## Développement d'une technique de sousstructuration adaptée à des modèles réduits modaux

Benjamin GAUME<sup>1</sup>\*, Frédéric JOLY<sup>1</sup>, Olivier QUEMENER<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry

Antenne de Brétigny sur Orge, IUT d'Evry Val d'Essonne, Département GTE, Chemin de la Tuilerie – 91731 Brétigny sur Orge

\*(auteur correspondant : <u>b.gaume@iut.univ-evry.fr</u>)

**Résumé :** Dans le cadre d'un problème de simulation d'enceintes thermiques couplées de grandes dimensions, nous présentons ici une technique de sous-structuration adaptée à une formulation réduite modale. Cette technique consiste à scinder la géométrie en différentes zones. Un modèle réduit modal est alors appliqué à chaque zone, et le couplage des différents modèles obtenus s'effectue via des résistances thermiques de contact. Cette technique permet à la fois la prise en compte de résistances thermiques physiques entre différents composants du domaine, mais également d'effectuer des coupures fictives au sein d'un même domaine initialement continu, lorsque la grande taille rend difficile l'obtention du modèle réduit global. Appliqué au cas de la simulation d'un constituant d'un méthanier, l'utilisation d'un modèle réduit sous-structuré à 200 modes permet une résolution quasi immédiate (quelques secondes) pour une erreur maximale proche de 1 K et une erreur moyenne de l'ordre de 0,3 K par rapport à un modèle complet de type coque, qui lui nécessite 50 fois plus de temps calcul.

#### Nomenclature

- c capacité thermique  $[J.m^{-3}.K^{-1}]$
- k conductivité thermique  $[W.m^{-1}.K^{-1}]$
- *h* coefficient de convection  $[W.m^{-2}.K^{-1}]$
- T température [K]
- e épaisseur d'une paroi [m]
- *N* dimension du modèle complet
- $\widetilde{N}$  dimension du modèle réduit
- *M* point de l'espace

- t temps [s]
- *x* état d'excitation d'un mode

z valeur propre d'un mode  $[s^{-1}]$ 

Symboles grec

- $\Omega$  domaine
- $\Gamma$  frontière
- $\varepsilon$  écart entre modèles [K]

#### 1. Introduction

Des travaux précédents [1] ont montré l'intérêt d'utiliser des modèles réduits modaux dès lors qu'il s'agit d'effectuer des simulations numériques de problèmes de diffusion thermique pour des géométries nécessitant un grand nombre de degrés de liberté. Une application récente [2] portait sur la simulation d'éléments de méthaniers, appelés cofferdams, qui assurent le maintien mécanique entre deux cuves de GNL à une température de 110 K (voir Fig.1). Afin d'éviter un risque de rupture mécanique liée à une température trop froide des éléments en acier du cofferdam, ce dernier est muni d'un système de chauffage composé de deux tuyaux dans lesquels circule de l'eau glycolée permettant de maintenir une température supérieure à la température de rupture (268 K pour un acier standard). Une problématique majeure est la mise en défaut de ce système de chauffage entrainant un refroidissement du cofferdam et la mise en danger du navire, d'où la nécessité de connaître de façon précise l'intégralité du champ thermique des plaques en acier afin de détecter les points froids.

La modélisation des phénomènes thermiques entre les parois et les tubes nécessite la prise en compte d'une résistance de contact qui s'avère incompatible avec la méthode jusqu'alors utilisée (dite monobloc), dans laquelle les bases modales permettant la réduction du modèle sont calculées pour l'ensemble du domaine. La méthode de sous-structuration modale permet de prendre en compte cette résistance de contact, et a été validée pour des configurations simples [3]. L'objet de cette étude est l'extension de cette technique à des configurations de très grande taille (telle que l'intégralité de la coque d'un navire) pour laquelle il n'est pas possible de calculer une base modale complète, donc d'utiliser la technique monobloc. Pour cela, la structure est découpée artificiellement en plusieurs sous-structures couplées entre elles par des résistances de contact fictives.

