

Mécanismes d'initiation des rouleaux longitudinaux dans un écoulement de convection mixte en canal horizontal chauffé par le bas.

Rani TAHER¹, Addel HADDAD¹, Ammar BENDERRADJI², Marc MEDALE¹, Chérifa ABID^{1*} et François PAPINI¹

¹IUSTI - CNRS UMR 6595, Polytech'Marseille,
Technopôle de Château-Gombert, 5 rue Enrico Fermi, 13453, Marseille, France

²Département de Génie Mécanique, Université de Batna,
Rue Boukhrouf Mohamed el Hadi, 05000 Batna, Algérie.

*(auteur correspondant : cherifa.abid@polytech.univ-mrs.fr)

Résumé - Nous considérons dans cette communication les mécanismes d'initiation de rouleaux longitudinaux en convection mixte dans un canal horizontal, de section rectangulaire ($\Gamma=10$), uniformément chauffé par le bas pour les paramètres de fonctionnement : $50 \leq Re \leq 100$, $0 \leq Ra \leq 10^5$, $Pr=7$. Nous avons pu mettre en évidence dans la même expérimentation deux mécanismes distincts d'apparition de rouleaux longitudinaux. Le premier concerne l'initiation de l'écoulement secondaire par les parois latérales tandis que le second combine l'effet précédent à un autre mécanisme d'initiation, localisé dans la couche limite thermique de la paroi chauffée (de type Rayleigh-Bénard).

Nomenclature

g	gravité [$m s^{-2}$]
k	conductivité thermique [$W m^{-1} K^{-1}$]
L	longueur adimensionnelle du canal
$Nu_{sa}(X)$	nombre de Nusselt, $-[d\theta(X)/dZ]H/[\theta_{sa}(X)-\theta_{av}(X)]$
P	pression dynamique adimensionnée
Pr	nombre de Prandtl, ν/α
q	densité de flux à la paroi [$W m^{-2}$]
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta h^4 q/k\nu\alpha$
Re	nombre de Reynolds, $u_{av} h/\nu$
U, V, W	composantes adim. de vitesses
u_{av}	vitesse moyenne de l'écoulement [m/s]
X, Y, Z	coordonnées adimensionnées

Indices

av	valeur moyenne
sa	valeur moyenne selon la direction transverse

Symboles grecs

α	diffusivité thermique [$m^2 s^{-1}$]
β	coef. d'expansion volumique [K^{-1}]
Γ	rapport d'aspect transversal, b/h
ρ	masse volumique du fluide [$kg m^{-3}$]
ν	viscosité cinématique [$m^2 s^{-1}$]
θ	température adim. $(T - T_i)k/(q h)$

1. Introduction

La convection mixte dans les canaux intervient dans de nombreuses applications industrielles telles que les capteurs solaires, échangeurs de chaleur, systèmes d'énergie géothermique, refroidissement des composants électroniques, réacteurs nucléaires, etc. Elle combine les effets de convection forcée et naturelle induite par la poussée d'Archimède. On assiste alors à la formation d'une structure d'écoulement principalement tridimensionnelle, composée de rouleaux convectifs. Dans ce qui suit, nous nous intéresserons à l'écoulement de l'eau dans un canal, uniformément chauffé par le bas (à flux imposé).

Dans les configurations d'écoulement en canaux avec des conditions engendrant une structure d'écoulement à rouleaux longitudinaux, ces derniers sont initiés par les parois latérales dans des configurations à faible Ra/Re^2 , et envahissent progressivement toute la section droite. Ce mécanisme a principalement été observé pour des écoulements d'air ($Pr=0,7$) [1,2]. En revanche à notre connaissance il n'a pas été reporté pour des écoulements d'eau ($Pr=7$). Le deuxième mécanisme correspond à une initiation des rouleaux convectifs à la paroi inférieure dès que le nombre de Rayleigh local dépasse une valeur seuil (comme dans la convection de Rayleigh-Bénard). Ainsi, Incropera et al. [3,4] ont visualisé ce mécanisme pour des écoulements d'eau pour une vaste plage de nombres de Reynolds et de Rayleigh.

L'objectif de cette communication est de présenter expérimentalement et numériquement ces deux mécanismes dans la même configuration ($\Gamma=10$, $Pr=7$, $50 \leq Re \leq 100$, $0 \leq Ra \leq 10^5$) et de montrer les transferts de chaleur associés.

