

Etude des transferts Interface/Turbulence en présence de changement de phase

Guillaume BOIS, Didier JAMET et Olivier LEBAIGUE

DEN/DER/SSTH/LMDL, CEA/Grenoble, 17, rue des martyrs, 38054 Cedex 9

Auteur correspondant : guillaume.bois@cea.fr

1 Résumé

Dans la quête d'un équivalent diphasique de la simulation des grandes échelles monophasique, l'une des voies poursuivies consiste à considérer un filtre spatial plus grand que les plus petites échelles de la turbulence et cependant plus petit que la taille des bulles : une partie de la turbulence est modélisée mais la géométrie des interfaces est capturée. Cette étude présente les premiers résultats d'une telle approche dans le cas où le changement de phase est considéré. Sur le cas simple de l'interaction d'une bulle et de tourbillons contra-rotatifs, on montre par ce test *a priori* que les termes à modéliser de l'équation d'énergie filtrée sont du même ordre de grandeur et qu'ils devront par conséquent tous donner lieu au développement de modèles spécifiques.

2 Introduction et contexte

Les écoulements diphasiques avec changement de phase jouent un rôle important dans de nombreuses applications industrielles et en particulier dans l'industrie nucléaire. Seuls les modèles diphasiques moyennés sont à même d'être utilisés pour des applications industrielles. La précision de ces modèles repose en particulier sur les modèles de fermeture interfaciaux exprimant les échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie aux interfaces. Ces modèles reposent le plus souvent sur des hypothèses simplificatrices concernant la forme des bulles de vapeur par exemple. Le développement des méthodes de simulation numérique directe des écoulements diphasiques combiné à l'augmentation constante des moyens de calcul permettent d'envisager l'utilisation de ces méthodes pour améliorer les corrélations existantes.

Notre travail concerne en particulier l'étude des échanges de masse et de chaleur par condensation de bulles dans des écoulements turbulents. Une analyse d'échelles montre que, dans des conditions typiques de celles d'un cœur de réacteur nucléaire, les plus petites échelles de la turbulence sont bien plus petites que la taille des bulles de vapeur. En vue des simulations numériques avec un grand nombre de bulles nécessaires pour renseigner les modèles moyennés, il est alors judicieux de développer un équivalent diphasique de la simulation des grandes échelles en écoulement monophasique. Dans l'approche développée, toutes les interfaces sont décrites individuellement et les plus grandes structures de la turbulence sont capturées par le modèle. En revanche, les plus petites échelles de la turbulence sont modélisées. La difficulté principale d'une telle approche réside dans la modélisation sous-filtre des interactions interface-turbulence. En effet, conformément à l'approche de la simulation des grandes échelles, les équations sont obtenues par filtrage spatial et les transferts sous-filtres aux interfaces doivent être modélisés. Cette approche a été développée dans le cadre d'écoulements sans changement de phase et a donné des premiers résultats prometteurs [1, 2, 3]. Dans ce travail, on s'intéresse à la modélisation sous-filtre des échanges de masse et d'énergie aux interfaces en présence de changement de phase. Le but est d'étudier l'interaction entre la turbulence et l'interface en présence de changement de phase afin de pouvoir, ultérieurement, modéliser les effets des plus petites structures de la turbulence et des plus petites déformations de l'interface.

Dans cette perspective, nous considérons un cas simple de l'interaction de deux tourbillons contra-rotatifs avec une bulle de vapeur. Pour prendre en compte le changement de phase, le liquide situé loin de la bulle de vapeur est sous-refroidi de telle sorte que les tourbillons présents dans le liquide convectent un liquide sous-refroidi. Ce faisant, l'interaction interface-turbulence engendrée par l'impact des tourbillons sur la surface de

la bulle s'accompagne d'une condensation de vapeur. Ce cas est étudié par simulation numérique directe. Ces simulations servent de référence pour l'étude des termes sous-filtres interfaciaux. Les échanges de masse et de chaleur aux interfaces sont analysés par filtrage spatial à l'aide d'un filtre dont la taille est plus petite que celle des bulles. Ces simulations permettent en particulier d'effectuer des tests *a priori* pour mesurer les termes à modéliser dans les équations moyennées spatialement. Les premiers résultats concernant la hiérarchisation des termes à modéliser spécifiques au changement de phase sont présentés.