#### 2. Résolution par méthode des éléments finis

#### 2.1. Problème physique

Le cofferdam et ses deux tubes de réchauffage constituent initialement les 3 sous-structures physiques définissant le domaine (figure 1). On cherche à simuler la descente en froid du cofferdam provoquée par l'arrêt du système de circulation du fluide caloporteur sur une durée de 30 000 *s*. La condition initiale est la température en fonctionnement nominal.

Les parois du cofferdam sont caractérisées par des épaisseurs *e* différentes (de 1 à 3 *cm*) et des caractéristiques thermiques constantes ( $k = 45 \ W.m^{-1}.K^{-1}$ ,  $c = 3,4 \ MJ.m^{-3}.K^{-1}$ ). Les conditions aux limites choisies sont celles issues de l'US Coast Guard (organisme fédéral américain imposant des normes de calcul). Sur les surfaces extérieures  $\Gamma_{ext}$ , le cofferdam est en contact avec l'atmosphère ( $h_{atm} = 14 \ W.m^{-2}.K^{-1}$ ,  $T_{atm} = 255 \ K$ ), la mer ( $h_{eau} = 120 \ W.m^{-2}.K^{-1}$ ,  $T_{eau} = 273 \ K$ ) et la cuve isolée contenant le GNL ( $h_{GNL} = 0,2 \ W.m^{-2}.K^{-1}$ ,  $T_{GNL} = 110 \ K$ ). On note  $h_{ext}$  et  $T_{ext}$  l'ensemble de ces différentes sollicitations thermiques extérieures (atmosphère, mer, tubes et GNL). Les deux tubes, en acier, sont initialement à la température du fluide caloporteur (eau glycolée à 338 K). Lors de l'arrêt de la circulation de fluide, ces tubes se refroidissent par échange convectif avec l'air contenu dans les enceintes qu'ils traversent.

Compte tenu de la faible épaisseur des parois devant les autres dimensions des plaques constituant le cofferdam (plusieurs mètres), le gradient thermique existant dans l'épaisseur est négligeable : en effet le nombre de Biot calculé dans le cas le plus défavorable  $(h=120 \ W.m^{-2}.K^{-1})$  est très inférieur à 1. En définissant  $(\eta, \zeta)$  les coordonnées locales dans le plan défini par les parois de surface  $\Omega_c$ , on obtient un modèle de type coque [4], défini par  $T(x, y, z) = T(\eta, \zeta)$ . Ce modèle coque a été validé dans [2].

Comme l'indique la figure 1, le cofferdam est constitué de  $N_e$ =20 enceintes fermées. Pour chaque enceinte, un échange convectif s'effectue entre les parois internes de l'enceinte et l'air intérieur considéré à température uniforme inconnue  $T_{int}^{(e)}$ , selon un coefficient d'échange constant ( $h_{int}$ = 4  $W.m^{-2}.K^{-1}$ ). Notons que les parois des tubes traversant l'enceinte font partie de la surface  $\Omega_{int}^{(e)}$  prise en compte. En négligeant l'inertie de l'air (le rapport entre la capacité totale (en J.K<sup>-1</sup>) de l'air et celle de l'acier étant inférieur à 5‰), un simple bilan thermique sur chaque enceinte fermée amène alors :

$$T_{int}^{(e)}(T) = \frac{\int_{\Omega_{int}^{(e)}} T \, d\Omega}{\int_{\Omega_{int}^{(e)}} \, d\Omega} \tag{1}$$

Le découpage du domaine  $\Omega$  en  $N_d$  sous-domaines  $\Omega^{(k)}$  fait apparaître un nombre  $N_{fc}$  de frontières communes à deux sous-domaines  $\Omega^{(i)}$  et  $\Omega^{(j)}$ , notées  $\Gamma_{st}^{(l)}$ , et sur laquelle une

condition de saut de température noté  $[T]_{(i,j)} = T^{(i)} - T^{(j)}$  est appliquée, liée à une résistance de contact  $R_{TC}$ . L'équation de la chaleur sous forme variationnelle définie sur l'intégralité de la structure  $\Omega$  s'écrit alors :

