Caractérisation de la transition entre les régimes d'écoulements diffusif et convectif dans un problème d'évaporation instationnaire : modèle thermique

Louis-Henri BAUDEY-LAUBIER*, Eric CHÉNIER

Université Paris-Est Marne-la-Vallée, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, UMR 8208 CNRS, 77454 Marne-la-Vallée cedex 2 *(auteur correspondant : Louis-Henri.Baudey-laubier@u-pem.fr)

Résumé - Durant le processus d'évaporation d'une solution solvant-soluté, des instabilités convectives peuvent être engendrées par la poussée d'Archimède et/ou les variations de tension de surface. Nous ne présentons ici que le régime thermique (champ solutal figé) qui se développe sur des temps courts pour une solution de PIB-Toluène. On impose deux types de perturbations au système pour faire apparaître les cellules (échanges convectifs, perturbation aléatoire). Nous avons déterminé les seuils d'apparition pour trois instabilités convectives, à savoir Bénard-Marangoni, Rayleigh-Bénard-Marangoni et Rayleigh-Bénard en fonction de l'allongement A et de la nature de la perturbation appliquée. Les cellules convectives ont été reconstruites et étudiées au cours du temps pour le cas des instabilités de Rayleigh-Bénard-Marangoni.

Nomenclature

- A Allongement géométrique
- Épaisseur solution, mm e
- Constante de gravitation, $m.s^{-2}$ g
- Coefficient d'échange, W.m⁻².K⁻¹ h
- Coefficient de conductivité thermique, k $W.m^{-1}.K^{-1}$
- Chaleur latente massique, kJ.kg⁻¹ L
- NNombre de cellules/rouleaux
- Amplitude perturbation aléatoire r
- TTempérature, K
- Température de l'air ambiant, K T_0
- ΔT Écart de température, = 4.8 K
- Vecteur vitesse 1)
- Symboles grecs
- Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$ α
- Coefficient d'expansion thermique, K^{-1} β
- λ Longueur d'onde
- Viscosité dynamique, mPa.s μ
- Φ_{evap} Densité massique de flux, kg.m⁻².s⁻¹
- Masse volumique, kg.m $^{-3}$ ρ

- Tension de surface, $N.m^{-1}$, σ
- Écart réduit de temperature, = $\frac{(T(x,y,z)-T_0)}{\Lambda T}$ θ
- Indices et exposants
- *cell* Cellule
- Convection cv
- d Diffusion
- *inf* Paroi inférieure
- *lat* Paroi latérale
- roul Rouleau
- slSurface libre
- Direction longitudinale x
- Direction verticale y
- Direction transversale \mathbf{z}
- Paramètres adimensionnels
- Bi_{evap} Nombre de Biot à la surface libre
- Bi_{lat} Nombre de Biot latéral,= $\frac{h_{lat}e}{k}$ Ma Nombre de Marangoni,= $-\frac{e\Delta T}{\mu\alpha} \left(\frac{d\sigma}{dT}\right)_{T_0}$
- Pe Nombre de Péclet
- $\begin{array}{ll} Pr & \text{Nombre de Prandtl,} = \frac{\nu}{\alpha} \\ Ra & \text{Nombre de Rayleigh,} = \frac{g\beta\Delta Te^3}{\nu\alpha} \end{array}$

1. Introduction

Le séchage est une méthode simple d'utilisation et ses applications sont multiples, aussi bien dans la vie courante que dans des domaines industriels. Les dépôts sur les matériaux permettent d'améliorer leur esthétique ou de modifier leurs propriétés de surface, par exemple changer les propriétés radiatives ou rendre des surfaces non mouillantes. Une des méthodes consiste à déposer une fine couche d'une solution solvant-soluté sur un matériau et laisser évaporer le solvant afin d'obtenir un dépôt.

Le séchage d'un film fluide commence tout d'abord par l'évaporation du solvant, engendrée par des transferts thermiques (naissance d'un gradient thermique vertical et transfert par chaleur latente) et massiques au niveau de l'interface entre la solution et l'environnement extérieur gazeux. Les variations de la concentration en solvant et de la température diffusent ensuite au sein de la solution liquide et peuvent, sous certaines conditions, induire une instabilité qui donnera naissance à des écoulements convectifs. Ces instabilités sont pilotées, soit par les variations de tension de surface de la solution (instabilités de Bénard-Marangoni) [1], soit par la convection naturelle induite par les inhomogénéités de densité dans la zone fluide (instabilités de Rayleigh-Bénard) [2].