2. Dispositif expérimental

On considère l'écoulement d'eau ($Pr \approx 7$) dans un conduit rectangulaire en plexiglas de 10 mm d'épaisseur. Ses dimensions intérieures sont : 2 cm de hauteur, 20 cm de profondeur et une longueur totale de 300 cm. La zone d'essai est située dans la partie centrale sur une longueur de 140 cm, où la paroi inférieure est uniformément chauffée par effet Joule grâce à un film chauffant. La densité de flux est uniforme sur toute la surface et peut varier de 0 à 200 $W.m^{-2}$. En amont de cette zone d'essai, une zone d'établissement hydrodynamique (longueur 100 cm) permet d'obtenir un écoulement de type 'Poiseuille'. A la sortie du conduit, le fluide passe dans un échangeur de chaleur afin de maintenir une température d'entrée constante dans le circuit d'alimentation. La figure 1 montre un schéma du canal. La visualisation des structures de l'écoulement est réalisée grâce à l'injection en nappe d'un traceur (fluorescéine) sur toute la largeur de la section droite. La fluorescence est obtenue par un plan laser (Laser Argon émettant dans le vert avec une longueur d'onde de 488 nm). Une caméra couleur digitale, haute résolution, 3 CDD permet l'acquisition des images. Ce matériel d'acquisition et d'éclairage est embarqué sur un chariot piloté par commande numérique.

3. Modèle numérique

Le problème considéré est gouverné par les équations couplées de Navier-Stokes incompressible et de l'énergie. Néanmoins, dans un premier temps, nous ne considérons pour simplifier que les configurations où l'approximation de Boussinesq reste valide [5], ce qui a pour conséquences de limiter significativement l'intensité du chauffage. En introduisant les échelles suivantes, en tant que grandeurs caractéristiques du problème, la hauteur du canal (h) pour la longueur de référence, la vitesse moyenne de l'écoulement forcé ($v_{ref}=u_{av}$) comme vitesse de référence, h/v_{ref} comme temps de référence, $p_{ref}=\rho(u_{av})^2$ comme pression de référence et $\theta = k(T-T_i)/(qh)$ comme température adimensionnée, on obtient alors les équations suivantes du problème :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{V} &= 0 \\ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} &= -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \frac{Ra}{Pr \cdot Re^2} \theta \vec{z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \theta &= \frac{1}{Pr \cdot Re} \vec{\nabla}^2 \theta \end{aligned}$$

Ces équations sont complétées par les conditions aux limites et initiales du problème, pour lesquelles un certain nombre d'hypothèses ont été considérées : la température du fluide à l'entrée de la zone de chauffe est supposée uniforme et constante. Similairement, le profil de vitesse du fluide à l'entrée de cette même zone est du type 'Poiseuille'. Ces hypothèses se traduisent par les conditions aux limites suivantes :

- Sur la section d'entrée du canal : $\vec{v}(x=0,y,z) = Re \cdot \vec{v}_{Poiseuille}^{adim}$ [6] ; $\theta = 0$;

- Le long des parois solides du canal : $\vec{v} = \vec{0}$.

Sur la paroi chauffée (paroi horizontale inférieure) :

pour $0 < X < L_i$: $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$; pour $L_i \leq X \leq L$: $\frac{\partial \theta}{\partial n} = \bar{\varphi}$;

Sur les trois autres parois du canal : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$;

- Sur la section de sortie du domaine de calcul : conditions aux limites de sortie [7].

La condition initiale est introduite par des champs de vitesse, de pression et de température uniformément nuls dans tout le domaine : $\vec{v}(x,y,z,0) = \vec{0}$, $\theta(x,y,z,0) = 0$.

Un modèle numérique, basé sur la méthode des éléments finis, a été développé pour la résolution des équations de cette classe de problèmes. Les résultats ont été obtenus sur un domaine de calcul dont le rapport d'aspect transversal (largeur sur hauteur) est $\Gamma=10$ et longitudinal (longueur sur hauteur) $\Gamma_l=75$. Une zone d'établissement thermique (adiabatique) est située à l'entrée du domaine sur une longueur $L_e=5h$, suivie de la zone de chauffe sur le reste du domaine $L-L_e=70 h$. Ce domaine de calcul est discrétisé par un maillage constitué de $375 \times 100 \times 10$ éléments finis tri-quadratiques (il faut noter que la valeur 10 correspond à 21 points d'évaluation du champ), construits sur 3169971 noeuds.