$$\sum_{k=I}^{N_{d}} \int_{\Omega_{c}^{(k)}} e c \frac{\partial T^{(k)}}{\partial t} f^{(k)} d\Omega = -\sum_{k=I}^{N_{d}} \int_{\Omega_{c}^{(k)}} e k \, \vec{\nabla} T^{(k)} \cdot \vec{\nabla} f^{(k)} d\Omega + \sum_{l=I}^{N_{f}} \int_{\Gamma_{st}^{(l)}} \frac{e}{R_{TC}} [T]_{(i,j)} [f]_{(i,j)} d\Gamma$$
$$-\sum_{k=I}^{N_{d}} \left( \sum_{e=I}^{N_{e}} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} T^{(k)} f^{(k)} d\Omega \right) - \sum_{k=I}^{N_{d}} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} T^{(k)} f^{(k)} d\Omega \right)$$
$$+ \sum_{k=I}^{N_{d}} \left( \sum_{e=I}^{N_{e}} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} T_{int}^{(k)} (T) f^{(k)} d\Omega \right) + \sum_{k=I}^{N_{d}} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} T_{ext} f^{(k)} d\Omega \right)$$
(2)

avec  $f^{(k)} \in H_I(\Omega^{(k)})$ , fonction d'essai de chaque corps  $\Omega^{(k)}$ .

#### 2.2. Résolution par éléments finis : le modèle détaillé

La discrétisation du problème (2) par éléments finis de type P1 amène le problème matriciel suivant, en respectant l'ordre des termes précédents:

$$C\dot{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{J}_{st} + \mathbf{H}_{int} + \mathbf{H}_{ext} \end{bmatrix} \mathbf{T} + \mathbf{H}_{int} \mathbf{T}_{int} (\mathbf{T}) + \mathbf{U}_{0}$$
  
=  $\begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{J}_{st} \end{bmatrix} \mathbf{T} + \mathbf{H}_{int} \mathbf{T}_{int} (\mathbf{T}) + \mathbf{U}_{0}$  (3)

Le terme **A** rassemble les termes de diffusion et convection propres à chaque sousdomaine, le terme  $\mathbf{J}_{st}$  correspond aux termes de couplage entre les sous-domaines par l'intermédiaire de la résistance de contact, et la matrice  $\mathbf{H}_{int}$  correspond au terme de convection avec l'air intérieur de chaque enceinte du domaine,  $\mathbf{T}_{int}$  étant le vecteur de température d'air de chaque enceinte. La dimension de l'équation (3) *N* tient compte du saut de température aux frontières communes. En appelant  $N^{(k)}$  le nombre de nœuds pour chaque sous-domaine, on peut écrire :

$$N = \sum_{k=1}^{N_d} N^{(k)}$$
 (4)

Le terme de couplage entre l'air intérieur et les parois (Eq. (1)) s'exprime sous forme discrétisée selon :

$$\mathbf{T}_{\text{int}} = \mathbf{U}_{\text{cpl}} \mathbf{T} \tag{5}$$

où  $\mathbf{U_{cpl}}$  est une matrice de dimension ( $N_e$ , N).

Le problème discret est défini par les Eqs. (3) et (5). Ces deux équations sont résolues de manière itérative, afin d'éviter de faire apparaître une matrice pleine  $\mathbf{H}_{cpl} = \mathbf{H}_{int} \mathbf{U}_{cpl}$  de dimension (*N*, *N*) incompatible avec la méthode des éléments finis.

Dans l'application traitée, une étude de sensibilité impose un maillage de 21 548 nœuds dans le cofferdam et 6 600 nœuds par tube. La résolution d'un problème transitoire sur une durée de 30 000 s, à pas de temps variable limité à 100 s, s'effectue en un temps CPU de 60 s.

La figure 2 permet de visualiser la descente en froid du cofferdam et d'un tuyau de réchauffage pour les points A et B donnés sur la figure 1. On note que l'inertie due aux tubes de réchauffage permet de maintenir la température des raidisseurs en acier à une valeur proche de 290 K pendant près d'une heure, et donc retarde le risque de rupture.