Dans ce travail, nous présenterons l'étude du régime thermique 3D du séchage d'une solution binaire Polyisobutylène/Toluène dans l'atmosphère, en majorité pour une épaisseur e = 8mm (Instabilités de Rayleigh-Bénard-Marangoni). Le régime thermique est caractérisé par des temps courts pour lesquels la solution fluide reste homogène (temps de diffusion massique très grand par rapport au temps de diffusion thermique) [3]. La faible durée du régime thermique permet donc de négliger les transferts de masse au sein de la zone fluide et de supposer que le volume du film liquide ne varie pas.

L'utilisation de perturbation permet de s'affranchir des contraintes de déstabilisation de l'écoulement par les erreurs d'origine numérique. Certains auteurs préconisent l'application de perturbation aléatoire [3, 4, 5] car les seuils de transition diffusif/convectif sont finalement assez peu sensibles à la façon de perturber les conditions initiales. Des études analogues ont été effectuées pour les épaisseurs e = 1 mm (instabilités de Bénard-Marangoni) et e = 20 mm (instabilités de Rayleigh-Bénard) et ces résultats ainsi que ceux obtenus pour une épaisseur e = 8 mm seront confrontés avec ceux issus de simulations introduisant une perturbation aléatoire. Dans la suite, nous présenterons l'étude des cellules de convection au niveau de la surface libre (cf Fig. 1), à savoir leur dénombrement et leur longueur d'onde ainsi que leur reconstruction à l'aide d'un diagramme de Voronoï, pour une épaisseur e = 8 mm.

2. Modélisation

2.1. Modèle thermique



Figure 1 Schéma du dispositif et conditions aux limites de l'étude

On considère un récipient à base carrée contenant une solution PIB-Toluène (Fig. 1). Le régime thermique se développant sur des temps courts, les propriétés physiques de la solution

[3, 6] et l'épaisseur du film fluide sont supposées constantes. L'écoulement et les transferts de chaleur sont régis par les équations de Navier-Stokes écrites sous l'approximation de Boussinesq, et l'équation de l'énergie. Toutes les équations sont exprimées sous forme adimensionnelle.

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \, \boldsymbol{v} = -\boldsymbol{\nabla} p + Pr \nabla^2 \boldsymbol{v} + Ra \, Pr \, \theta \boldsymbol{e}_y \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \,\theta = \nabla^2 \theta \tag{3}$$

où les échelles de longueur, de temps, de vitesse et de pression sont $e, e^2/\alpha, \alpha/e$ et $\rho\alpha^2/e^2$, et $\theta = \frac{(T(x,y,z)-T_0)}{\Delta T}$. Les conditions aux limites sont reportées sur la Fig. 1. Les conditions initiales s'écrivent : pour t = 0 et $\forall (x, y, z) \in \Omega$, v(x, y, z, t = 0) = 0,

$$\theta(x, y, z, t = 0) = 0 + r \times \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{k=1}^{n_z} \Pi\left(\frac{x}{A/n_x} - \left(i - \frac{1}{2}\right)\right) \Pi\left(\frac{y}{1/n_y} - \left(j - \frac{1}{2}\right)\right)$$
$$\Pi\left(\frac{z}{A/n_z} - \left(k - \frac{1}{2}\right)\right) \times \Psi_i \Psi_j \Psi_k \quad (4)$$

avec Π la fonction porte tel que $\Pi = 1$ sur $[0; x/(A/n_x)], [0; y/(A/n_y)], [0; z/(A/n_z)]$ et $\Pi = 0$ sinon, $\{\Psi_i, i = 1, \dots, n_x\}, \{\Psi_j, j = 1, \dots, n_y\}$ et $\{\Psi_k, k = 1, \dots, n_z\}$ trois familles de variables aléatoires issues d'une loi de probabilité uniforme définie par $-0.5 \leq \Psi \leq 0.5$.

2.2. Schéma numérique et validation du code

0

Les équations (1)–(3) munies des conditions initiales (cf. Eq.4) et des conditions aux limites (Fig 1) sont discrétisées par une méthode de Volumes Finis sur un maillage structuré et décalé pour les composantes de la vitesse. L'ordre de consistance du schéma est du second ordre en espace et en temps : les termes de diffusion sont exprimés de façon implicite tandis que les termes d'advection et de convection sont explicités par un schéma d'Adams-Bashforth. Le couplage des champs de vitesse et de pression est obtenu par une méthode de projection. Le maillage est régulier et composé de $n_x \times n_y \times n_z = A^2 \times n^3$ mailles avec A le rapport entre le coté de la base du récipient et l'épaisseur du film liquide, et n le nombre de mailles dans la direction verticale.

