

Convection naturelle entre deux hémisphères concentriques inclinées - Application à la thermorégulation des montages électroniques

N. ALILAT^{1*}, J.-G. BAUZIN¹, J.A. MATE LOPEZ¹, A. BAÏRI¹

¹Université Paris Ouest, Laboratoire Thermique Interfaces Environnement, LTIE-GTE EA 4415 ; 50, Rue de Sèvres, F-92410 Ville d'Avray, France

*auteur correspondant nalilat@u-paris10.fr, jean-gabriel.bauzin@u-paris10.fr,
josean1852@hotmail.com, abairi@u-paris10.fr

Résumé - Ce travail quantifie les échanges convectifs naturels qui ont lieu entre deux hémisphériques concentriques différentiellement chauffés. La demi-sphère interne contient un montage électronique réparti dans le volume, générant une densité de flux thermique volumique supposée constante. La demi-sphère extérieure de rayon est maintenue isotherme à une température froide. Des corrélations du type Nusselt-Rayleigh sont proposées pour le cas où la base des deux hémisphères est horizontale et verticale. Une large gamme de puissances est étudiée, correspondant à des applications industrielles réelles dans le domaine de l'électronique. Le nombre de Rayleigh varie entre $2,6 \cdot 10^6$ et $1,7 \cdot 10^7$. La résolution du système d'équations est faite numériquement en utilisant la méthode des volumes finis.

Nomenclature

a diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$
 C_p chaleur spécifique, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
 \vec{e}_g vecteur unité,
 g accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$
 Gr nombre de Grashof,
 Nu_h nombre de Nusselt local,
 $\overline{Nu_h}$ nombre de Nusselt moyen,
 p pression, Pa
 p^* pression adimensionnelle,
 Pr nombre de Prandtl,
 \dot{q} densité de flux volumique, $W \cdot m^{-3}$
 R_i rayon de la sphère interne, m
 R_e rayon de la sphère externe, m
 Ra nombre de Rayleigh
 S_i surface d'échange de la demi-sphère interne, m^2
 T température, K
 T^* température adimensionnelle,
 T_c température hémisphère froide (cold),
 K

T_h température hémisphère chaude (hot),
 $\frac{K}{T_h}$ température de paroi moyenne de l'hémisphère interne, K
 \vec{u} vecteur vitesse,
 u^* vitesse adimensionnelle,

Symboles grecs

α angle d'inclinaison de la base des hémisphères, ($^\circ$)
 β coefficient de dilatation de l'air, K^{-1}
 ρ masse volumique de l'air, $kg \cdot m^{-3}$
 φ densité de flux surfacique, $W \cdot m^{-2}$
 λ conductivité thermique de l'air, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
 μ viscosité dynamique de l'air, $Pa \cdot s$

