

Détermination de la répartition spatiale optimale des sources thermiques dans un plateau chauffant

Moaine JEBARA, Sofiane BELHABIB*, Lionel BOILLEREAUX, Michel HAVET, Pierre MOUSSEAU, Alain SARDA, Rémi DETERRE

LUNAM Université, Université de Nantes, ONIRIS, CNRS, GEPEA, UMR 6144, IUT de Nantes, France.
(* auteur correspondant : IUT de Nantes, 2 avenue du Professeur Jean Rouxel, 44475 CARQUEFOU Cédex, Sofiane.Belhabib@univ-nantes.fr)

Résumé - Dans ce travail, on s'intéresse à l'optimisation du chauffage d'un outillage (plateau chauffant) utilisé dans la mise en forme de matériaux composites à hautes températures (~400°C). L'objectif recherché est d'assurer la maîtrise du champ de température en tout point à la surface de l'outillage qui doit reproduire un champ consigne donné afin de chauffer un moule ayant une forme complexe. Pour ce faire, une procédure a été mise en place afin de déterminer la répartition spatiale optimale des sources thermiques de chauffage. La démarche proposée comporte deux étapes : (i) la définition d'une courbe paramétrée qui définit la répartition spatiale des sources de chauffage dans l'épaisseur du plateau chauffant et (ii) l'utilisation d'une méthode inverse couplant un algorithme d'optimisation stochastique avec un code de calcul par éléments finis. Cette deuxième étape permet d'ajuster cette courbe afin d'obtenir un champ de température simulé le plus proche possible de celui voulu à la surface du plateau. On étudie l'évolution de cet écart entre les champs de température en fonction du nombre de sources retenu ainsi que la consommation énergétique.

Nomenclature

H	Hauteur du plateau chauffant (m)	n	Nombre de sources
L	Largeur du plateau chauffant (m)	ρ	Masse volumique ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
α et β	Paramètres de la courbe à optimiser	C_p	Capacité calorifique ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
$T^{con}(x)$	Température consigne ($^{\circ}\text{C}$)	λ	Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
T_{min}^{con}	Valeur minimale de T^{con} ($^{\circ}\text{C}$)	Q	Puissance totale des sources ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$)
T_{max}^{con}	Valeur maximale de T^{con} ($^{\circ}\text{C}$)	$y(x, \alpha, \beta)$	Courbe paramétrée
\tilde{T}^{con}	Température normalisée entre [0,1]	ΔT	Ecart quadratique moyen de température ($^{\circ}\text{C}$)

1. Introduction

L'amélioration de l'efficacité énergétique des systèmes industriels devient aujourd'hui une nécessité en termes de consommation d'énergie, de temps de production, de qualité et de reproductivité d'un produit.

Dans ce travail, on s'intéresse au dimensionnement d'un plateau chauffant d'une presse utilisée dans la mise en forme de pièces en composites. A la différence des procédés classiques, la température à atteindre pour la mise en forme de ces matériaux avoisine 500°C . Pour ce type de matériaux, l'écart maximal absolu de température souhaité entre la consigne et la mesure à l'interface plateau/moule est de 5°C sur la gamme $80\text{-}450^{\circ}\text{C}$. Ce critère est important car il permet de garantir une qualité optimale des pièces. A ces températures, le coût énergétique est un élément clé à prendre en compte. Cela implique donc un chauffage maîtrisé pour apporter la quantité optimale d'énergie qui assure une qualité de pièce acceptable. Ce chauffage doit être assuré par des sources thermiques localisées dans le plateau (Figure 1). Ces sources peuvent être soit des résistances électriques soit des canaux où circule un fluide caloporteur.