#### 3. Méthode modale

#### **3.1. Principe**

Le découpage du domaine complet en  $N_d$  sous-domaines  $\Omega^{(k)}$ , délimités par leurs frontières  $\Gamma^{(k)}$ , permet de calculer une base de Branche pour chaque corps, obtenue par la résolution d'un problème aux valeurs propres qui s'écrit sous forme variationnelle :

$$\forall M \in \Omega^{(k)}, \quad k \nabla^2 V_i^{(k)} = z_i^{(k)} c V_i^{(k)}$$
 (6)

$$\forall M \in \Gamma^{(k)}, \quad k \ \vec{\nabla} V_i^{(k)} \cdot \vec{n} = -z_i^{(k)} \ \zeta \ V_i^{(k)} \tag{7}$$

où  $z_i^{(k)}$  et  $V_i^{(k)}$  sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de la base de branche. Le nombre de Steklov  $\zeta$  permet l'homogénéité dimensionnelle de la condition aux frontières et évite la dégénérescence du problème modal de branche.

A partir des différentes bases complètes et en s'appuyant sur la connaissance d'un modèle de référence, une technique dite d'amalgame permet la réduction de chaque base correspondant aux différents sous-domaines  $\Omega^{(k)}$  du domaine  $\Omega$ . Cette technique de réduction a déjà été présentée dans différents articles [1] [2] [5]. On obtient ainsi pour chaque corps une base réduite  $\left(\tilde{z}_i^{(k)}, \tilde{V}_i^{(k)}\right)$ . On définit  $\hat{V}_i^{(k)}$  l'extension d'un vecteur  $\tilde{V}_i^{(k)}$  prolongé par zéro sur l'intégralité du domaine  $\Omega$ .

Tout champ de température sur le domaine complet  $\Omega$  peut alors se projeter sur la base réduite complète de dimension  $\hat{N} = \sum_{l}^{N_d} \tilde{N}^{(k)}$ :

$$T(M,t) \approx \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{i=1}^{\tilde{N}^{(k)}} \tilde{x}_i^{(k)}(t) \tilde{V}_i^{(k)}(M) \cong \sum_{p=1}^{\tilde{N}} \hat{x}_p(t) \tilde{V}_p(M)$$
(8)

#### 3.2. Equation d'état et résolution du problème sous-structuré réduit

L'équation d'état permettant la résolution du problème modal s'effectue d'une manière analogue à celle utilisée pour un seul corps ([1] [2]) : dans l'équation (2), le champ de température T(M,t) est remplacé par sa projection dans la base modale réduite (Eq. (8)), et chaque fonction d'essai  $f^{(k)}$  est exprimée comme un des vecteurs  $\hat{V}_q$  de la base.

Comme l'équation d'état du problème amène des matrices pleines de taille réduite, l'expression de la température de l'air intérieur de chaque enceinte  $T_{int}^{(e)}$  en fonction des températures des parois (Eq. (1)) est cette fois directement intégrée dans l'équation de la chaleur (Eq. (2)). On obtient la relation suivante :

$$\begin{split} &\sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{k=I}^{N_d} \int_{\Omega_c^{(k)}} e \, c \, \hat{V}_p \, \hat{V}_q \, d\Omega \frac{d\hat{x}_p}{dt} = -\sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{k=I}^{N_d} \int_{\Omega_c^{(k)}} e \, k \, \nabla \hat{V}_p \, \nabla \hat{V}_q \, d\Omega \, \hat{x}_p \\ &+ \sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{l=I}^{N_d} \int_{\Gamma_{st}^{(l)}} \frac{e}{R_{TC}} \Big[ \hat{V}_p \, \Big]_{(i,j)} \Big[ \hat{V}_q \, \Big]_{(i,j)} \, d\Gamma \, \hat{x}_p \\ &- \sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{k=I}^{N_d} \left( \sum_{e=I}^{N_e} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} \, \hat{V}_p \, \hat{V}_q \, d\Omega \right) \hat{x}_p - \sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{k=I}^{N_d} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} \, \hat{V}_p \, \hat{V}_q \, d\Omega \right) \hat{x}_p \\ &+ \sum_{p=I}^{\hat{N}} \sum_{k=I}^{N_d} \left( \sum_{e=I}^{N_e} \frac{1}{\int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} \, d\Omega} \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} \, \hat{V}_q \, d\Omega \int_{\Omega_{int}^{(k,e)}} h_{int} \, \hat{V}_p \, d\Omega \right) \hat{x}_p + \sum_{k=I}^{N_d} \left( \int_{\Omega_{ext}^{(k)}} h_{ext} \, T_{ext} \, \hat{V}_q \, d\Omega \right) \right) \end{split}$$