Indices et exposants

c paroi froide
 e hémisphère externe
 h paroi chaude
 i hémisphère interne

1. Introduction

La convection naturelle dans des cavités fermées et ouvertes a fait l'objet de nombreuses études. Les applications industrielles sont variées et concernent différents domaines tels que l'électronique, le transport, l'industrie nucléaire ou encore l'énergétique solaire. Différentes formes géométriques ont été traitées. De nombreux paramètres intervenant directement sur le transfert thermique par convection naturelle ont été étudiés dont le nombre de Rayleigh qui caractérise l'écoulement fluide dans la cavité, le nombre de Prandtl qui caractérise la nature du fluide convectant et les conditions aux limites thermiques (Dirichlet ou Neumann) et dynamiques. Les cavités de section carrée ou rectangulaire ont été largement traitées compte tenu de leur simplicité de mise en œuvre. La cavité de section parallélogrammatique, dite aussi "diode" a été traitée pour différentes configurations thermiques, par des approches numériques [1,2] et expérimentales [3]. Baïri *et al.* [4] ont étudié le cas d'une cavité diode dont la face active chaude est constituée de bandes horizontales parallèles régulièrement disposées et séparées par des bandes adiabatiques. L'autre face active est maintenue isotherme à une température froide. Ce dispositif permet d'appréhender les problèmes thermiques qui sont posés dans les composants électroniques. Dans ce travail, les auteurs confirment que la convection est favorisée pour les angles positifs (face froide plus haute que la face chaude) par rapport à une cavité carrée. Par contre pour les angles négatifs, la convection est défavorisée. Dans un autre exemple portant sur les problèmes thermiques rencontrés dans les composants électroniques, Bhowmilk [5] a effectué des simulations permettant d'établir des corrélations en régime transitoire du type $Nu-Ra-Fo$. D'autres formes géométriques avec différentes conditions aux limites ont été traitées. Citons celles traitant le cas de cavités de forme triangulaire où une étude numérique avec validation expérimentale a été traitée par Öztop [6] ou encore l'étude de Basak *et al.* [7]. La forme trapézoïdale a été traitée par Basak [8] et la cavité cylindrique par Baïri [9]. La cavité sphérique a fait l'objet de quelques travaux appliqués à divers secteurs : technologie nucléaire, sécurité, habitat, électronique. Dans [10] et [11], Shiina *et al.* traitent le cas d'une demi-sphère dont la base reste horizontale. Ces auteurs proposent dans [11] des corrélations du type $Nu-Ra$ pour de larges gammes des nombres de Prandtl et Rayleigh $6 \leq Pr \leq 860$ et $9 \cdot 10^6 < Ra < 7 \cdot 10^7$. Ces études ont permis de mettre en évidence l'influence du type d'écoulement ayant lieu dans ce type de cavité sur les échanges thermiques. Dans l'étude [12], les auteurs ont traité le cas de deux sphères isothermes et concentriques différentiellement chauffées, séparées par un fluide convectant dont le nombre de Prandtl varie entre $0,7 \leq Pr \leq 20$. Le travail présenté ici porte sur l'étude de la convection naturelle entre deux demi-sphères concentriques constituant les parois actives chaude et froide. L'hémisphère externe est maintenue isotherme et l'interne est la partie active chaude. Cette dernière contient un montage électronique sous tension générant une densité de flux volumique supposée constante. La présente étude fait suite à celles qui concernent les cavités hémisphériques dont les résultats sont synthétisés dans [13], dans lesquelles la partie active est contenue dans un disque situé à la base du dispositif. Plusieurs conditions aux limites ont été examinées en régimes permanent et transitoire. Des corrélations de type $Nu-Ra$ et $Nu-Ra-Fo$ ont été établies pour une large gamme de puissances et d'angles d'inclinaison du disque. Ce travail quantifie les échanges convectifs naturels entre les deux hémisphères par l'intermédiaire de corrélations du type $Nu-Ra$. Elles permettent à l'ingénieur de mieux appréhender les échanges thermiques convectifs et ainsi dimensionner les montages de ce type pour des applications dans plusieurs domaines industriels.

2. Description du problème physique - Solution Numérique

La configuration géométrique considérée dans ce travail est présentée dans la figure 1, constituée de deux demi-sphères concentriques. L'hémisphère extérieure de rayon R_e est maintenue isotherme à une température $T_c = 300K$. L'hémisphère intérieure de rayon R_i contient un montage électronique réparti dans le volume, générant une densité volumique \dot{q} supposée constante. Sa température locale de peau (surface en contact avec l'air) est notée T_h , et sa température moyenne est notée $\overline{T_h}$. Deux configurations ont été traitées dans ce travail : une cavité horizontale $\alpha=0^\circ$ et une cavité verticale $\alpha=90^\circ$.

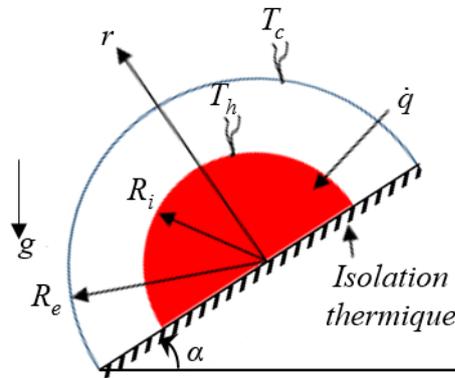


Figure 1 : La cavité hémisphérique considérée

L'espace interstitiel correspond à un rapport entre les rayons extérieur et intérieur $R_i/R_e = 0,75$. Le disque sur lequel sont posées les 2 demi-sphères est supposé adiabatique. La bande se situant entre les deux demi-sphères est aussi supposée adiabatique. Le fluide convectant est de l'air qui est supposé incompressible et l'approximation de Boussinesq est appliquée. Ses caractéristiques thermophysiques sont considérées constantes comme présenté dans le tableau 1. Le coefficient de dilatation $\beta = 2/(T_c + \overline{T_h})$ est, quant à lui basé sur la température moyenne du fluide $\overline{T_h}$.