3 Formalisme mono-fluide pour les écoulements diphasiques

Les équations de bilan locales instantanées des écoulements diphasiques peuvent être écrites de deux manières différentes et néanmoins équivalentes. La première consiste à écrire les équations de bilan au sein de chaque phase et de les coupler par des équations de bilan aux interfaces [4]. La seconde consiste à écrire un système d'équations de bilan interprétées au sens des distributions [5]. Ces deux écritures sont équivalentes. Cependant, l'écriture au sens des distributions est plus compacte et permet en particulier de simplifier les prises de moyenne. C'est donc l'écriture au sens des distributions, aussi appelée mono-fluide, que l'on considère.

Dans le formalisme mono-fluide, on introduit la fonction indicatrice de phase χ_k définie par $\chi_k = 1$ dans la phase k et $\chi_k = 0$ partout ailleurs. Ainsi, toute grandeur physique ϕ *a priori* discontinue à l'interface (*e.g.* la masse volumique ρ) peut s'écrire comme suit :

$$\phi = \chi_v \phi_v + \chi_l \phi_l \quad (1)$$

où ϕ_v et ϕ_l sont les champs ϕ au sein des phases vapeur et liquide respectivement. On a alors :

$$\nabla \chi_k = -n_k \delta^i \text{ et } \frac{\partial \chi_k}{\partial t} = V^i \cdot n_k \delta^i \quad (2)$$

où n_k est la normale unitaire à l'interface orientée vers l'extérieur de la phase k , δ^i est la distribution de Dirac associée à l'interface et V^i est la vitesse de déplacement de l'interface.

Il est possible d'obtenir des équations pour la continuité, la quantité de mouvement et l'énergie valides sur l'ensemble du domaine :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u + pI - \tau) - \rho g = (\nabla_s \cdot n) \sigma n \delta^i \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\rho C_p (T - T^{sat}))}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho C_p (T - T^{sat}) u) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{m} \mathcal{L} \delta^i \quad (5)$$

où u est la vitesse du fluide, p est la pression, τ est le tenseur des contraintes visqueuses, g est l'accélération de la gravité, σ est la tension interfaciale, ∇_s est l'opérateur gradient surfacique, C_p est la capacité calorifique à pression constante, T^{sat} est la température de saturation (à la pression considérée), k est la conductivité thermique, \mathcal{L} est la chaleur latente et \dot{m} est le taux de condensation défini par

$$\dot{m} = \rho_v (u_v - V^i) \cdot n_v \quad (6)$$

Il faut noter que l'équation (5) est valable si les capacités calorifiques des phases sont constantes et si l'on néglige la production de chaleur due aux contraintes visqueuses. Pour simplifier l'écriture (et sans perte de généralité), $(T - T^{sat})$ est remplacé dans la suite par T .

Insistons sur le fait que, dans les équations de bilan (3)-(5), toutes les grandeurs apparaissant doivent être interprétées au sens de la relation (1).

4 Processus de filtrage et équation d'énergie filtrée

Le principe de base sur lequel repose la Simulation des Grandes Echelles (SGE) est d'appliquer un filtre passe-bas aux champs [6]. Le champ filtré $\bar{\phi}$ s'obtient à partir du champ ϕ en effectuant une convolution de noyau G :

$$\bar{\phi}(x, t) = G * \phi = \int_{\Omega} G(x - x') \phi(x', t) dx' \quad (7)$$

Pour des raisons de simplicité d'implémentation numérique, on considère dans cette étude la version discrète suivante (en deux dimensions) de la relation précédente :

$$\bar{\phi}_{i,j} = \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{l=-N}^N \sum_{m=-N}^N \phi_{i+l, j+m} \quad (8)$$

où N caractérise la taille du filtre et où $\phi_{i,j}$ est la valeur discrète du champ ϕ à la maille de calcul (i, j) .

Dans cette étude, seule l'équation de bilan d'énergie (5) est étudiée, les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement ayant déjà été étudiées dans [3, 1]. Les opérateurs de filtrage et de dérivation commutent et l'application du filtre à l'équation d'énergie (5) conduit à

$$\frac{\partial \overline{\rho C p T}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho C p T u}) = \nabla \cdot (\overline{k \nabla T}) + \overline{\dot{m}} \delta^i \mathcal{L} \quad (9)$$

On souhaite exprimer cette équation en fonction des variables principales du problème filtré que sont en particulier \bar{u} et \bar{T} . On obtient :

$$\frac{\partial (\overline{\rho C p T})}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{time}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho C p T u}) + \nabla \cdot (\tau_{conv}^{vol}) = \nabla \cdot (\overline{k \nabla T}) + \nabla \cdot (\tau_{cond}^{vol}) + \overline{\dot{m}} \delta^i \mathcal{L} + \tau_{chgt} \mathcal{L} \quad (10)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \varepsilon_{time} &= \overline{\rho C p T} - \overline{\rho C p T} \\ \tau_{conv}^{vol} &= \overline{\rho C p T u} - \overline{\rho C p T} \bar{u} \\ \tau_{cond}^{vol} &= \overline{k \nabla T} - \overline{k} \nabla \bar{T} \\ \tau_{chgt} &= \overline{\dot{m}} \delta^i - \overline{\dot{m}} \delta^i \end{cases}$$