Bon nombre de méthodes concernant l'amélioration du transfert de chaleur dans un échangeur thermique sont relatées dans la littérature. On peut citer Abdalrahman *et al.* [1] qui ont investigué l'effet de la longueur et de la disposition des canaux et leurs profils sur l'efficacité des échanges thermiques en comparant le temps de chauffage et la variance de température à la surface. Ils ont conclu que la forme de section des canaux de chauffage avait peu d'influence sur l'efficacité thermique du plateau et que le paramètre le plus important est leur disposition. Ainsi l'agencement en parallèle des canaux est le modèle qui permet d'avoir la meilleure efficacité thermique. D'autres comme Li *et al.* [2] ou Wang *et al.* [3] se sont concentrés sur l'optimisation de l'espace dans un moule en se concentrant pour l'un sur le positionnement des canaux de refroidissement sans interaction avec les autres composants du moule et pour l'autre, sur la mise en œuvre des deux systèmes de chauffage et de refroidissement dans les mêmes canaux. Ces deux méthodes présentent des limites : (i) le placement des canaux dans le moule ne dépend que de l'emplacement des autres composants, (ii) l'utilisation des mêmes canaux pour le chauffage et le refroidissement présente des limites concernant l'efficacité des deux opérations.

Dans cette étude, on propose le développement d'une méthode simple et rapide pour le dimensionnement du système de chauffage des plateaux chauffants. En effet, le plateau chauffant doit générer un profil de température consigne à sa surface assurant une cuisson optimisée de la pièce moulée. L'optimisation de ce profil de température ainsi que le système de régulation se chargeant de maintenir ce chauffage lors de la mise en place du moule ne font pas l'objet du présent travail.

2. Description du problème physique étudié

L'objectif de cette étude est l'optimisation spatiale des sources permettant le respect du profil de température de consigne T^{con} à la surface du plateau. Le plus souvent, cette optimisation est

effectuée à l'aide des solutions analytiques simples de l'équation de la chaleur en régime permanent ([4]-[5]). Cette approche est intéressante car elle permet de converger très rapidement vers une solution. Cependant, elle n'est pas adaptée à des configurations complexes en régime transitoire.

La figure 1 donne une représentation schématique du problème étudié. Le moule contenant la pièce en composites à cuire est maintenu en sandwich entre deux plateaux chauffants. Le transfert de chaleur se fait par conduction entre les éléments chauffants et les plateaux puis entre les plateaux et le moule. Dans ce qui suit, on s'intéresse à un modèle 2D du plateau chauffant, avec des sources ponctuelles de puissances égales (Figure 1). Dans ce travail, nous proposons une démarche simple qui permet de placer les éléments chauffants avec pertinence dans l'épaisseur des plateaux.

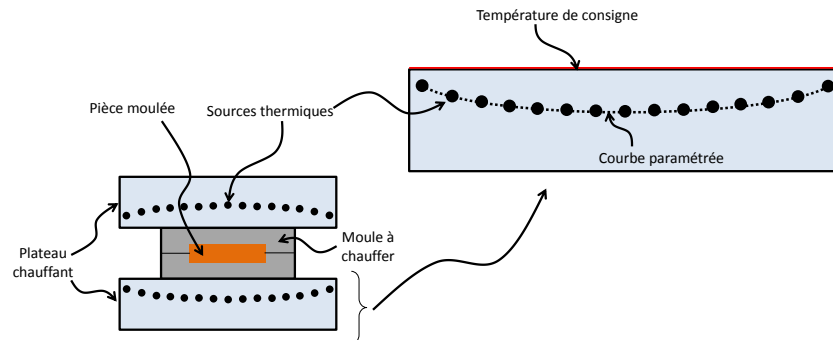


Figure 1: Représentation schématique du plateau chauffant contenant des sources thermiques

3. Démarche d'optimisation proposée

Dans une démarche conventionnelle, la recherche du nombre et de la position des sources permettant d'obtenir la consigne souhaitée serait très délicate car un grand nombre de paramètres devraient être optimisés. L'originalité de notre démarche consiste tout d'abord à définir une courbe paramétrée le long de laquelle seront distribuées les sources ponctuelles équidistantes. Cette courbe paramétrée est définie selon une homothétie de l'allure de la température de consigne à la surface du plateau. A partir de cette homothétie, on définit la courbe des positions des sources avec seulement deux paramètres à optimiser. En réduisant ainsi considérablement le nombre de paramètres d'optimisation, on diminue très nettement le temps de calcul. La procédure générale est décrite sur la Figure 2. La résolution de l'équation de la chaleur est réalisée par le code de calcul par éléments finis Comsol[®] et l'optimisation est basée sur l'algorithme stochastique « Pattern Search » implémenté dans le logiciel Matlab[®] [6, 7].