Après discrétisation, cette relation (9) peut s'exprimer de façon bien plus compacte sous forme matricielle, en notant  $\widehat{\mathbf{V}} [N_{STR}, \widehat{N}]$  la matrice définissant la base réduite :

$$\left[\widehat{\mathbf{V}}^{\mathsf{t}}\widehat{\mathbf{C}}\widehat{\mathbf{V}}\right]\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \left[\widehat{\mathbf{V}}^{\mathsf{t}}\left(\mathbf{K} + \mathbf{J}_{\mathsf{st}} + \mathbf{H}_{\mathsf{int}} + \mathbf{H}_{\mathsf{ext}} + \mathbf{H}_{\mathsf{cpl}}\right)\widehat{\mathbf{V}}\right]\mathbf{X} + \widehat{\mathbf{V}}^{\mathsf{t}}\mathbf{U}_{\mathbf{0}}$$
(10)

#### 4. Résultats

Les résultats sont présentés en termes de temps de calcul de résolution de l'Eq. (10) et d'écarts de température maximum et moyen par rapport au modèle détaillé (Eq. (3)) dans les tableaux 1 et 2, pour différents découpages, différentes conditions aux limites et différents ordres de réduction. Deux configurations sont testées, la première correspond au cas de référence utilisé pour la procédure de réduction par amalgame ( $\beta = 1$ ), alors que la seconde est caractérisée par des coefficients d'échange tous augmentés d'un facteur  $\beta = 1,4$ .

# 4.1. Etude d'un sous-domaine pour la modélisation de résistances thermiques de contact réelles

Dans un premier temps, le découpage en sous-domaines suit le découpage physique, c'est à dire le cofferdam (ST<sub>1</sub>) et les deux tuyaux de réchauffage (ST<sub>2</sub> et ST<sub>3</sub>). La résistance thermique entre les différentes sous-structures a une réalité physique et est estimée à  $R_{TC} = 1 W^{-1} .m^2 .K$ . Les différentes simulations modales sont effectuées en gardant 40 modes pour les tubes de chauffage et en variant le nombre de modes pour le cofferdam. La construction du modèle modal effectuée hors ligne (calcul de la base et réduction) nécessite un temps calcul de 1 582 *s*.

Lorsque les conditions aux limites de la simulation correspondent à celles utilisées pour la réduction ( $\beta$ =1) l'écart est déjà très faible avec uniquement 120 modes (à comparer aux 34 748 nœuds du maillage initial), puisque l'écart maximum est de l'ordre de 0,7 K et l'écart moyen de 0,03 K, avec un gain en temps de calcul supérieur à 60, montrant ainsi l'efficacité de la méthode pour des problèmes caractérisés par des structures couplées par une résistance thermique de contact.