Le filtre de Favre appliqué à la vitesse $\bar{u} = \overline{\rho u} / \overline{\rho}$ et à la température $\bar{T} = \overline{\rho C p T} / \overline{\rho C p}$ conduit à un système légèrement différent et *a priori* plus attractif puisqu'il ne nécessite plus de fermeture au niveau de la dérivée temporelle :

$$\frac{\partial (\overline{\rho C p T})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho C p T \bar{u}}) + \nabla \cdot (\tau_{conv}^{mass}) = \nabla \cdot (\overline{k \nabla \bar{T}}) + \nabla \cdot (\tau_{cond}^{mass}) + \overline{\dot{m}} \delta^i \mathcal{L} + \tau_{chgt} \mathcal{L} \quad (11)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \tau_{conv}^{mass} &= \overline{\rho C p T \bar{u}} - \overline{\rho C p T} \bar{u} \\ \tau_{cond}^{mass} &= \overline{k \nabla \bar{T}} - \overline{k} \nabla \bar{T} \\ \tau_{chgt} &= \overline{\dot{m}} \delta^i - \overline{\dot{m}} \delta^i \end{cases}$$

Pour la suite de cette étude, on a choisi de conserver l'équation (11). Contrairement au cas sans changement de phase étudié dans [2], le champ de vitesse u est discontinu à l'interface de même que les propriétés physiques ($\rho C p$) et k . En revanche, le champ de température reste continu à l'interface même en présence de changement de phase d'après la condition d'équilibre thermique local de l'interface $T_v^i = T_l^i$.

τ_{conv}^{vol} , τ_{cond}^{vol} et τ_{chgt} nécessitent un modèle de fermeture. Dans la section suivante, on décrit un cas simple permettant de hiérarchiser ces termes en appliquant des filtres spatiaux à des résultats obtenus par simulation numérique directe.

5 Analyse dimensionnelle

L'objectif à long terme est d'étudier les transferts d'énergie entre une interface et la turbulence, en présence de changement de phase. Pour cette première approche, une configuration simple a été envisagée. Il s'agit d'une bulle au repos placée dans un fluide à saturation. Deux tourbillons contra-rotatifs, initialement dans une couche de fluide froid située en dessous de la bulle, impactent la surface inférieure de la bulle en provoquant à la fois sa déformation par l'apport de quantité de mouvement, et sa condensation puisque le fluide transporté est à une température inférieure à la température de saturation. Onze paramètres influents ont été identifiés¹ :

$$\rho_v, \rho_l, k_l, C_{p_l}, \sigma, \mathcal{L}, V^i, V, D, R_t, \Delta T \quad (12)$$

avec : V la vitesse de convection imposée par les tourbillons,
 D le diamètre de la bulle,
 R_t le rayon d'un tourbillon,
 ΔT le sous-refroidissement de la phase liquide.

A l'aide d'une analyse dimensionnelle et du théorème de Vaschy-Buckingham, il est possible de faire apparaître sept nombres sans dimension pour ce problème :

$$\frac{\rho_l}{\rho_v}, \frac{V^i}{V}, \frac{D}{R_t}, Pe_l = \frac{\rho_l C_{p_l} V D}{k_l}, We_l = \frac{\rho_l V^2 D}{\sigma}, Ja_l = \frac{C_{p_l} \Delta T}{\mathcal{L}}, \frac{\mathcal{L}}{V^2} \quad (13)$$

Dans la suite, sur la base de ces nombres adimensionnels, on analyse les phénomènes physiques mis en jeu pour déterminer la valeur des paramètres à utiliser. Les propriétés thermophysiques retenues pour l'étude sont celles de l'eau à une pression de $P = 16,5$ MPa ($T^{sat} = 350^\circ\text{C}$). Ainsi, il reste cinq paramètres à déterminer : D, R_t, V, V^i et ΔT .