4. Résultats

Nous avons réalisé des expériences mettant en évidence chacun des deux mécanismes cités. Le premier mécanisme d'initiation peut être observé pour des nombres de Rayleigh faibles ou modérés, les rouleaux longitudinaux sont tout d'abord initiés près des parois latérales et se développent ensuite progressivement vers le centre du canal. Ainsi, ce premier mécanisme d'initiation a été observé pour $Re=50$ et $Ra=1.28 \cdot 10^4$ comme le montre le champ de température à la paroi inférieure ($Z=0.2$) représenté sur la Figure 2. En effet, on y distingue la trace thermique des rouleaux longitudinaux qui forment un V dans la zone d'établissement thermique. On peut observer pour ces paramètres que l'écoulement est stationnaire et qu'il est constitué de six paires de rouleaux au-delà de $X=50$. La déformation des rouleaux à la sortie du canal le long des parois latérales est due à une périodicité de révolution des rouleaux. Plusieurs coupes transversales permettent d'observer le développement de l'instabilité thermoconvective à différentes abscisses (Figure3 : a : $X=8$; b : $X=20$; c : $X=60$).

Pour le même nombre de Reynolds et un nombre de Rayleigh plus fort, le deuxième mécanisme se met en place sous la forme de l'apparition simultanée, à une même abscisse X , de rouleaux longitudinaux dans la partie centrale de la paroi chauffée. La figure 4 représente le champ de température près de la paroi chauffée en $Z=0.2$, pour $Re=50$ et $Ra=5.13 \cdot 10^4$. Il apparaît nettement dix paires de rouleaux à une abscisse $X \approx 10$ ainsi qu'une paire de rouleaux induite par les parois latérales comme précédemment. Ce second mécanisme n'apparaît qu'au-delà d'un seuil (comme pour l'instabilité de Rayleigh-Bénard). Les figures 5a-d

représentent des coupes transversales de l'écoulement et du champ de température réalisées expérimentalement (5a-b) et numériquement (5c-d) en différentes abscisses X. Il faut noter qu'un décalage existe entre les simulations numériques (où les conditions aux limites sont strictes : parois adiabatiques, flux constant, etc.) et les résultats expérimentaux qui comportent quelques incertitudes sur la détermination des nombres de Rayleigh et de Reynolds.

Du point de vue du transfert de chaleur, nous avons déterminé le nombre de Nusselt à la paroi chauffé, moyenné dans la direction transversale Y et avons représenté sur la figure 6 sa variation selon la direction longitudinale X pour diverses valeurs du nombre de Rayleigh. On peut observer que le nombre de Nusselt en convection mixte est toujours supérieur à la valeur obtenue en convection forcée pure [8] d'un facteur 4 à 5 selon la valeur du nombre de Rayleigh. Dans le cas de la convection mixte, on retrouve la signature des deux mécanismes d'initiation au travers du profil longitudinal du nombre de Nusselt. En effet, pour le premier mécanisme, illustré par $Ra=1.28 \cdot 10^4$, le nombre de Nusselt décroît dans un premier temps puis augmente progressivement jusqu'à l'apparition de toutes les paires de rouleaux dans la section droite ; ceci se produit vers $X=30$. Le second mécanisme intervient pour les deux autres valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=5.13 \cdot 10^4$ et $1.03 \cdot 10^5$) où on peut noter une brutale augmentation du nombre de Nusselt à l'abscisse où apparaissent simultanément les rouleaux centraux ($X=10$ et $X=5$ respectivement). Dans tous les cas, en régime établi, la valeur du nombre de Nusselt augmente avec celle du nombre de Rayleigh.