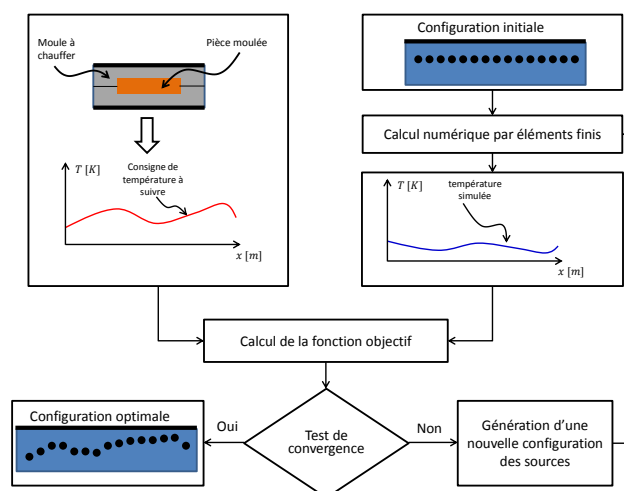


Figure 2: Représentation schématique de l'algorithme de calcul.

3.1. Etape 1 : Normalisation de la courbe donnant la température de consigne

L'idée de départ consiste à reproduire des isothermes ayant une forme similaire à celle recherchée à la surface du plateau chauffant quelle que soit la température de consigne. La première étape consiste à normaliser la courbe de la température de consigne (Equation (1)) pour obtenir une courbe ayant la même allure mais évoluant entre 0 et 1. Une représentation graphique est donnée dans la Figure 3(a,b).

$$\tilde{T}^{con}(x) = \frac{T^{con}(x) - T_{min}^{con}}{T_{max}^{con} - T_{min}^{con}} \quad (1)$$

3.2. Etape 2 : Définition de la position $y(x)$ des sources ponctuelles.

La deuxième étape consiste à décrire la courbe paramétrée des positions des sources à l'aide d'une homothétie. Cette homothétie nous permet de positionner les sources de chaleur dans le plateau de dimension $(L \times H)$ avec la même allure que la température consigne à la surface du plateau (Figure 3).

Par ailleurs, une épaisseur minimale de sécurité pour que la courbe $y(x, \alpha, \beta)$ générée n'atteigne pas les deux faces horizontales du plateau doit être prise en compte dans les paramètres de l'homothétie. Cette épaisseur pourra être déterminée à partir de contraintes technologiques telles la résistance mécanique (contrainte / déformation maximale).

