- [5] J. Schröppel, F. Thiele, On the calculation of momentum, heat and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film, *Num. Heat Tran.* B6 (1983) 475-496.
- [6] T. R. Shembharkar, B. R. Pai, Prediction of film cooling with a liquid coolant. *Int. J. Heat Mass transfer*, (1986) 26, 899-908.
- [7] W. M. Yan, C. Y. Soong, Numerical Study of Liquid Film Cooling along in a turbulent gas stream. *Int. J. Heat Mass transfer*, (1993) 36, 3877-3885.
- [8] W. M. Yan, C. Y. Soong, Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation", *Int. J. Heat Mass transfer*, (1995) 38, 1261-1269.
- [9] E. Meszaache, M. Daguene, Etude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire et turbulent d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée. *The Canadian Journal of Chemical engineering* (2000) 78,994-1005.
- [10] T. Cebeci, A. M. O. Smith, Analysis of turbulent Boundary Layers, *Academic Press, New York* (1974)

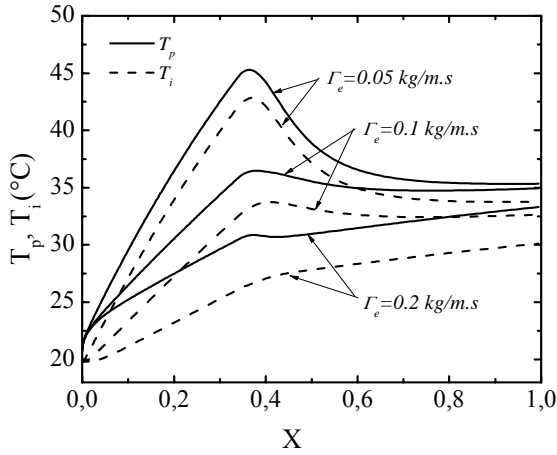


Figure 2 : Evolution des températures de la paroi et de l'interface pour différents débits d'entrée du film liquide.

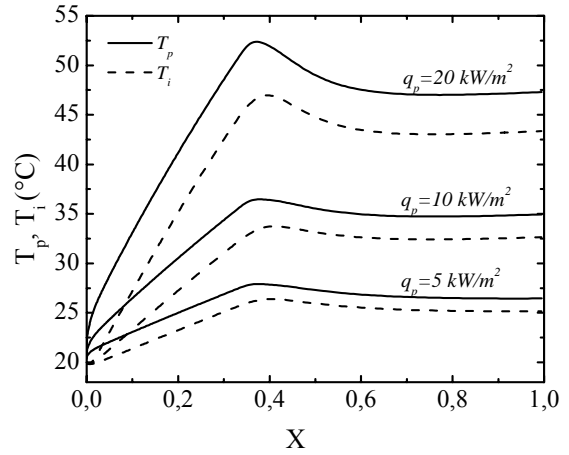


Figure 3 : Evolution des températures de la paroi et de l'interface pour différentes densités de flux de chaleur à la paroi

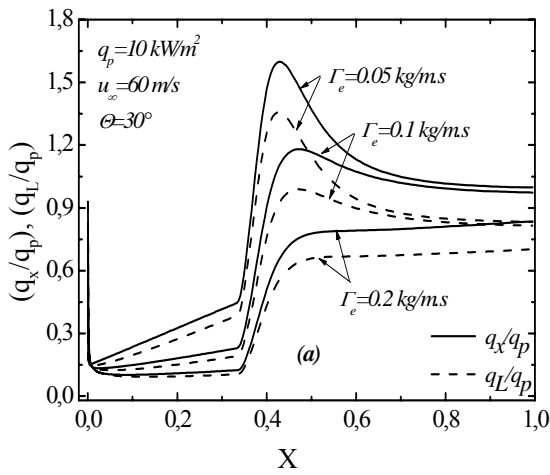


Figure 4 : Influence du débit d'entrée du film liquide sur la variation longitudinale des rapports des flux de chaleur,  $(q_x/q_p)$  et  $(q_i/q_p)$

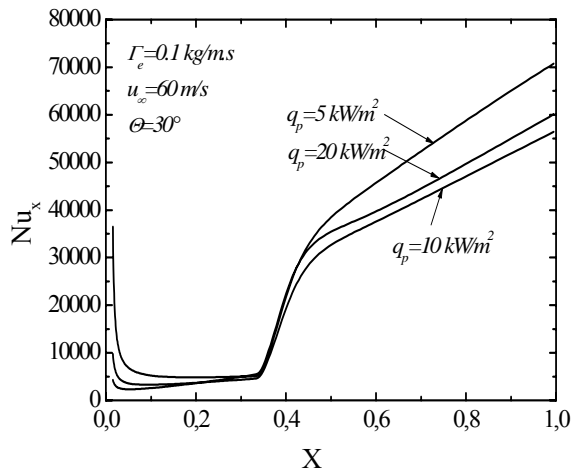


Figure 5 : Influence de la densité du flux de chaleur appliquée à la paroi sur la variation longitudinale du nombre de Nusselt local.

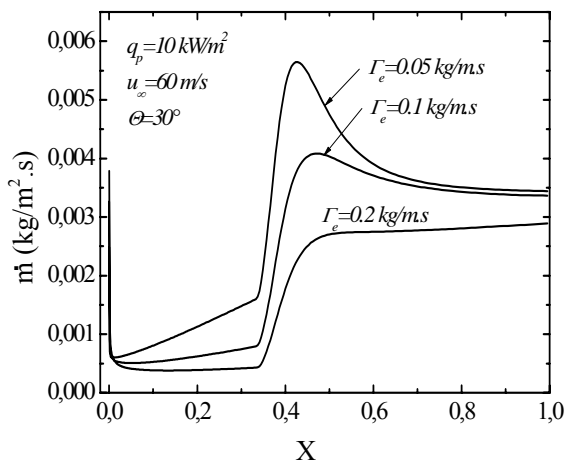


Figure 6 : Variations longitudinales du débit massique évaporé ( $\dot{m}$ ) pour différents débits d'entrée du film liquide.

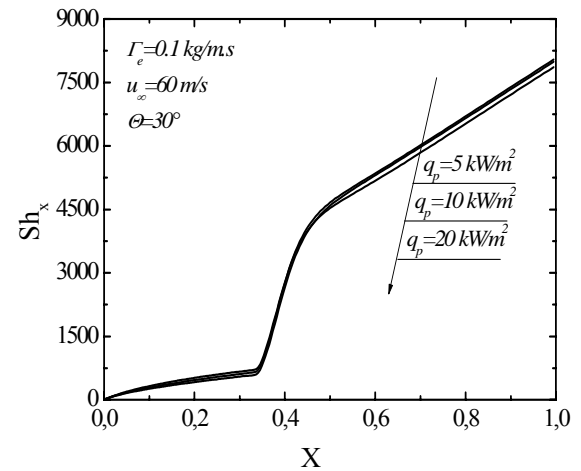


Figure 7 : Variation longitudinale du nombre de Sherwood local ( $Sh_x$ ) pour différentes densités du flux de chaleur à la paroi.