	C_p $J.kg^{-1}.K^{-1}$	λ $W.m^{-1}.K^{-1}$	μ Pa s	Pr
Air	1000	0,0242	$1,79.10^{-5}$	0,744

Tableau 1 : Caractéristiques de l'air

L'objectif principal étant de qualifier et quantifier les échanges thermiques par convection naturelle, le rayonnement est supposé nul. Cette condition thermique est réalisée dans la solution numérique en imposant une émissivité globale dans l'infrarouge nulle sur toutes les surfaces constituant les surfaces internes de la cavité.

Les équations qui régissent le problème sont présentées sous la forme vectorielle adimensionnelle dans ce qui suit :

$$\text{Continuité : } \vec{\nabla}^* \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Quantité de mouvement : } (\vec{u}^* \vec{\nabla}^*) \vec{u}^* = -\vec{\nabla}^* p^* + Pr \nabla^{*2} \vec{u}^* + Ra_T Pr T^* \vec{e}_g \quad (2)$$

$$\text{Energie : Air : } \vec{u}^* \vec{\nabla}^* T^* = \nabla^{*2} T^* ; \text{ Coupole: } \nabla^{*2} T^* = 0 \quad (3)$$

Dans ce système, $\vec{\nabla}^*$ et ∇^{*2} représentent respectivement l'opérateur nabla et le Laplacien en coordonnées sphériques. Le vecteur unité \vec{e}_g est opposé au vecteur gravité. Les expressions adimensionnelles de la vitesse, de la pression ainsi que le nombre de Prandtl sont calculés avec

$$\vec{u}^* = \frac{\vec{u}R}{a} ; p^* = \frac{R^2 p}{\rho a^2} ; Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (4)$$

Compte tenu des densités de puissance volumiques générées, la température de paroi de l'hémisphère active interne est relativement homogène et constitue la température maximale du volume fluide entre les deux hémisphères. La température moyenne \overline{T}_h est ainsi prise en considération pour définir la température adimensionnelle avec

$$T^* = \frac{T - T_c}{\overline{T}_h - T_c} \quad (5)$$

La conductivité thermique importante de l'hémisphère active interne conduit à une résistance conductive négligeable et ainsi à une température quasiment homogène dans tout son volume. Le nombre de Rayleigh est basé sur le rayon de la sphère interne comme longueur caractéristique et sur la densité de flux volumique \dot{q}

$$Ra = \frac{g \beta R_i^5 \rho}{\mu \lambda} \dot{q} \quad (6)$$

Le problème est résolu numériquement en utilisant le code commercial Ansys-Fluent [14] basé sur la méthode des volumes finis. Le maillage tridimensionnel est raffiné au voisinage de la surface des demi-sphères en contact avec l'air pour mieux prendre en compte les effets visqueux. Un maillage progressif est utilisé dans l'interstice fluide. Une optimisation du maillage a été recherchée, basée sur le coefficient de transfert convectif local considéré comme le meilleur indicateur dans ce problème de convection naturelle. Les critères de convergence imposés sont de 10^{-6} pour les équations de l'impulsion et de l'énergie et 10^{-3} pour l'équation de continuité. Le meilleur compromis temps de calcul / nombre de mailles a été pris en compte associé à la convergence des résultats. Il est de l'ordre de 200000. Le maillage serré au voisinage des parois actives permet une meilleure connaissance des gradients de températures qui permettent ensuite de connaître les densités de flux locales et ainsi quantifier les échanges convectifs locaux.

3. Résultats – Corrélations Nusselt-Rayleigh

Des corrélations de type $Nu-Ra$ ont été recherchées pour deux configurations géométriques correspondant à des angles d'inclinaison de la base du montage égaux à 0° (cavité horizontale)

et 90° (cavité verticale), pour la gamme du nombre de Rayleigh $2,6 \cdot 10^6 \leq Ra \leq 1,7 \cdot 10^7$. La connaissance des gradients thermiques pariétaux au niveau de la surface chaude permet de calculer les densités de flux thermiques et par la suite la distribution locale des coefficients convectifs. Le nombre de Nusselt local pour un élément i est alors déterminé avec

$$Nu_h = \frac{h_h R_i}{\lambda} \quad (7)$$

dont l'intégration sur les surfaces d'échange correspondants conduit à la connaissance du nombre de Nusselt moyen

$$\overline{Nu} = \frac{1}{S_h} \iint_{S_h} Nu_i dS_i \quad (8)$$

Les distributions de la température adimensionnelle dans le fluide interstitiel sont présentées dans la Figure 2 pour les deux angles d'inclinaison traités.