Lorsque les conditions aux limites diffèrent de celles utilisées lors de la réduction ( $\beta$ =1,4), les performances se dégradent, puisque même avec 240 modes, l'écart maximum est supérieur à 0,5 *K* pour un gain en temps de calcul de 20. Cette dégradation doit tout de même être

Ordre du modèle réduit $(ST_1 ST_2 ST_3)$		$\beta = 1$		$\beta = 1,4$			
	t <sub>CPU</sub> (s)	$\mathcal{E}_{\max}(\mathbf{K})$	$\overline{\varepsilon}$ (K)	t <sub>CPU</sub> (s)	$\mathcal{E}_{\max}(\mathbf{K})$	$\overline{\varepsilon}$ (K)	
120 (40 - 2×40)	0,99	0,73	0,031	1,08	1,82	0,149	
140 (60 - 2×40)	1,17	0,40	0,021	1,25	1,23	0,135	
160 (80 - 2×40)	1,44	0,33	0,016	1,50	0,83	0,114	
200 (120 - 2×40)	2,15	0,18	0,010	2,23	0,82	0,089	
240 (160 - 2×40)	2,80	0,17	0,007	2,93	0,63	0,071	

relativisée, puisque même avec un modèle réduit à 120 degrés de liberté l'écart maximum est inférieur à 2 K et l'écart moyen est inférieur à la sensibilité d'un thermocouple.

Tableau 1 : Erreur absolue maximale et moyenne pour différents ordres de réduction pour 3 ST

#### 4.2. Etude d'une sous structure pour le découpage d'un domaine continu

En plus des 2 tubes, le cofferdam a été artificiellement découpé en 4 sous-domaines représentés sur la figure 4 et couplés entre eux par une résistance de contact fictive. Il s'agit alors de vérifier si la méthode est capable de réduire un tel problème. La première étape est de trouver une valeur optimale pour la valeur de la résistance de contact thermique fictive. En effet, une résistance trop importante fausse les résultats en introduisant un saut de température non physique trop important. Par contre, à cause de la réduction de la base modale, imposer un saut de température trop faible à l'interface induit une erreur importante dans le calcul des flux, et donc des écarts de températures importants non plus à l'interface, mais dans le domaine. Après une étude de sensibilité, la valeur  $R_{TC}=10^{-4} W^{1}.m^{2}.K$  a été choisie.

Ordre du modèle réduit (ST <sub>11</sub> ,ST <sub>12</sub> ,ST <sub>13</sub> ,ST <sub>14</sub> ,ST <sub>2</sub> ,ST <sub>3</sub> )		$\beta = 1$		$\beta = 1,4$		
	t <sub>CPU</sub> (s)	$\mathcal{E}_{\max}(\mathbf{K})$	$\overline{\varepsilon}$ (K)	$t_{CPU}(s)$	$\mathcal{E}_{\max}(\mathbf{K})$	$\overline{\varepsilon}$ (K)
120 (4×10- 2×40)	0,68	1,29	0,060	0,71	1,92	0,165
140 (4×15- 2×40)	0,83	0,93	0,045	0,82	2,30	0,143
160 (4×20- 2×40)	0,97	0,66	0,033	0,89	1,04	0,123
200 (4×30- 2×40)	1,10	0,47	0,019	1,18	1,07	0,093
240 (4×40- 2×40)	1,31	0,35	0,014	1,36	0,96	0,076

Tableau 2 : Erreur absolue maximale et moyenne pour différents ordres de réduction pour 6 ST

La figure 3 représente l'évolution temporelle de l'écart avec le modèle détaillé aux points A et B (voir figure 1) pour les deux découpages avec 200 modes. Il apparaît nettement que l'erreur est plus importante pour les premiers pas de simulation et tend à se stabiliser vers une valeur inférieure à 0,1K. Lorsque l'on compare les deux découpages en fonction du nombre de modes, le deuxième découpage semble moins pertinent, puisque pour  $\beta=1$  et 160 modes, par exemple, les écarts maximum et moyen sont environ 2 fois plus importants. Cette nécessité d'utiliser un plus grand nombre de modes s'explique facilement : puisque chaque sousdomaine demande un nombre minimum de modes pour restituer un champ de température, l'augmentation du nombre de sous-domaines entraîne une augmentation du nombre total de modes.

Cependant, lorsque cette comparaison est faite en fonction du temps de calcul, le modèle réduit d'ordre 160 du deuxième découpage doit plutôt être comparé au modèle réduit d'ordre 120 du premier découpage, où les écarts sont du même ordre de grandeur. Cela se vérifie également dans le cas  $\beta$ =1,4, pour lequel un modèle réduit à 3 sous-domaines et 140 modes est simulé en un temps égal à un modèle réduit à 6 sous-domaines et 200 modes. Les résultats en termes de précision sont alors sensiblement égaux.

