Etude des effets de dissipation visqueuse dans les écoulements de liquides en microcanaux.

Christine BARROT^{1*}, Stéphane COLIN¹, Gian Luca MORINI²

¹Université de Toulouse ; INSA, UPS ;
LGMT (Laboratoire de Génie Mécanique)
135, avenue de Rangueil-F-31077 Toulouse, France
*(auteur correspondant : christine.barrot@insa-toulouse.fr)
²DIENCA - Università di Bologna
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna, Italy

Résumé - Dans ce papier, on propose une étude des effets de la dissipation visqueuse dans un écoulement de liquide en microcanal. Les effets principaux sont une diminution de la viscosité et une augmentation du débit liées à l'accroissement de température. Un banc spécifique permet de mesurer des microdébits dans des microtubes de silice pour des pressions d'alimentation allant jusque 130 bars. Un modèle analytique permet d'estimer l'élévation de température dans le canal et de déduire le débit lorsque les effets de dissipation visqueuse sont pris en compte. Les données expérimentales obtenues sont ensuite comparées aux résultats issus de la théorie de Poiseuille et du modèle analytique.

Nomenclature

- *a* rayon du microtube, *m*
- *A* coefficient de viscosité, *Pa.s*
- *B* coefficient de température, *K*
- c_p capacité massique thermique
- à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
- k conductivité thermique, $W.K^{-1}.m^{-1}$
- *l* longueur du microtube, *m*
- l_i distance entre deux faisceaux lumineux, m
- L_{ref} longueur de référence de la pipette, m
- P pression, Pa
- Q_i débit volumique entre deux capteurs, $m^3.s^{-1}$
- t_i instant de détection par les capteurs, s
- T température, K

- u_z composante de la vitesse locale suivant la direction z, $m.s^{-1}$
- V_{ref} volume de référence de la pipette, m^3
- z direction de l'écoulement

Symboles grecs

- α diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$
- ΔP différence de pression, *Pa*
- μ viscosité dynamique, *Pa.s*
- ρ masse volumique, kg.m⁻³
- Indices et exposants
- e entrée
- moy moyen

1. Introduction

La production d'énergie thermique due à la dissipation visqueuse modifie le champ de température dans le microcanal et par conséquent affecte localement la viscosité. Le comportement du liquide en écoulement est donc modifié et le débit augmenté.

Dans la littérature, il existe très peu de travaux sur l'étude de la dissipation visqueuse due à l'écoulement de liquides dans des microcanaux [1; 2;3; 4; 5]. Dans les études expérimentales, un bon nombre de conclusions contradictoires ont été relevées. La plupart des différences observées viennent vraisemblablement de la difficulté d'obtenir des mesures précises. L'objectif de ce travail est de mettre expérimentalement en évidence l'effet de dissipation visqueuse dans des microcanaux de section circulaire. Le banc d'essais utilisé est décrit par la suite. Grâce à son système de mesure de débit, il permet de réduire un certain nombre d'incertitudes expérimentales. Les résultats expérimentaux obtenus sont ensuite comparés à ceux issus de modèles numériques.

2. Expérience

2.1. Description du banc

On se propose de mesurer expérimentalement l'influence de la dissipation visqueuse sur le débit traversant un microtube. Les débits à mesurer sont de l'ordre du microlitre par minute et sont impossibles à mesurer par un débitmètre usuel ; ils nécessitent un banc d'essais spécifique. De nombreux dispositifs de mesure de microdébits ont été créés depuis quelques années. Pour les réaliser, les principes les plus courants sont des mesures par pesée du liquide [6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10], par déplacement de ménisque ou par échange thermique [11] mais la plupart de ces systèmes décrits présentent quelques inconvénients. Certains ne permettent pas de détecter la présence de fuite dans le circuit de test : les mesures se font soit en aval, soit en amont du microsystème, très peu ont une enceinte régulée thermiquement et les circuits hydrauliques sont généralement ouverts, favorisant l'évaporation et la pollution du liquide.

Le principe utilisé ici est celui de la mesure du déplacement d'un ménisque (Figure 1). Les inconvénients des bancs d'essais existants présentés dans le paragraphe précédent ont été corrigés [12].