Des études de pas de temps et de maillage sur les seuils de transition ont été effectuées pour des simulations 2D, elles ont montré que les variations de seuils étaient inférieures à 1% entre deux maillages présentant 30 et 80 mailles verticalement. Pour les pas de temps, on a noté une variation inférieure strictement à 1% entre 10^{-4} et 10^{-5} . Nous nous sommes basés sur ces études pour les simulations 3D. Dans le cas d'une épaisseur e = 8 mm, le pas de temps retenu est $\Delta t = 10^{-4}$ et le maillage se compose de 30 mailles verticalement.

3. Résultats

La solution étudiée est un mélange Polyisobutylène/Toluène. Les paramètres du problème sont dimensionnels et correspondent à l'épaisseur du film liquide e et la viscosité dynamique du mélange μ . Les expressions des nombres adimensionnels en fonction de μ et e sont données dans le tableau 1 [5]. La majeure partie des résultats concerne des films fluides dont l'épaisseur est e = 8 mm (Instabilités de Rayleigh-Bénard-Marangoni).

En se situant loin des perturbations latérales, le champ transitoire de diffusion thermique selon y est solution des équations de la mécanique des fluides (voir courbe rouge sur la Fig.

	Bi_{evap}	Ma	Pr	Ra
Relations	$0, 2 \times e$	$5850 \times \frac{e}{\mu}$	$12 \times \mu$	$451 \times \frac{e^3}{\mu}$

Tableau 1 Relations entre les paramètres adimensionnels et les propriétés physiques ([e] = mm, $[\mu] = mPa.s$).

3). L'objectif de ce travail étant de déterminer les paramètres de transition diffusif/convectif en résolvant les équations de conservation, il s'avère alors indispensable d'introduire des perturbations afin de déstabiliser la solution diffusive transitoire (voir courbe bleu sur la Fig. 3). Dans ce travail, nous avons considéré deux types de perturbations, l'une engendrée à l'instant initial $(r = 10^{-3} \text{ et } Bi_{\text{lat}} = 0)$ et l'autre créée au niveau des parois latérales par un échange convectif $(r = 0 \text{ et } Bi_{\text{lat}} = 5.634 \times 10^{-1})$.

3.1. Seuils de transition et temps de déclenchement

Pour définir la nature diffusive ou convective des écoulements transitoires, nous adoptons le critère suivant : si au cours du temps, le maximum du nombre de Peclet $Pe_{[-1;1]}(t)$ au centre du film fluide $((x, y, z) \in [-1; 1] \times [0; 1] \times [-1; 1])$ atteint ou dépasse l'unité, l'écoulement est convectif ; dans le cas contraire, il est dit diffusif (Fig. 2). L'intérêt de ce critère est qu'il s'af-

9(0,0,0)-0(0,e,0



 0.3
 Avec destabilisation

 0.8
 Sans destabilisation

 0.7
 0.6

 0.5
 0.4

 0.3
 0.2

 0.1
 0.01

 0.01
 0.01

 0.1
 1

Figure 2 Evolution du nombre de Péclet $Pe_{[-1;1]}$ pour A = 20, r = 0, $Bi_{lat} = 5.634 \times 10^{-1}$, e = 8mm et $\mu_{cv} = 146$ mPa.s et $\mu_d = 150$ mPa.s

Figure 3 Evolution de la différence de température $\theta (0,0,0) - \theta (0,e,0)$ pour A = 20, r = 0, $Bi_{lat} = 5.634 \times 10^{-1}$, e = 8 mm et $\mu = 146$ mPa.s

franchit d'une éventuelle convection engendrée au niveau des parois latérales S_{lat} , par exemple lorsque $Bi_{\text{lat}} \neq 0$.