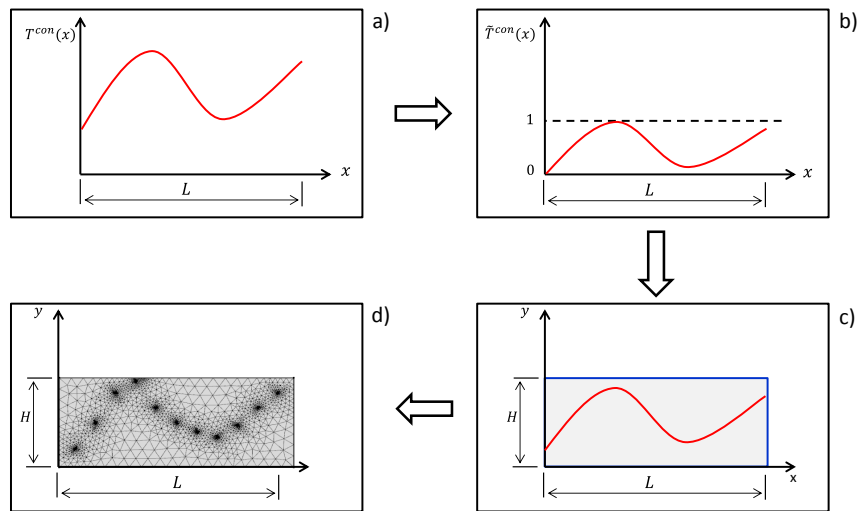


Figure 3: a) Profil de température souhaité $T^{con}(x)$; b) courbe normalisée \tilde{T}^{con} ; c) courbe paramétrique $y(x, \alpha, \beta)$ définissant la position des sources dans le plateau et d) modèle éléments finis avec n sources ponctuelles.

Afin de pouvoir optimiser la position des sources dans le plateau, nous avons intégré deux paramètres α et β :

$$y(x, \alpha, \beta) = \alpha * \tilde{T}^{con}(x) + \beta \quad (2)$$

Comme on peut le remarquer, cette définition de la courbe paramétrique nécessite uniquement deux paramètres α et β d'optimisation et permet de balayer une grande plage de possibilités tout en gardant l'allure des isothermes (Figure 4).

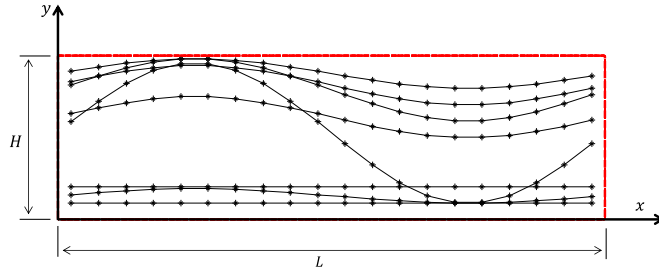


Figure 4 : Exemple de courbes $y(x, \alpha, \beta)$ obtenue en faisant varier les paramètres α et β .

4. Modélisation des échanges thermiques dans le plateau

Le transfert de chaleur opéré lors de phase de chauffage est régi par l'équation de la chaleur avec un terme source :

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + Q \quad (3)$$

Les conditions aux limites sont représentées schématiquement sur la Figure 5. Sur la face inférieure du système, une condition adiabatique est appliquée. Sur les faces latérales et supérieures, les conditions aux limites sont considérées convectives avec une température $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. Le coefficient de convection h est de $5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ sur les faces latérales et de $100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ sur la face supérieure.

Le logiciel de calcul par éléments finis Comsol-Multiphysics[®] est utilisé pour résoudre l'ensemble des équations régissant le transfert de chaleur au sein du plateau. Le maillage retenu contient quelques milliers d'éléments triangulaires à 3 nœuds avec une interpolation parabolique. Le maillage est raffiné à proximité des zones où les gradients de température sont importants, notamment aux abords des sources de chaleur et de la face supérieure du plateau.

Le plateau chauffant est un rectangle de dimension ($0,15 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$) en acier caractérisé par : $\rho = 7874 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $C_p = 475 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ et $\lambda = 45 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$. Les sources de chaleur sont de même puissance et ont des abscisses équidistantes.

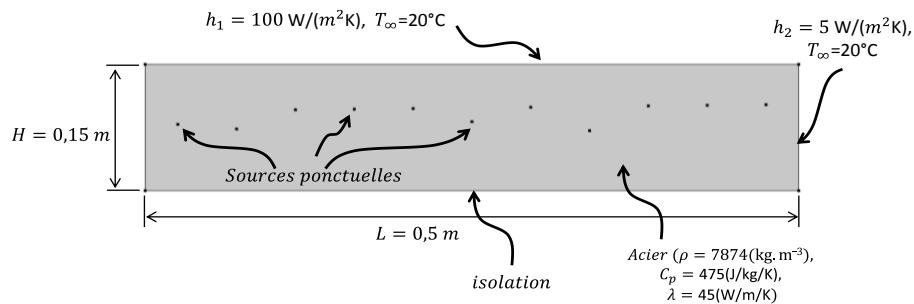


Figure 5 : Géométrie et conditions aux limites du modèle 2D du plateau chauffant étudié