Figure 1 : Schéma de principe du système de mesure haute pression

En amont du microsystème, le débit est donné par un pousse-seringue via une seringue en inox. L'ensemble permet d'atteindre une pression de l'ordre de 12 MPa. Un bloc en inox sert de support à la connexion du tube de raccord avec la seringue, à celle du microsystème, au capteur de pression et au système de remplissage de la seringue. Toutes les connexions utilisées au niveau de ce plot sont des raccords Swagelok[®] car ils ont l'avantage d'être résistants à de très fortes pressions (plus de 70 MPa) et de rester démontables. Un réservoir pour le remplissage de la seringue est également relié au bloc et une vanne O permet de l'isoler de la partie sous pression. Un filtre est placé entre le réservoir et la vanne afin de limiter les risques de pollution du microsystème.

Afin de réaliser une double mesure du débit, le microsystème est relié à sa sortie au banc de mesure de microdébits décrit par la suite. Le débit en aval est mesuré par suivi du déplacement des ménisques d'une bulle d'air dans une pipette de verre, la pression de sortie allant de quelques millibars à 3,5 bars. La majeure partie du circuit est en acier inoxydable et verre afin d'avoir une bonne compatibilité chimique avec les différents liquides de test.

2.2. Principe de mesure

Le débit annoncé par le pousse-seringue a été vérifié sur le banc d'essais en connectant directement la seringue au circuit hydraulique. Une bulle d'air est insérée dans chaque pipette. La mesure du débit se fait alors en suivant le déplacement de la bulle dans la pipette par l'intermédiaire de douze capteurs optiques. Ces capteurs de type Omron[®] EE-SX4070 à fourche permettent de détecter la présence de la bulle et ainsi de relever le front avant (ménisque amont) et le front arrière (ménisque aval) de la bulle passant devant chaque capteur (Figure 2).



Figure 3 : Exemple de débits obtenus par le banc d'essais fm2 : débits calculés d'après les fronts avants ; fd2 : débits calculés d'après les fronts arrières détectés par les capteurs

Douze capteurs sont placés à intervalles réguliers (10 mm environ), la longueur entre chaque faisceau ayant été étalonnée. Entre deux capteurs, le débit volumique Q_j est alors obtenu par la relation :

$$Q_{j} = \frac{l_{i}V_{ref}}{L_{ref}} \frac{1}{(t_{i+1} - t_{i})}$$
(1)

où $l_i = l_j - l_{j-1}$ est la distance entre les faisceaux lumineux, V_{ref} et L_{ref} le volume et la longueur de référence de la pipette, t_{i+1} et t_i les instants de détection par les capteurs i+1 et i du ménisque amont (ou aval) lors du passage de la bulle.

Les douze capteurs placés sur les lignes de mesure donnent ainsi deux fois onze mesures de débit permettant de détecter une évolution éventuelle du débit dans le microtube au cours du temps (Figure 3). La différence entre le débit indiqué par le pousse-seringue et le débit moyen indiqué par les capteurs optiques est dans tous les cas inférieure à 1%, et l'écart type des mesures individuelles de débit aval est de l'ordre de 3%. Cette dispersion s'explique par de petites inhomogénéités de déplacement de la bulle.

La mesure de la pression se fait par des capteurs piézo-résistifs de marque Kulite[®]. Le bloc permet de changer les capteurs en fonction de la gamme de pression étudiée.

2.3. Incertitudes des mesures

L'incertitude relative de mesure de chaque capteur de pression est de $\pm 0,1\%$ de la pleine échelle. Dans les cas les plus défavorables, correspondant à des débits élevés, l'incertitude relative pour chacune des mesures de débit aval est de l'ordre de $\pm 1,5\%$.