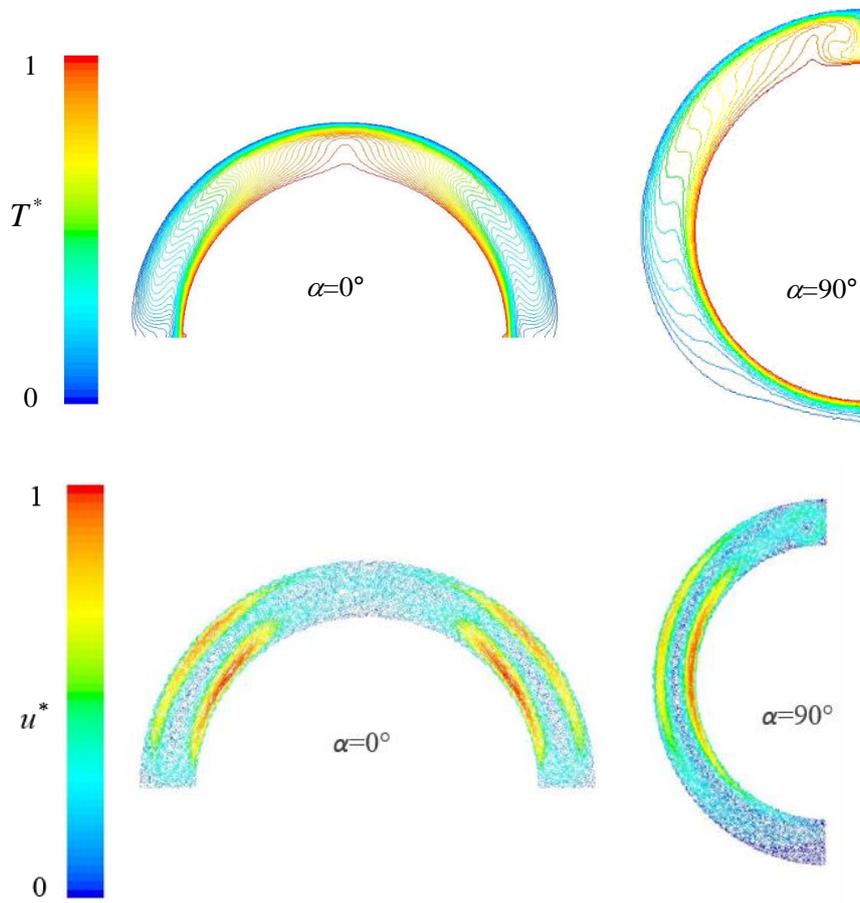


Figure 2 : Distribution des T^* et u^* dans l'espace interstitiel pour $\alpha = 0^\circ$ et 90°

La température maximale atteinte dans le cas de la cavité verticale est plus importante que celle atteinte dans la cavité horizontale confirmant ainsi les résultats de la littérature dans le cas d'une hémisphère dont la base est active. En effet, les échanges de chaleur convectifs sont moins importants dans le cas $\alpha=90^\circ$ du fait des vitesses locales de l'écoulement dans l'espace

interstitiel plus petites. La figure 3 présente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre Rayleigh.