5. Résultats et discussion

Afin de valider la démarche proposée, deux températures de consignes sont utilisées et définies par les expressions données ci-dessous.

$$\text{Consigne linéaire : } T^{con}(x) = 200 \cdot x + 400 \quad [^\circ\text{C}] \quad (4)$$

$$\text{Consigne parabolique : } T^{con}(x) = 1600 \cdot x^2 - 800 \cdot x + 500 \quad [^\circ\text{C}] \quad (5)$$

Où x est la distance en mètre selon la longueur du plateau.

La boucle d'optimisation décrite dans la Figure 2 permet de déterminer les paramètres α et β qui minimisent l'écart quadratique moyen ΔT entre $T^{con}(x)$ et $T^{sim}(x)$ donné par l'équation (6).

$$\Delta T = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{n-1} [T^{con}(x_i) - T^{sim}(x_i)]^2} \quad (6)$$

où n est le nombre de points d'évaluation de la température à la surface du plateau et qui correspond au nombre de sources de chaleur retenu. Les points se trouvant sur la verticale des deux sources localisées sur les extrémités du plateau ne sont pas pris en compte dans le calcul de l'écart ΔT étant donné qu'ils sont très sensibles aux effets de bord. Avec seulement deux paramètres et un modèle avec des sources thermiques ponctuelles de puissance égale, le calcul est rapide et une convergence est obtenue au bout d'une centaine d'itérations, soit une dizaine de minutes avec un processeur Intel i7 4800 MQ. Les résultats obtenus sont illustrés dans Figure 6 avec une bonne concordance entre la simulation et la température consigne.