3. Modélisation

3.1. Modèle analytique adiabatique

On propose une modélisation analytique simplifiée de la dissipation dans un canal de section cylindrique de rayon *a* et de longueur *l*. Pour permettre la résolution des équations, quelques hypothèses simplificatrices ensuite vérifiées grâce à un modèle numérique sont posées. Ainsi, on considère un écoulement unidirectionnel développé hydrodynamiquement et thermiquement dans la direction *z*, des longueurs d'établissement négligeables devant la longueur *l* du canal et un fluide de propriétés (ρ , c_p et μ) constantes. L'équation de l'énergie peut alors s'écrire :

$$\rho c_{p} \left(u_{z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k \frac{\partial^{2} T}{\partial z^{2}} + \mu \left(\frac{\partial u_{z}}{\partial r} \right)^{2}.$$
(2)

Afin de savoir quelle hypothèse au niveau de la paroi est la plus adaptée, nous avons comparé le flux thermique convecté par le fluide au flux thermique traversant la paroi. Ce dernier est évalué à partir de la résistance thermique globale d'un tube de silice. L'estimation des deux flux montre alors que le flux à travers la paroi est inférieur à 1% du flux de convection. L'hypothèse de paroi adiabatique, la plus courante dans la littérature [1;2;3], semble donc la plus appropriée. Des auteurs [2;7] justifient généralement cette hypothèse en considérant la paroi du canal comme un isolant à cause de la faible conductivité thermique de la silice. Cependant lorsque la surface d'échange est agrandie du fait d'une miniaturisation plus poussée et que le matériau dans lequel les microcanaux sont gravés est un bon conducteur (cas de canaux en silicium), l'hypothèse de paroi isotherme peut devenir la plus adaptée.

Avec des conditions limites adiabatiques, la résolution de cette équation permet d'obtenir l'expression suivante de la température dans le canal :

$$T(r,z) = \frac{1}{16\mu k} \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2 \left(a^2 r^2 - \frac{r^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right) + \frac{\Delta P}{l\rho c_p} z + T_{e\,moy} \quad . \tag{3}$$

Afin d'avoir une première estimation analytique de la vitesse et du débit, nous avons considéré un fluide à température uniforme égale à la valeur moyenne de T(r,z). Nous avons donc pu estimer une viscosité moyenne μ_{moy} constante du liquide en écoulement. L'équation de bilan de quantité de mouvement donne alors un débit moyen dans le canal :

$$Q_{moy} = -\frac{\pi a^4}{8\mu_{moy}} \frac{\partial P}{\partial z}.$$
(4)

3.2. Simulation numérique isotherme /adiabatique

Une simulation numérique avec le code de volumes finis Fluent a été réalisée afin de vérifier l'impact des hypothèses simplificatrices permettant d'obtenir une résolution analytique. De plus, cette simulation numérique nous fournit des informations supplémentaires comme les longueurs d'établissement hydraulique et thermique et permet de traiter des conditions plus complexes telles que des conditions limites de paroi isotherme. Pour analyser le profil de température donnée par l'équation (3), deux cas de simulation ont été comparés à la solution analytique. La dissipation visqueuse est prise en compte en conservant dans le premier cas une viscosité constante, et dans le second cas en considérant la variation de viscosité en fonction de la température suivant un modèle d'Arrhenius se mettant sous la forme

$$\mu(T) = A e^{B/T} \tag{5}$$

où A et B dépendent du liquide.

Afin de comparer les différents modèles, un cas test a été modélisé. Il correspond à un écoulement d'iso-propanol engendré par une différence de pression de 78,2 bars avec une température moyenne à l'entrée $T_{e,moy} = 298,25$ K. Le canal utilisé lors des essais a un diamètre de 51,1 µm et une longueur de 10 cm. La grande longueur du canal comparée à son diamètre nécessite de résoudre les équations couplées en utilisant le solveur implicite « density-based » de Fluent, avec une discrétisation au second ordre et un calcul en double précision. Le maillage, raffiné en proximité de la paroi, comporte 19000 cellules. L'influence de sa finesse a été analysée. La convergence des calculs est vérifiée par la stabilité des résidus ainsi que par la comparaison des débits entrant et sortant du canal.

L'évolution du profil de température dans une section donnée montre le faible écart entre la solution analytique et les résultats numériques (Figure 4). Les valeurs numériques du débit permettent de confirmer que les approximations faites pour l'élaboration du modèle analytique sont tout à fait convenables : la solution numérique avec paroi adiabatique est indissociable de la solution analytique (trait continu sur la Figure 5). Nous confrontons donc par la suite les données expérimentales à des valeurs calculées grâce à ce modèle.