La référence pour la vitesse de convection V est choisie comme étant le maximum de vitesse à l'instant initial. Pour des tourbillons, le champ initial de vitesse est défini par :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{\omega}{2\pi} e^{0.5 \left(1 - \left(\frac{r}{R_t} \right)^2 \right)} \begin{pmatrix} -y + y_t \\ x - x_t \end{pmatrix} \text{ avec } r^2 = (x - x_t)^2 + (y - y_t)^2 \quad (14)$$

où ω, x_t et y_t correspondent respectivement à la vitesse angulaire et aux coordonnées du centre du tourbillon. La vitesse de référence s'obtient alors simplement par la relation $V = \omega / (2\pi) R_t$.

Notre objectif étant d'étudier la déformation de l'interface en présence de changement de phase, trois nombres sans dimension jouent un rôle prépondérant : le rapport V^i/V , le nombre de Weber We_l et le nombre de Jacob Ja_l . On choisit $V^i/V \approx 1$ pour que la vitesse de déplacement due au changement de phase soit du même ordre de grandeur que celle liée à l'inertie du fluide : l'interaction "turbulence" - changement de phase est ainsi maximale. On choisit $We_l \approx 7.6$ pour obtenir une déformation de l'interface suffisamment grande due à l'impact des tourbillons sur la bulle. L'analyse du bilan d'énergie à l'interface permet de déterminer la valeur du nombre de Jacob. En effet, on a :

$$\dot{m} \mathcal{L} = (k_l \nabla T_l - k_v \nabla T_v) \cdot n_l \quad (15)$$

Or, $\nabla T_v = 0$, $\dot{m} \approx \rho_v V^i$ et $|\nabla T_l| \approx \Delta T / \delta_t$, où δ_t l'épaisseur de la couche limite thermique telle que :

$$\delta_t \approx \frac{k_l}{\rho_l C_{p_l} V} \approx \frac{D}{Pe_l} \quad (16)$$

¹Les paramètres k_v et C_{p_v} ne sont pas pris en compte dans cette analyse puisque la condition initiale en température et l'hypothèse d'équilibre thermique local de l'interface conduisent à une température dans la vapeur constante et égale à la température de saturation.

On obtient donc :

$$Ja_l \approx \frac{V^i \rho_v}{V \rho_l} \quad (17)$$

Cette relation permet de relier le nombre de Jacob au rapport V^i/V . Dans les conditions considérées, un écart de température de 17.5 K conduit à un rapport de vitesse de l'ordre de l'unité.

L'objectif étant ici d'effectuer un premier pas vers une modélisation et une compréhension des interactions entre interface et turbulence en présence de changement de phase, on choisit une échelle spatiale de "turbulence" (*i.e.* R_t) assez proche du diamètre de la bulle :

$$\frac{R_t}{D} \approx 0.25 \quad (18)$$

Le nombre de Péclet Pe_l influence directement le nombre de mailles nécessaire à la simulation. En effet, l'épaisseur de la couche limite thermique δ_t est inversement proportionnelle au nombre de Péclet (*cf.* Eq. (16)). Or, la couche limite doit être capturée par le maillage du domaine de calcul. Par conséquent, nous avons choisi $Pe_l \approx 160$ (ce qui est relativement faible) conduisant à une vitesse de 4 m.s^{-1} pour une bulle de $3 \mu\text{m}$ de diamètre. Dans ces conditions, un maillage 200×280 pour discrétiser un domaine bidimensionnel de taille $(2D) \times 1.4(2D)$ est suffisant pour capturer la couche limite thermique.

6 Comparaison de l'ordre de grandeur des termes sous-maille

Les simulations numériques directes ont été effectuées en utilisant une méthode Front-Tracking pour le suivi de l'interface [7]. Trois tailles de filtre $N = 3, 7, \text{ et } 11$ (*cf.* Eq. (8)) ont été appliqués aux champs de température et de vitesse obtenus par simulation numérique directe afin d'évaluer l'importance relative des grandeurs sous-filtre $\nabla \cdot (\tau_{conv}^{vol})$, $\nabla \cdot (\tau_{cond}^{vol})$ et $\tau_{chgt} \mathcal{L}$. Les champs obtenus pour les termes sous-filtre sont donnés à titre d'exemple pour le filtre $N = 11$ sur la figure 1. Le tableau 1 indique le poids de chaque terme sous-filtre par rapport au terme de conduction $\nabla \cdot (k\nabla T)$. Ces résultats montrent que les termes sous-filtres sont du même ordre de grandeur sauf pour les filtres les plus petits où le terme sous-filtre lié au changement de phase a une importance moindre. Ce résultat montre qu'une modélisation de chacun des termes sous-filtres est nécessaire.