5. Conclusion

Cette communication présente les mécanismes d'initiation des rouleaux longitudinaux dans une configuration de convection mixte dans un canal horizontal, à section rectangulaire, de grand rapport d'aspect transversal ($\Gamma=10$), chauffé uniformément par le bas à flux constant pour les paramètres de fonctionnement suivants : $50 \leq Re \leq 100$, $0 \leq Ra \leq 10^5$, $Pr=7$. Pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh, les rouleaux sont initiés le long des parois latérales et se propagent progressivement jusqu'à envahir toute la section droite. Au-delà d'une valeur critique du nombre de Rayleigh, de nombreuses paires de rouleaux apparaissent simultanément à une même abscisse, dans la zone centrale de la section droite, indépendamment du premier mécanisme. Ceci a été mis en évidence expérimentalement et numériquement dans ce travail pour une même configuration. Les transferts de chaleur sont significativement affectés par ces mécanismes d'initiation comme le montre l'évolution du nombre de Nusselt (Figure 6).

Remerciements : Les auteurs remercient le CNRS pour l'attribution de ressources informatiques sur son super ordinateur IBM SP4 à l'IDRIS, Orsay, France.

REFERENCES

- [1] Y. Mori and Y. Uchida Y, Forced convection heat transfer between horizontal flat plate, *Int. J. Heat Mass Transfer* 9, (1966) 803-817.
- [2] S. Ostrach and Y. Kamotani, Heat transfer augmentation in laminar fully developed channel flow by means of heating from below, *ASME Journal of Heat Transfer*, 97, (1975), 220-225.
- [3] J.R. Maughan and F.P. Incropera, Secondary flow in horizontal channels heated from below, *Exp. Fluids* 5 (1987) 334-343.
- [4] F.P. Incropera, A.L. Knox and J.R. Maughan, mixed convection flow and heat transfer in the entry region of a horizontal rectangular duct, *J. Heat Transfer* 109 (1987) 434-439.

[5] D.D. Gray and A. Giorgini, The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 19 (1976), 545-551.

[6] X. Nicolas, J.M. Luijkx and J.K. Platten, Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 (2000), 589-610.

[7] T.C. Papanastasiou, N. Malamataris and K. Ellwood, A new outflow boundary condition, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 14 (1992), 587-608.

[8] F.P. Incropera and D.P. Dewitt, Fundamentals of heat and mass transfer, *John Wiley Edition*, fourth edition, 1996, USA.

