

Etude expérimentale de l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides rhéofluidifiants

Teodor BURGHELEA, Zineddine KEBICHE, Cathy CASTELAIN*

Laboratoire de Thermocinétique de Nantes, LTN UMR CNRS 6607

Polytech, La Chantrerie, rue Christian Pauc 44306 Nantes, cedex03

*(auteur correspondant : cathy.castelain@univ-nantes.fr)

Résumé – L'objectif de ce travail est l'étude expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides rhéofluidifiants et plus précisément, l'influence des paramètres rhéologiques (la thermodépendance, le degré de rhéofluidification, la vitesse de cisaillement critique) sur le déclenchement et l'évolution de l'instabilité thermoconvective. Les principales difficultés proviennent des comportements non linéaires des fluides dont les propriétés peuvent varier avec le taux de cisaillement. Le dispositif expérimental est constitué d'une cavité parallélépipédique à fort rapport d'allongement. La fiabilité du système expérimental et des techniques de mesure ont été démontrés par la caractérisation de la convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide newtonien (Glycérine). La transition vers les états convectifs a été observée à 3 % de la valeur du nombre de Rayleigh théorique avec une bifurcation supercritique avec un accord complet avec les prédictions théoriques et les études expérimentales précédentes.

Les fluides de travail sont des solutions de CMC de différents degrés de substitution et différentes concentrations. Pour différentes puissances de chauffe P , en combinant les mesures des différences de température entre les deux plans horizontaux parallèles, et la mesure locale du champ de vitesse au sein du fluide (par DPIV), deux régimes distincts ont été observés. Pour des puissances de chauffe inférieures à une valeur critique P_c , un régime de conduction pure est observé. Une augmentation progressive de la puissance de chauffe au-delà de ce seuil révèle l'apparition d'un régime convectif qui se manifeste par une dépendance non linéaire du gradient de température avec la puissance de chauffe. En parallèle de cette observation, les mesures locales du champ de vitesse permettent aussi d'étudier la nature de la bifurcation vers le régime convectif. Les résultats obtenus sont comparés à ceux existant dans la littérature dans le cas de fluides newtonien, rhéofluidifiant et à seuil. Dans le cas des fluides à seuil étudiés durant cette étude, le passage à la convection Rayleigh-Bénard dans divers gels Carbopol a été observée comme une bifurcation imparfaite (super-critique), et l'instabilité est apparue sans perturbation externe. Dans le cas des fluides rhéofluidifiants, modélisés rhéologiquement par la loi de Carreau, la nature de la bifurcation peut changer en fonction de l'indice de rhéofluidification et la vitesse de cisaillement critique. L'accord avec la théorie n'est que qualitatif, et les contraintes rhéologiques expérimentales (couplage fort entre l'indice de rhéofluidification et la vitesse de cisaillement critique) ne permettent pas un balayage total de tout le domaine. Une autre difficulté réside dans la modélisation de la rhéologie avec le modèle de Carreau, et la thermodépendance des propriétés thermophysiques. Les travaux en cours portent sur ces différents points et sur un élargissement de la gamme étudiée pour mieux cerner expérimentalement la zone de changement de la nature de la bifurcation.

Nomenclature

H	distance entre les plaques, m
k	consistance du fluide, $Pa.s^n$
n	indice de comportement
Nu	nombre de Nusselt
P	puissance, $Watt$
Pr	nombre de Prandtl
Ra	nombre de Rayleigh
T	température, K
V	vitesse, $m.s^{-1}$

Symboles grecs

α	degré de fluidification par cisaillement
τ	contrainte, Pa
η_0	viscosité à cisaillement nul, $Pa.s$
η_∞	viscosité à cisaillement infini, $Pa.s$
λ	constante de temps, s
$\dot{\gamma}$	gradient de vitesse, s^{-1}

Indices et exposants

c	critique
m	maximum

1. Introduction

L'instabilité thermo-convective de Rayleigh-Bénard apparaît si une couche de fluide confinée horizontalement, chauffée par le bas et refroidie par le haut, est soumise au champ de gravité. Il existe de nombreux travaux sur ce sujet dans le cas de fluides newtoniens, beaucoup moins dans le cas de fluides non newtoniens.

La première étude théorique et expérimentale de l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans une couche de fluide rhéofluidifiant confiné entre deux plaques horizontales a été réalisée par Tien et al [1]. Les fluides rhéofluidifiants sont caractérisés par une viscosité apparente (rapport entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation) qui diminue au fur et à mesure que la contrainte de cisaillement appliquée augmente. Lorsque la viscosité n'est plus indépendante du taux de cisaillement, il est nécessaire d'utiliser plusieurs paramètres pour décrire le comportement du fluide. Un certain nombre de modèles empiriques permettent cette description. La loi la plus utilisée pour ce type de fluide est la loi de puissance (Loi d'Ostwald de Waele) décrite par l'équation (1) :

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (1)$$

Où k représente la consistance du fluide et n l'indice de comportement (indice d'écoulement ou de rhéofluidification) avec $n < 1$.