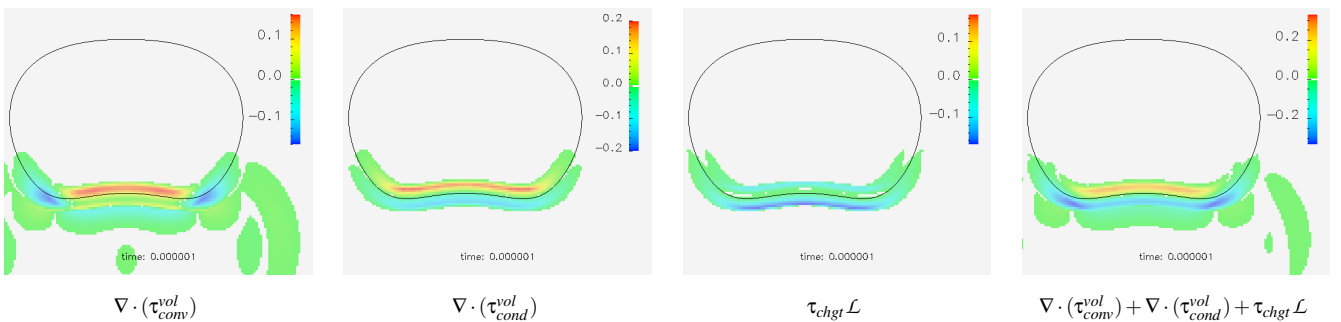


FIG. 1 – Champs de contraintes sous-mailles pour un filtre de Favre passe-bas de taille $N = 11$

7 Conclusion et perspectives

Cette étude s'inscrit dans la continuité des travaux de Toutant et al. [2] visant à développer un modèle de type simulation des grandes échelles pour des écoulements diphasiques en présence de changement de phase. Cette étude présente les premiers résultats de tests *a priori* permettant de déterminer l'importance relative

	$N = 3$	$N = 7$	$N = 11$
$\frac{\max \nabla \cdot (\tau_{conv}^{mass}) }{\max \nabla \cdot (k\nabla T) }$	8%	22%	37%
$\frac{\max \nabla \cdot (\tau_{cond}^{mass}) }{\max \nabla \cdot (k\nabla T) }$	32%	33%	31%
$\frac{\max \tau_{chgt} \mathcal{L} }{\max \nabla \cdot (k\nabla T) }$	2%	10%	17%
$\frac{\max \nabla \cdot (\tau_{conv}^{mass} + \tau_{cond}^{mass}) + \tau_{chgt} \mathcal{L} }{\max \nabla \cdot (k\nabla T) }$	40%	59%	71%

TAB. 1 – Hiérarchie des termes sous maille avec le filtre de Favre.

des termes à modéliser dans l'équation de bilan d'énergie filtrée en présence de changement de phase. Les résultats présentés montrent qu'aucun terme n'est clairement prédominant ou négligeable, ce qui signifie qu'il est *a priori* nécessaire de modéliser chacun de ces termes pour que le modèle filtré soit représentatif.

Cette étude est cependant restreinte à un cas simple d'interaction "turbulence" - interface en présence de changement de phase et des études complémentaires sont nécessaires. En particulier, il est nécessaire d'étudier des cas où les fluctuations de vitesses sont plus représentatifs d'une vraie turbulence.

Références

- [1] A. Toutant. *Modélisation physique des interactions entre interfaces et turbulence*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [2] A. Toutant, O. Lebaigue, E. Labourasse, S. Vincent, P. Lubin, and D. Lacanette. Effects of turbulence on interfacial heat transfer : a priori test and filters evaluation. In *13th International Heat Transfer Conference, IHTC-13, Sydney, Australia, 13-18 August, 2006*.
- [3] E. Labourasse, D. Lacanette, A. Toutant, P. Lubin, S. Vincent, O. Lebaigue, J.-P. Caltagirone, and P. Sagaut. Towards large eddy simulation of isothermal two-phase flows : governing equations and *a priori* tests. *Int. J. Multiphase Flow*, 33(1) :1–39, 2007. doi : 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.05.010.
- [4] J.-M. Delhay. Jump conditions and entropy sources in two-phase systems. Local instant formulation. *Int. J. Multiphase Flow*, 1 :395–409, 1974.
- [5] I. Kataoka. Local instant formulation of two-phase flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 12(5) :745–758, 1986.
- [6] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer Verlag, second edition, 2003.
- [7] B. Mathieu. A 3D parallel implementation of the front-tracking method for two-phase flows and moving bodies. In *177ème Session du comité scientifique et technique de la Société Hydrotechnique de France, Advances in the modelling methodologies of two-phase flows, Lyon, France, November 24-26, 2004*. Paper # 24.