La figure 4 donne un encadrement $[\mu_{cv}; \mu_d]$ du seuil de transition diffusif/convectif $\mu_{d/cv}$





Figure 5 Temps de déclenchement (e = 8mm)

en fonction de l'allongement A, de la nature de la perturbation et du modèle 2d ((x, y)) ou 3d ((x, y, z)) employés. Les viscosités μ_d et μ_{cv} correspondent aux écoulements qualifiés de diffusif et convectif (voir Fig. 2). Chaque symbole représente une approximation de $\mu_{d/cv}$ qui est obtenue par interpolation linéaire de μ_{cv} et μ_d en fonction des maxima de Péclet, $\max_{t}[Pe_{[-1;1]}(\mu_{cv}, t)]$ et $\max_{t}[Pe_{[-1;1]}(\mu_{d}, t)]$, de sorte que $\max_{t}[Pe_{[-1;1]}(\mu_{d/cv}, t)] = 1$. Dans l'ensemble, les seuils 2d et 3d sont similaires. Lorsque $Bi_{\text{lat}} \neq 0$ et r = 0, $\mu_{d/cv}$ décroit avec A jusqu'à devenir constant pour $A \ge 60$. Cette décroissance peut s'expliquer de la façon suivante. Si $\mu = \mu_{d/cv}$, les perturbations créées par l'échange convectif aux parois latérales se propagent vers le cœur du film fluide, atteignent la région centrale $(x, z) \in [-1, 1]^2$ à l'instant $t_{d/cv}$ ($Pe(\mu_{d/cv}, t_{d/cv}) = 1$), juste avant de disparaitre ($Pe(\mu_{d/cv}, t > t_{d/cv}) < 1$). Si l'allongement augmente, les perturbations qui se propagent avec une vitesse quasi-identique ne peuvent donc atteindre la région centrale pour un temps de $t_{d/cv}$; pour $t > t_{d/cv}$, les perturbations s'atténuent : l'écoulement reste donc diffusif. Pour obtenir le seuil diffusif/convectif, les nombres de Rayleigh et de Marangoni doivent augmenter, ce qui revient à diminuer la viscosité. Dans ce cas, bien que la vitesse de propagation augmente avec la diminution de la viscosité, le temps de déclenchement $t_{d/cv}$ augmente (Fig. 5). Pour $A \ge 60$, la déstabilisation de la solution diffusive ne s'effectue plus par l'arrivée de perturbations issues des parois latérales mais par la croissance locale d'une instabilité dont l'intensité initiale est liée aux erreurs numériques. Il en résulte que la viscosité $\mu_{d/cv}$ devient indépendante de l'allongement. Si on considère maintenant des perturbations aléatoires ($r = 10^{-3}$, $Bi_{lat} = 0$), les seuils et les temps de déclenchement diffusif/convectif sont constants. Ce résultat s'explique par la nature de la condition initiale : bien que les pertubations initiales diffèrent en fonction de A, elles sont toutes statistiquement équivalentes.

3.2. Cellules convectives à la surface libre

Pour définir les cellules convectives à la surface libre, nous utilisons d'abord un algorithme de Voronoï. Sur la base d'un ensemble de coordonnées correspondant aux centres des cellules de Voronoï (les positions des minima de température), l'algorithme construit des polygones caractérisés par la propriété suivante : l'arête délimitant deux cellules de Voronoï appartient au plan bissecteur séparant les centres de ces cellules. Ensuite, chaque cellule de Voronoï est qualifiée de convective si le maximum du nombre de Péclet défini sur cette cellule Pe_{cell} est supérieur à l'unité. La figure 6 présente la superposition du champ de température à la surface libre et la reconstitution des cellules convectives dans le cas d'une perturbation initiale aléatoire. Les arêtes des cellules de Voronoï passent bien par les maxima de température ce qui permet d'engendrer une bonne représentation des cellules convectives vues à la surface libre. Ces cellules ont une forme torique : le fluide monte le long des arêtes (température chaude) et descend en son centre (température froide). Il faut remarquer que pour une approximation bidimensionelle, ces cellules toriques correspondent à un couple de cellules 2d. Selon la nature des perturbations, des structures assimilées à des rouleaux convectifs sont également visibles, par exemple lorsque l'écoulement est soumis à un échange convectif aux parois latérales (Fig. 7). La reconstruction des rouleaux à partir des cellules de Voronoï repose sur le constat suivant : l'essentiel du champ de vitesse est porté par la direction normale à l'axe du rouleau. Pratiquement, si le champ de vitesse moyen normal à l'interface entre deux cellules adjacentes reconstruites est inférieur à 1% de la norme de la vitesse, les cellules sont fusionnées (Fig. 8). Comme précédemment, les rouleaux sont qualifiés de convectifs si le maximum du nombre de Péclet y est supérieur à l'unité. De nouveau, la reconstruction des rouleaux vus à la surface libre semble en bon accord avec le champ thermique (Fig. 7). Comme pour les cellules de forme torique, la reconstruction d'un rouleau correspond en réalité à un couple de rouleaux contra-