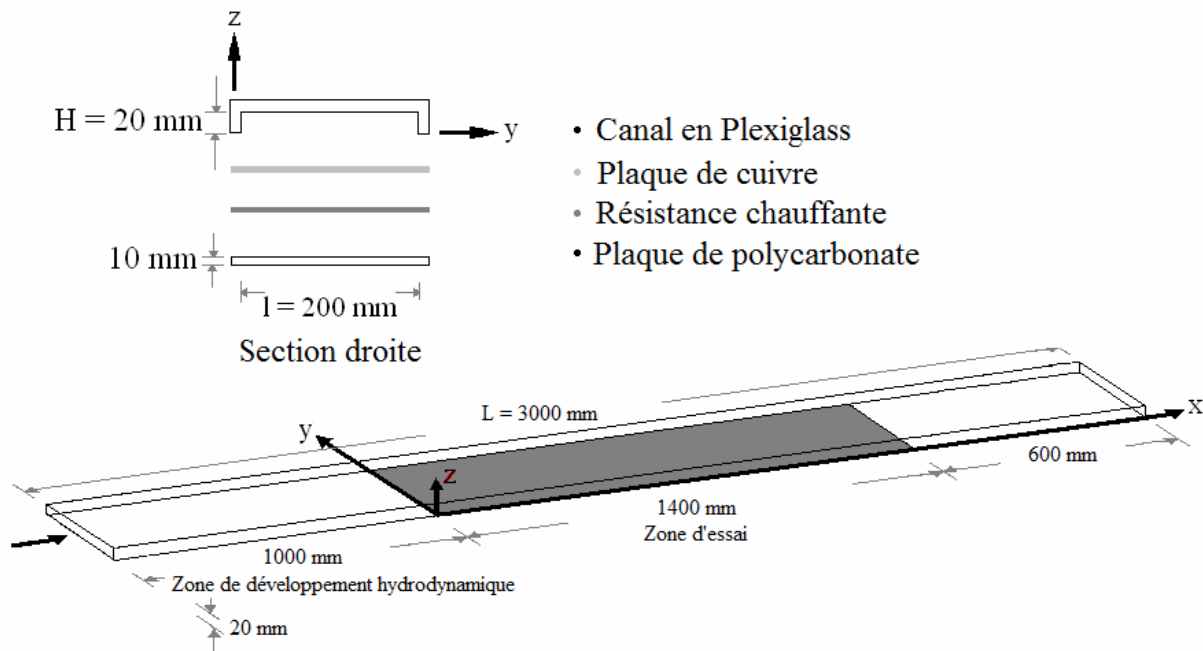


Figure 1 : Description du canal

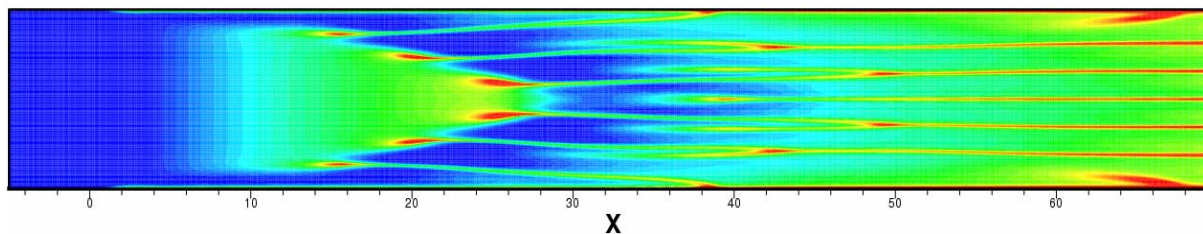


Figure 2 : Champ thermique, obtenu numériquement, à $Z=0.2$ pour $Re=50$ et $Ra=1.28 \cdot 10^4$

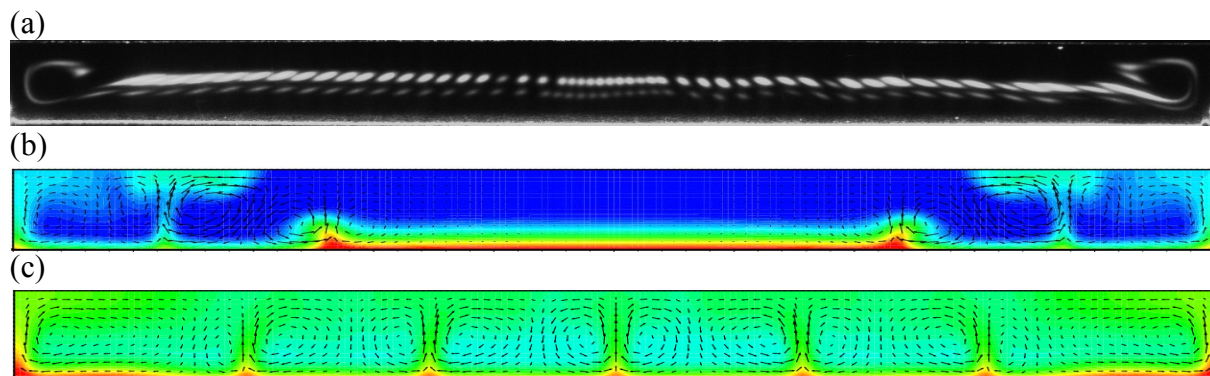


Figure 3 : Coupes transversales verticales à différentes abscisses (a : $X=8$ (expérimental) ; b : $X=20$ (numérique) ; c : $X=60$ (numérique)) : $Re=50$, $Ra=8.8 \cdot 10^4$

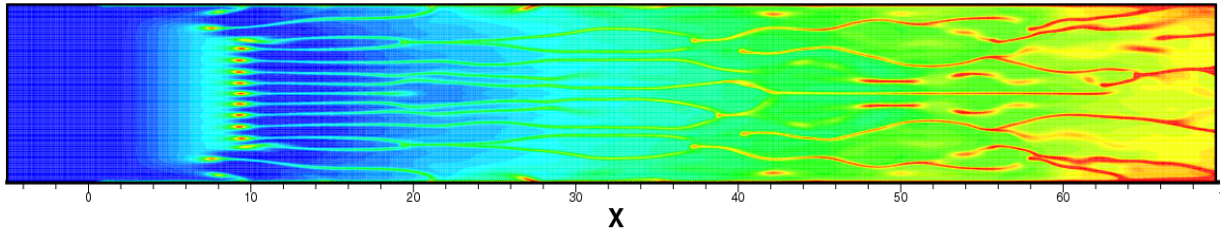


Figure 4 : Champ thermique, obtenu numériquement à $Z=0.2$ pour $Re=50$ et $Ra=5.13 \cdot 10^4$