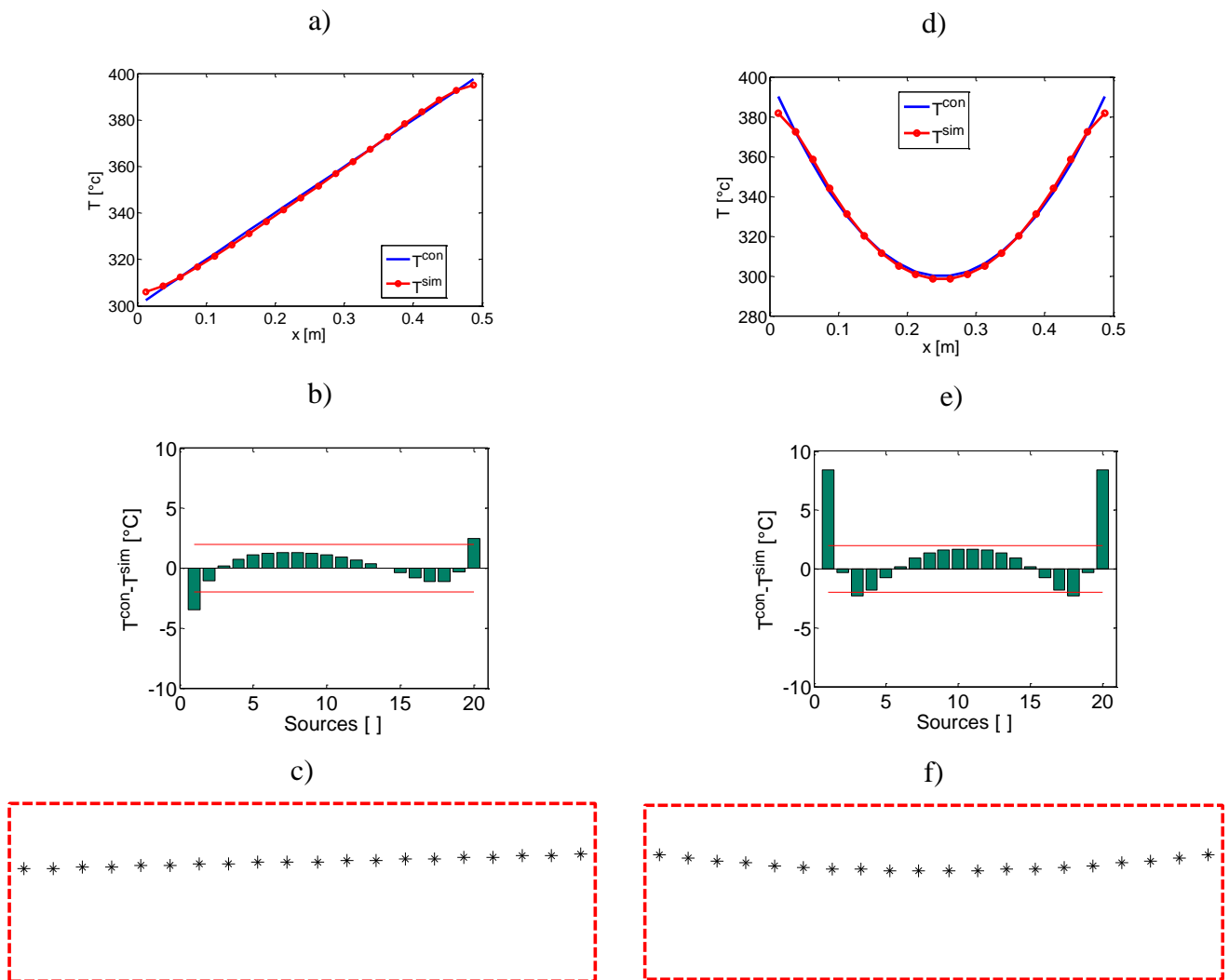


Figure 6: (a,b) comparaison entre la température simulée à la surface du plateau et la consigne, (c,d) écart entre ces températures, (e,f) positions finales dans le plateau des sources thermiques.

Les figures 6 (aa)

,b) représentent les profils de températures à la surface du plateau pour les deux consignes imposées. On remarque une bonne concordance entre la température simulée et consigne avec des

écarts quadratiques moyens de 1,2 °C et 2,4°C pour les profils linéaire et parabolique respectivement. Ces résultats sont obtenus en régime transitoire pour 3 minutes de chauffage.

Une fois que la courbe paramétrée $y(x, \alpha, \beta)$ est déterminée, on remarque que l'écart obtenu entre la température simulée et la consigne à la surface des plateaux n'est pas constant (Figure 6 (c,d)). En effet, certaines positions donnent lieu à des écarts plus importants que d'autres. On remarque que la plus grande disparité entre les deux courbes est située aux points extrêmes où la différence de température peut être facilement supérieure à 5°C. Ceci est dû principalement à l'effet de bord. Afin de ne pas dépasser les écarts de température souhaités pour l'application industrielle envisagée, il serait intéressant de lancer une deuxième boucle d'optimisation sur la position des sources se trouvant sur les deux extrémités.

La Figure 6(e,f) représente les positions finales des sources de chauffage. Le calcul converge rapidement vers ces positions du fait que l'on travaille avec deux paramètres d'optimisation d'où l'avantage de cette méthode.

Après avoir validé la faisabilité de la démarche proposée, nous proposons de l'exploiter dans l'analyse de l'effet du nombre de sources équidistantes avec un profil linéaire de température consigne Ainsi, quatre calculs (Tableau 1-calculs #2 à #5) d'optimisation ont été réalisés avec 10, 13, 15 et 17 sources de chaleur. Le calcul #1, quant à lui, correspond à l'optimisation ayant donné les résultats de la Figure 6 (a,b,c). Les résultats montrent que l'écart de température est inversement proportionnel au nombre de sources comme on pouvait s'y attendre. En effet, avec un nombre insuffisant de sources de chaleur (calcul #5), l'écart ΔT est proche de 20°C. Cette démarche peut donc être exploitée pour déterminer le nombre de sources optimal en fonction de l'écart de température souhaité.