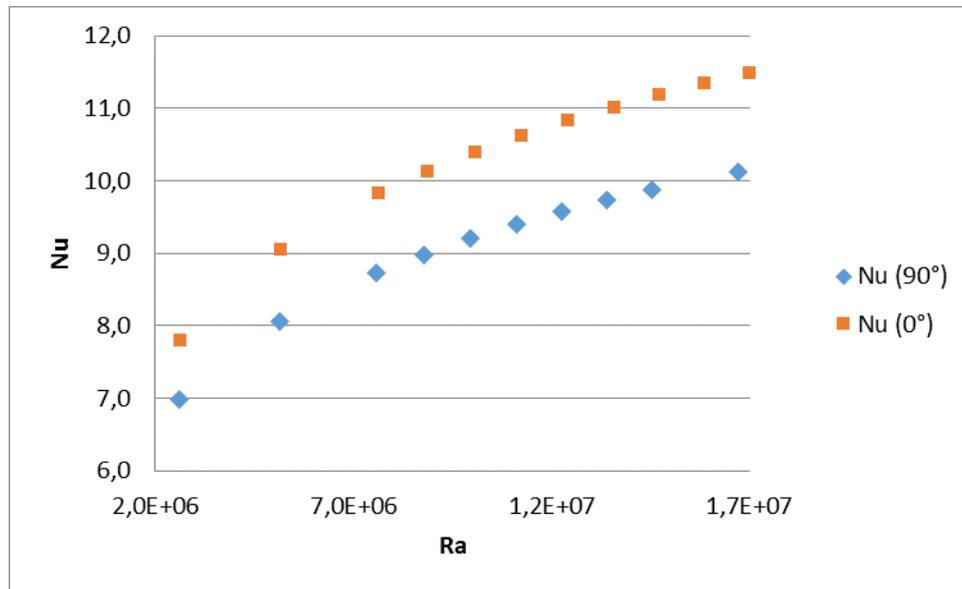


Figure 3 : Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour $\alpha=0^\circ$ et $\alpha=90^\circ$

Ces résultats conduisent aux corrélations $Nu-Ra$ suivantes :

$$\overline{Nu} = 0,373 \cdot Ra^{0,206} \text{ pour } \alpha=0^\circ \quad (9)$$

$$\overline{Nu} = 0,365 \cdot Ra^{0,200} \text{ pour } \alpha=90^\circ \quad (10)$$

Ces résultats ont été comparés à ceux des études [1] et [10] qui concernent la cavité hémisphérique constituée d'un dôme maintenu isotherme à température froide. Pour ce faire, les surfaces actives sont prises égales dans les deux cas. Le disque représentant la paroi active chaude est incliné d'un angle égal à 0° et 90° (cavités horizontale et verticale).

La corrélation qui correspond à notre cas est la suivante :

$$\overline{Nu} = 0,382 \cdot Ra^{0,2514} \text{ pour } \alpha=0^\circ \text{ [1]} \quad (11)$$

$$\overline{Nu} = 0,433 \cdot Ra^{0,2154} \text{ pour } \alpha=90^\circ \text{ [1]} \quad (12)$$

$$\overline{Nu} = 0,370 \cdot Ra^{0,25} \text{ pour } \alpha=0^\circ \text{ [10]} \quad (13)$$

Dans les tableaux 2 & 3 sont présentées les valeurs du nombre de Nusselt issues de la présente étude et celles qui correspondent à [1] et [10]

Ra	Présent travail 	[1] 	Différence [1]	[10] 	Différence [10]
$2,6 \cdot 10^6$	7,90	12,40	36,29%	14,90	46,98%
$7,6 \cdot 10^6$	9,80	15,90	38,36%	19,50	49,74%
$1,2 \cdot 10^7$	10,80	17,90	39,66%	22,00	50,91%
$1,7E+7$	11,50	19,20	40,10%	23,80	51,68%
		Moyenne	38,61%		49,83 %

Tableau 2 : Comparaison des calculs de Nusselt avec la littérature pour $\alpha=0^\circ$

Ra	Présent travail 	[1] 	Différence [1]
$2,6E+6$	7,0	17,8	60,67%
$7,6E+6$	8,7	23,3	62,66%
$1,2E+7$	9,6	26,3	63,50%
$1,7E+7$	10,2	28,5	64,21%
		Moyenne	62,76%

Tableau 3 : Comparaison des calculs de Nusselt avec la littérature pour $\alpha=90^\circ$

Nous avons confronté ces résultats avec ceux de la littérature qui concernent le cas d'un dôme qui recouvre un disque actif.

Il est très difficile de comparer ces résultats où la partie active chaude est située dans une demi-sphère active avec une densité de flux thermique volumique avec ceux de la littérature pour le cas d'un disque actif avec une densité de flux surfacique imposée [1] ou avec une température froide imposée [10]. Pour $\alpha=0^\circ$, une différence de l'ordre de 40% est observée entre le présent travail et [1] et 50% avec le cas de la température isotherme imposée [10]. Pour $\alpha=90^\circ$, la différence entre ce travail et l'étude [1] est de l'ordre de 60%.