Cette différence de temps de calcul entre modèles réduits de même ordre (et donc entre problèmes matriciels de même dimension) s'explique par la structure des matrices et l'algorithme de résolution employé. Le problème matriciel est résolu par les bibliothèques BLAS et LAPACK, qui utilisent une partition par blocs des matrices. Or la structure matricielle du problème sous-structuré se prête bien à ce genre de partition puisque la sous-structuration fait naturellement apparaitre des blocs nuls correspondant aux sous-domaines qui ne sont pas couplés entre eux.

L'intérêt majeur de ce nouveau découpage vient du temps de calcul mis pour construire le modèle modal (Eqs. (6-7) et Eq. (8)), puisqu'il est plus simple et plus rapide de résoudre  $N_d$  problèmes de dimension  $[N^{(k)} \times N^{(k)}]$  plutôt qu'un seul problème de dimension  $[N \times N]$ . Ainsi, en découpant de manière artificielle le cofferdam, le temps de calcul nécessaire à la construction du modèle réduit diminue de 1582 *s* à 418 *s*, soit quasiment un facteur 4.

#### 5. Conclusion

L'objectif de cette étude était double : il s'agissait d'une part d'étudier la faisabilité d'utiliser un modèle sous-structuré réduit pour une géométrie composée de nombreuses enceintes thermiques couplées entre elles, lorsque des contacts imparfaits entre différents composants font apparaître des sauts de température à l'interface. Le contexte industriel nécessitait en outre d'avoir une précision en tout point du domaine, puisque l'objectif est la détection de point froid dans le cofferdam. Nous avons montré l'intérêt de cette méthode, puisque dans un cas différent du problème de référence permettant l'obtention du modèle réduit, l'erreur maximale par rapport à un modèle complet de type coque est inférieure à 1 K, tout en étant 40 fois plus rapide. Cependant le prix à payer est l'obtention de la base initiale à partir de laquelle est construite la base amalgamée.

Le second objectif était alors d'étudier la pertinence de cette technique pour un découpage artificiel d'un domaine initialement continu. Là encore, les résultats sont très satisfaisants, puisque l'on retrouve le même rapport précision du modèle - gain de temps calcul, tout en divisant le temps de création du modèle réduit d'un facteur 4. Cependant, un travail reste à faire pour déterminer de manière automatique l'ordre de grandeur optimum de la résistance thermique de contact fictive. Cette étude fait ainsi la preuve de l'efficacité de la technique modale sous-structurée, qui pourrait donc être étendue sur l'intégralité de la structure du navire.

#### Références

- [1] O. Quéméner, A. Neveu, E. Videcoq, A specific reduction method for the branch modal formulation: Application to a highly non-linear configuration, IJTS, 46, (2007), 890-907
- [2] B. Gaume, F Joly, O. Quéméner, Utilisation de modèles réduits pour la simulation du comportement thermique d'enceintes de géométries complexes, SFT2015, 26-29 mai 2015, La Rochelle, France.
- [3] P. O. Laffay, O. Quemener, A. Neveu, Developing a method for coupling branch modal models, IJTS, 48, (2009), 1060–1067.
- [4] EDF Code\_Aster, Formulation d'un modèle de thermique pour les coques minces, (2013)
- [5] O. Quéméner, F. Joly, and A. Neveu, The generalized amalgam method for modal reduction, Int. J. Heat and Mass Transfer, 55 (2012), 1197–1207

**Remerciements :** Nous tenons à remercier l'entreprise GazTransport & Technigaz pour son soutien financier.

### 6. Figures



Figure 1 : Représentation d'un cofferdam sous-structuré



*Figure 2* : Evolution temporelle de température sur le cofferdam et sur un tube



*Figure 3 :* Evolution temporelle des écarts des deux modèles réduits à 200 modes



Figure 4 : Découpage du cofferdam