La variation de l'énergie fournie aux sources a été également analysée (Figure 6 calculs #6 à 8#). On remarque que le calcul #7 réalisé avec une énergie réduite de 50% par rapport à celle du calcul #1 donne un toujours bon accord entre la température simulée et la consigne. Toutefois, la réduction de cette énergie a une limite comme le montre le calcul #8. Il est intéressant alors d'intégrer un critère énergétique à la démarche d'optimisation proposée afin d'obtenir l'équation de la courbe paramétrée $y(x, \alpha, \beta)$ qui minimise à la fois l'énergie consommée par le plateau et l'écart de température.

Calcul	Energie consommée [10^6 J]	Nombre de sources	ΔT [°C]
#1	75,6	20	1,2
#2	75,6	17	4,5
#3	75,6	15	7,5
#4	75,6	13	11,3
#5	75,6	10	19,4
#6	$75,6 \times 0,75$	20	1,1
#7	$75,6 \times 0,50$	20	1,2
#8	$75,6 \times 0,25$	20	16,3

Tableau 2 : Etude de l'influence du nombre de sources (calculs #2 à #5) et de la consommation énergétique (calculs #6 à #8) sur l'écart quadratique moyen ΔT .

Pour une efficacité énergétique optimale, la méthode développée dans ce travail nous permet de déterminer, à la fois, le nombre minimal de sources et la puissance optimale pour le dimensionnement spatial d'un plateau chauffant avec un profil de température consigne à sa surface.

6. Conclusion :

Dans ce travail, une nouvelle méthode de dimensionnement des éléments de chauffage de plateaux utilisés dans la mise en forme des composites est présentée. Dans un premier temps, la forme de la température consigne est exploitée afin de déterminer la position des sources de chauffage. Cette approche est utilisée afin de reproduire les isothermes à la surface du plateau de chauffage. Dans un second temps, une boucle d'optimisation à deux paramètres est mise en œuvre afin de repositionner les sources dans le plateau tout en gardant les isothermes et en assurant un calcul rapide.

Les résultats obtenus permettent de valider cette démarche de dimensionnement d'un plateau chauffant répondant à une température consigne donnée à sa surface. Par la suite, ces travaux seront réinvestis afin de modéliser en trois dimensions un système complet d'une presse comprenant les plateaux chauffants et le moule.

Références

- [1] Abdalrahman, R., et al., Numerical simulation and design optimisation of an integrally-heated tool for composite manufacturing. *Materials & Design*, 2014. **64**(0): p. 477-489.
- [2] Li, C.G. and C.L. Li, Plastic injection mould cooling system design by the configuration space method. *Computer-Aided Design*, 2008. **40**(3): p. 334-349.
- [3] Wang, G., G. Zhao, and X. Wang, Development and evaluation of a new rapid mold heating and cooling method for rapid heat cycle molding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2014. **78**(0): p. 99-111.
- [4] Labban, A.E., *Optimisation du cycle de cuisson d'une pièce moulée en élastomère*. 2008.
- [5] Labban, A.E., et al., Temperature measurement and control within moulded rubber during vulcanization process. *Measurement*, 2009. **42**(6): p. 916-926.
- [6] Charles Audet and J. E. Dennis, J., Analysis of Generalized Pattern Searches. *SIAM Journal on Optimization*, 2002. **13**(3): p. 889-903.
- [7] Abramson, M., Mixed Variable Optimization of a Load-Bearing Thermal Insulation System Using a Filter Pattern Search Algorithm. *Optimization and Engineering*, 2004. **5**(2): p. 157-177.

Remerciements

Les auteurs souhaitent exprimer leur gratitude au consortium du projet ECOTHER financé par la BPI en collaboration avec les filières industrielles élastomères, plastiques et composites.