mPa.s, $t = t_{cv}$, $r = 1 \times 10^{-3}$, $Bi_{lat} = 0$, A = 20

Figure 6 Champ de température à la surface libre Figure 7 Champ de température à la surface libre (Perturbation aléatoire), e = 8 mm, $\mu = 140$ (Échange convectif), e = 8 mm, $\mu = 146$ mPa.s, $t = t_{cv}, r = 0, Bi_{lat} = 5.634 \times 10^{-1}, A = 20$

rotatifs. Les résultats présentés sur les figures 6 (perturbation aléatoire) et 7 (échange convectif) sont obtenus pour des viscosités proches et représentent les cas convectifs déterminés lors de la recherche des seuils pour un allongement géométrique de A = 20 et un temps de $t = t_{cv}$ (voir Figs. 4 et 5). Un premier examen rapide de ces deux figures montre que les structures convectives qui se développent dépendent très fortement de la nature des perturbations. Pour l'écoulement issu d'une perturbation initiale aléatoire ($r \neq 0$), la surface libre ne comporte que des cellules. Celles-ci sont essentiellement de forme carrée le long des parois et sur deux rangées de cellules. Au centre de la surface libre, les cellules sont de forme plus complexe. Dans le cas d'un échange convectif aux parois ($Bi_{lat} \neq 0$), deux couples de rouleaux contra-rotatifs se développent le long des parois latérales avec des cellules localisées au centre du récipient et au quatre coins. Ces cellules convectives sont de forme carrée et résultent de l'interaction de rouleaux dont les axes sont orthogonaux.

Nous nous sommes ensuite intéressé à l'évolution des cellules et des rouleaux de convection au cours du temps, pour les deux types de perturbations. Pour cela, on procède au dénombrement N des cellules et rouleaux convectifs, puis au calcul des longueurs d'onde des cellules. La longueur d'onde est définie par $\lambda_{cell} = 4 \times S_{cell}/P_{cell}$ avec S_{cell} l'aire de la cellule et P_{cell} son



Figure 8 Schématisation des champs de vitesse des rouleaux et des cellules, avec n le vecteur normal à une arête pour $e = 8 \text{ mm}, \mu = 146 \text{ mPa.s}, r = 0, Bi_{lat} = 5.634 \times 10^{-1}, A = 20$

périmètre. A la vue des figures 9 et 10, on observe bien le caractère transitoire de l'écoulement



Figure 9 Décompte des cellules (Perturbation Figure 10 Décompte des rouleaux et des cellules aléatoire), $e = 8 \text{ mm}, \mu = 140 \text{ mPa.s}, r = (Échange convectif), e = 8 \text{ mm}, \mu = 146 \text{ mPa.s}, 1 \times 10^{-3}, Bi_{\text{lat}} = 0, A = 20$ $r = 0, Bi_{\text{lat}} = 5.634 \times 10^{-1}, A = 20$

pour lequel le nombre de cellules croît au cours du temps jusqu'à atteindre une valeur maximale autour de t_{cv} , avant de décroître (axe gauche). Dans le cas de l'échange convectif (Fig. 10), le nombre moyen de rouleaux varie entre 4 et 8. Les évolutions des longueurs d'onde des cellules λ_{cell} sont représentées sur les axes droits des figures 9 et 10. Ces longueurs d'onde sont quasiment constantes $\approx 2, 2$, valeur qui est conforme avec le décompte du nombre moyen de cellules/rouleaux pour un allongement de A = 20 (Figs. 6 et 7). La diminution du nombre de cellules se traduit par une légère augmentation de λ_{cell} .

3.3. Comparaison des seuils diffusif/convectif aux travaux de la littérature

Les seuils de transition obtenus dans ce travail ont été confrontés aux données numériques et expérimentales issues de la littérature (Fig. 11). Ces résultats proviennent d'études effectuées avec la même solution solvant-soluté et les même paramètres [3, 4] que notre étude.