Les résultats montrent que la convection est plus importante pour $\alpha=0^\circ$. Cela est confirmé par une température maximale plus importante pour $\alpha=90^\circ$. Nous retrouvons ce résultat dans [1] ou dans [10].

Ces résultats méritent d'être confortés par des mesures expérimentales comme cela a été fait pour le cas du disque actif [13].

4. Conclusion

Dans ce travail numérique, des corrélations de type $Nu = k_1 \cdot Ra^{k_2}$ sur une large gamme de nombre de Rayleigh variant entre $2,6 \cdot 10^4$ et $1,7 \cdot 10^7$ ont été établies pour une configuration géométrique représentant deux demi-sphères concentriques actives. Deux angles d'inclinaison des demi-sphères ont été traités. Cette configuration géométrique est souvent utilisée dans le

domaine de l'électronique et plus précisément dans la sécurité. Ces corrélations permettent de quantifier les échanges thermiques convectifs dans l'espace interstitiel. Une comparaison des résultats a été faite en les comparant avec des travaux antérieurs où la partie active chaude est située dans un disque se trouvant à la base de la demi-sphère. Une confrontation des résultats a été effectuée en prenant en compte des surfaces actives chaudes égales. Les résultats sont cohérents avec ceux de la littérature spécialisée.

Références

- [1] A. Baïri, A synthesis of correlations on quantification of free convective heat transfer in inclined air-filled hemispherical enclosures, *Int. Commun. Heat Transf.*, 59 (2014), 174-177.
- [2] A. Baïri, J.M. García de Maria, I. Baïri, N. Laraqi, E. Zarco-Pernia, N. Alilat, 2D transient natural convection in diode cavities containing an electronic equipment with discrete active bands under constant heat flux, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 55 (2012), 4970-4980
- [3] A. Baïri, J.M. García de Maria, N. Laraqi, N. Alilat, Free convection generated in an enclosure by alternate heated bands. Experimental and numerical study adapted to electronics thermal control, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 29 (2008), 1337-1346
- [4] A. Baïri, E. Zarco-Pernia, J.M. García de Maria, N. Alilat, N. Laraqi, F. Gutiérrez, Nu-Ra correlations for free convection in 2D air-filled parallelogrammic enclosures with isothermal active walls, *Heat Mass Transfer*, 47 (5) (2011), 589-595
- [5] H. Bhowmilk, K. W. Tou, Experimental study of transient natural convection heat transfer from simulated electronic chips, *Exper. thermal Fluid Sci.*, 29 (2005), 485-492
- [6] H.F. Öztöp, Y. Y. Varol, A. Koca, M. Firat, Experimental and numerical analysis of buoyancy-induced flow in inclined triangular enclosures, *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, 39 (8) (2012), 1237-1244
- [7] T. Basak, R. Anandalakshmi, M. Roy, Heatlines based natural convection analysis in tilted isosceles triangular enclosures with linearly heated inclined walls: effect of various orientations, *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, 43 (2013), 39-45
- [8] T. Basak, S. Roy, A. Singh, A. R. Balakrishnan, Natural convection flows in porous trapezoidal enclosures with various inclination angles, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 52 (2009), 4612-4623
- [9] A. Baïri, Transient natural 2D convection in a cylindrical cavity with the upper face cooled by thermoelectric Peltier effect following an exponential law, *Appl. Therm. Eng.*, 23 (4) (2003), 431-447
- [10] Y. Shiina, K. Fujimura, T. Kunugi, N. Akino, Natural convection in a hemispherical enclosure heated from below, *Int. J. Heat Mass Transf.* 37 (11) (1994), 1605-1617
- [11] Y. Shiina, K. Fujimura, N. Akino, T. Kunugi, Natural convection in a hemisphere, *J. Nucl. Sci. Technol.* 25 (3) (1988), 254-262
- [12] Y. Feldman, T. Colonius, On a transitional and turbulent natural convection in spherical shells, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 64 (2013), 514-525.
- [13] A. Baïri, J.-G. Bauzin, N. Alilat, J.M. García de María, N. Laraqi, Quantification des échanges convectifs naturels permanents dans les cavités hémisphériques fermées et inclinées, *Congrès SFT Lyon* (2014).
- [14] ANSYS Elements Reference, Release 13.0 (2010), *Swanson Analysis Systems, Inc*