Figure 4 : *Profils de température obtenus avec les différentes méthodes de résolution pour différentes positions le long de l'axe z*



Figure 5 : Comparaison des débits théoriques avec et sans dissipation visqueuse dans un tube de 51,1 µm de diamètre et 100 mm de long ; — analytique et numérique ; – – numérique ; --- analytique

4. Confrontation des modèles avec les résultats expérimentaux



Figure 6 : Ecart entre le débit calculé ou mesuré et le débit de Poiseuille (sans dissipation visqueuse) dans un tube de diamètre 51,1 µm et de longueur 101 mm



Figure 7 : Ecart entre le débit calculé ou mesuré et le débit de Poiseuille (sans dissipation visqueuse) dans un tube de diamètre 25,5 µm et de longueur 100 mm

Les résultats obtenus pour des écoulements d'iso-propanol dans des microcanaux de $51,1 \mu m$ et de 25,5 μm de diamètre, de 100 mm de long, sont tracés sur les Figures 6 et 7. L'écart entre le débit expérimental obtenu et le débit théorique de Poiseuille (sans dissipation visqueuse) est comparé à l'écart entre le débit analytique avec ce même débit théorique de Poiseuille. Les deux tracés montrent que cet écart est d'autant plus important que la pression augmente et ce de façon non linéaire. L'élévation de débit observée semble donc en majeure partie imputable à l'échauffement par dissipation visqueuse. La température du fluide à l'entrée (égale en moyenne à 298,25 K) pouvant être légèrement différente d'un essai à l'autre (avec un écart néanmoins inférieur à 1 K), on montre à la fois les points correspondant à une comparaison au modèle de Poiseuille avec cette température moyenne (*T* constant) et avec la température exacte (*T* variable) pour illustrer l'importance de ce paramètre.

5. Conclusion

Des mesures de microdébits ont été réalisés dans des microtubes de 50 μ m et 25 μ m de diamètre, soumis à des différences de pression allant jusqu'à 130 bars. Un écart entre le débit expérimental et le débit théorique prévu par la théorie de Poiseuille est mis en évidence, particulièrement lorsque la différence de pression aux bornes du microcanal devient importante. La tendance observée est assez bien corrélée par un modèle analytique tenant compte de l'élévation moyenne de température dans le fluide due à la dissipation visqueuse. Des essais systématiques sont en cours pour améliorer la précision des mesures et affiner les conclusions.

Références

- [1] B. Xu, K. T. Ooi, C. Mavriplis et M. E. Zaghloul, Viscous dissipation effects for liquid flow in microchannels, *Proceedings of International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems*, 1-2 (2002), 100-103.
- [2] J. Koo et C. Kleinstreuer, Viscous dissipation effects in microtubes and microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 (2004), 3159-3169.
- [3] G. L. Morini, Viscous heating in liquid flows in micro-channels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48-17 (2005), 3637-3647.
- [4] G. P. Celata, M. Cumo, V. Marconi, S. J. McPhail et G. Zummo, Microtube liquid single-phase heat transfer in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49- (19-20) (2006), 3538-3546.
- [5] G. P. Celata, G. L. Morini, V. Marconi, S. J. McPhail et G. Zummo, Using viscous heating to determine the friction factor in microchannels An experimental validation, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30-8 (2006), 725-731.
- [6] L. Ren, W. Qu et D. Li, Interfacial electrokinetic effects on liquid flow in microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44-16 (2001), 3125-3134.
- [7] J. Judy, D. Maynes et B. W. Webb, Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45-17 (2002), 3477-3489.
- [8] K. V. Sharp et R. J. Adrian, Transition from laminar to turbulent flow in liquid filled microtubes, *Experiments in fluids*, 36- (17-18) 2004, 741-747.
- [9] D. Brutin et L. Tadrist, Experimental friction factor of a liquid flow in microtubes, *Physics of Fluids*, 15-3 (2003), 653-661.
- [10] M. J. Kohl, S. I. Abdel-Khalik, S. M. Jeter et D. L. Sadowski, An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 (2005), 1518–1533.
- [11] Sensirion, CMOSens Technology, US patent 6 813 944, (2003), www.sensirion.com, Suisse.
- [12] M. Anduze, Etude expérimentale et numérique de microécoulements liquides dans les microsystèmes fluidiques, *Thèse de doctorat, INSA de Toulouse* (2000).