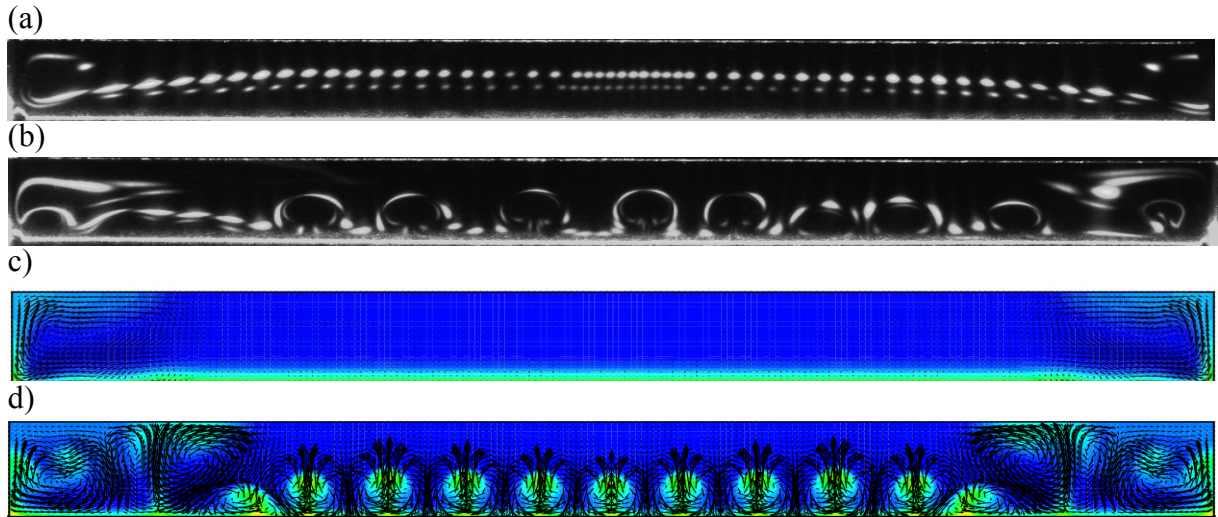


Figure 5 : Coupes transversales verticales à différentes abscisses (a : $X=2$ et b : $X=8$ (expérimentalement pour $Re=50$ et $Ra=10^5$) ; c : $X=6$ et b : $X=9$ (numériquement pour $Re=50$, et $Ra=5.13 \cdot 10^4$))

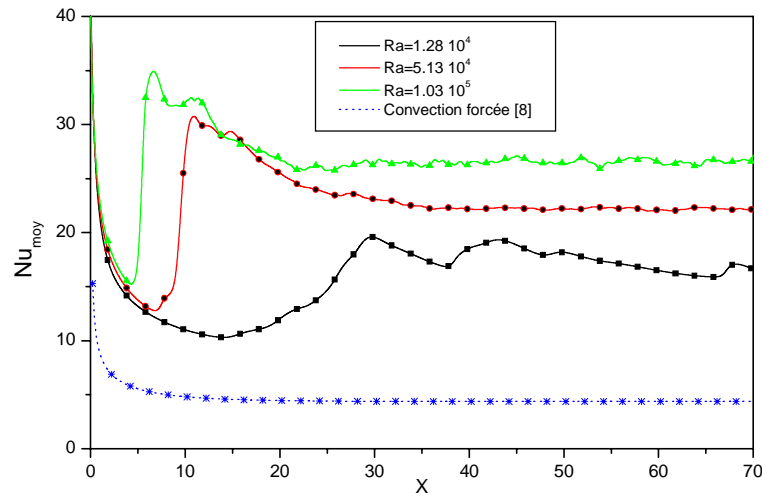


Figure 6 : Profils longitudinaux pour le nombre de Nusselt moyenné selon la direction transversale pour diverses valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=1.28 \cdot 10^4$, $Ra=5.13 \cdot 10^4$, $Ra=1.03 \cdot 10^5$)