Figure 11 Synthèse des résultats numériques et expérimentaux portant sur la détermination des seuils de transition

La courbe rouge indique la zone de transition obtenue par la résolution bidimensionnelle des équations de Navier-Stokes et de l'énergie avec des perturbations initiales aléatoires sur le champ de vitesse [3], donc des perturbations numériques. Les résultats de l'analyse non normale de stabilité linéaire, pour des perturbations initiales en vitesse et une amplification unitaire, sont illustrés par la courbe noire [4]. L'objectif des auteurs étaient la recherche des perturbations initiales optimales permettant d'avoir de la convection. Les symboles (carré et cercle) indiquent les paramètres pour lesquels des expériences ont été menées : les carrés (resp. cercle) correspondent à des écoulements qualifiés de convectifs (resp. diffusifs) expérimentalement. Les résultats de nos simulations tridimensionnelles sont présentés sous forme de barres qui indiquent la dépendance des seuils avec l'allongement. Nos valeurs de seuils sont compatibles avec les études numériques de Touazi *et al* [3] et Doumenc *et al* [4], ainsi qu'avec les résultats expérimentaux de Doumenc *et al* [4]. Nos résultats issus à partir d'échange convectif, perturbations aux conditions limites, permettent d'utiliser une déstabilisation « plus physique »de la solution sans avoir recours aux perturbations aléatoires du champ de température. Les résultats obtenus permettent de montrer qu'il est possible de s'affranchir de toute méthode numérique pour déstabiliser la solution solvant-soluté.

4. Conclusion

Nous avons présenté une étude numérique d'un modèle thermique tridimensionnel et instationnaire de l'évaporation dans l'air d'un mélange de Polyisobutylène/Toluène contenu dans un récipient à base carrée. Pour trois épaisseurs, nous avons recherché les seuils de transition entre des écoulements diffusifs et convectifs. La nature convective ou diffusive a été établie sur la base du maximum du nombre de Péclet au centre de la zone fluide, et le seuil de transition était définit par $\max_t[Pe_{[-1;1]}(\mu_{d/cv},t)] = 1$. Deux types de perturbations ont été étudiés selon qu'elles s'appliquent à l'instant initial ou sur les parois latérales du récipient. Alors que les seuils obtenus avec des échanges convectifs aux parois latérales sont sensibles au rapport de forme du film liquide, ceux-ci sont quasiment constants lorsqu'une perturbation aléatoire est appliquée initialement. Les structures convectives qui se développent au niveau de la surface libre ont également été étudiées dans le cas d'une solution PIB-Toluène. Elles permettent de mettre en évidence dans le cas des simulations avec échange convectif aux parois le développement de rouleaux de convection et de cellules de forme carrée en grande majorité. Les longueurs d'onde sont presque constantes, de l'ordre de 2, 2, et augmentent légèrement lorsque l'écoulement se restabilise. Pour finir, nous avons montré que les seuils que nous avons établis sont bien conformes à ceux donnés par la littérature et que la méthode de perturbation par échange convectif permet de déclencher la convection sans avoir recours à des perturbations aléatoires. La suite des travaux concernera les instabilités convectives dans le cas du régime solutal.

Références

- [1] J. R. A. Pearson, On convection cells induced by surface tension., J. Fluid Mech., 4 (1958) 489-500.
- [2] L. M. Blair, J. A. Quinn, The onset of cellular convection in a fluid layer with time-dependent density gradients., *J. Fluid Mech.*, 36 (1969) 385-400.
- [3] O. Touazi, E. Chénier, F. Doumenc, B. Guerrier, Simulation of transient Rayleigh-Bénard-Marangoni convection induced by evaporation., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 53 (2010) 656-664.
- [4] F. Doumenc, T. Boeck, B. Guerrier, M. Rossi, Transient Rayleigh-Bénard-Marangoni convection due to evaporation : a linear non-normal stability analysis., *J. Fluid Mech.*, 648 (2010) 521-539.
- [5] B. Trouette, E. Chénier, C. Delcarte, B. Guerrier, Numerical study of convection induced by evaporation in cylindrical geometry., *Eur. Phys. J. Special Topics*, 192 (2011) 83-93.
- [6] L.-H. Baudey-Laubier, E. Chénier, Instabilités convectives dans un modèle thermique du séchage d'une solution, *Congrès Français de Mécanique* (Lyon, 24-28 août 2015), 67904.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier l'IDRIS pour la mise à disposition de leur calculateur Ada et de leur serveur d'archives Ergon dans le cadre du projet IDRIS 100527.