Dans cette étude [1], les fluides utilisés étaient des solutions de Carboxymethylcellulose (CMC). Le comportement rhéologique de ce fluide a été décrit par un modèle en loi de puissance, avec un indice de rhéofluidification compris entre 0,6 et 1. A partir du nombre de Rayleigh newtonien, les auteurs ont construit un nombre de Rayleigh pour des fluides rhéofluidifiants modélisés par une loi de puissance. Les résultats présentés en [1] concluent que l'augmentation de la rhéofluidification a tendance à améliorer les transferts thermiques dans le régime convectif par rapport au cas des fluides newtoniens et indiquent une diminution du nombre de Rayleigh critique avec l'augmentation du caractère rhéofluidifiant.

Liang et Acrivos [2] ont réalisé une étude expérimentale de convection naturelle dans des solutions rhéofluidifiantes de polyacrylamide (Separan AP30) décrites par un modèle de Carreau, qui décrit mieux le comportement à faible gradient de cisaillement (plateau newtonien). Le modèle de Carreau qui est une extension du modèle en loi de puissance est une relation qui fait intervenir quatre paramètres :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (2)$$

où η_0 est la viscosité à cisaillement nul, η_∞ la viscosité à cisaillement infini, λ une constante de temps, n un exposant de loi de puissance.

Les conditions critiques obtenues sont les mêmes que dans le cas d'un fluide newtonien. Par ailleurs les auteurs montrent que la rhéofluidification a tendance à améliorer les transferts thermiques dans le régime convectif par rapport aux fluides newtoniens. La difficulté de la formulation du nombre de Rayleigh pour les fluides rhéofluidifiants a obligé les auteurs à utiliser la formule du nombre de Rayleigh newtonien, mais la viscosité a été prise au point de déclenchement de la convection, sachant que le point de déclenchement de la convection a été déterminé en traçant la courbe (Nu -vs- ΔT).

Plusieurs chercheurs en géophysique se sont naturellement intéressés au problème de Rayleigh-Bénard pour des fluides non-newtoniens. Le manteau terrestre est solide, mais à l'échelle des temps géologiques, il peut être considéré comme un fluide très visqueux. La dépendance de celui-ci vis à vis du cisaillement est décrite par un modèle en loi de puissance. Une approche du problème de convection dans le manteau terrestre a été effectuée par Parmentier [3]. L'auteur considère un fluide rhéofluidifiant en loi de puissance avec une consistance très élevée. Il met en évidence numériquement des modifications significatives dans l'organisation de l'écoulement lorsque le fluide est fortement rhéofluidifiant. Ozoe et Churchill [4] ont étudié le problème de Rayleigh-Bénard pour un fluide en loi de puissance par une approche numérique en utilisant une méthode aux différences finies. Les auteurs ont indiqué que les transferts thermiques sont améliorés dans la région surcritique proche du seuil d'instabilité. Inaba et al. [5] ont montré numériquement et expérimentalement que le caractère rhéofluidifiant intensifiait le mouvement de convection. Le fluide utilisé est une micro-émulsion dont la rhéologie est décrite par le modèle en loi de puissance. Une étude numérique bidimensionnelle a été réalisée pour obtenir des caractéristiques de transfert de flux de chaleur par convection de Rayleigh-Bénard dans un fluide non newtonien de boues à changement de phase (PCM). L'objectif des auteurs était d'étudier l'influence des matériaux à changement de phase sur le transfert de chaleur par convection naturelle des fluides de loi de puissance dans une enceinte chauffée par le bas et refroidie par le haut, et d'identifier les différences entre les mécanismes de transfert de chaleur entre les boues avec PCM et ceux qui n'ont pas PCM. Une formulation du nombre de Rayleigh et de Prandtl a été proposée.

Lamsaadi et al [6] ont étudié numériquement la convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité peu profonde horizontale rectangulaire remplie de fluides non newtoniens (modèle rhéologique en loi de puissance) en proposant eux aussi un nombre de Rayleigh et Prandtl généralisé. Par rapport à des fluides newtoniens ($n = 1$), une diminution de l'indice de loi de puissance n (fluides de fluidification par cisaillement, $0 < n < 1$) induit une apparition précoce du régime d'écoulement unicellulaire et améliore le transfert de chaleur par convection. L'étude a révélé une augmentation du nombre de Nusselt avec l'indice de fluidification de cisaillement. Les principaux résultats de la solution théorique ont été validés numériquement avec un bon accord. L'objectif principal de l'étude, qui était de prouver l'existence d'une solution analytique approchée dans le cas de fluides ayant un comportement rhéologique complexe, a été atteint.

Une analyse théorique systématique de la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides rhéofluidifiants a été présentée par Albaalbaki et al [7]. En utilisant le modèle rhéologique de Carreau-Bird, les auteurs indiquent que l'aspect rhéofluidifiant du fluide n'affecte pas la stabilité marginale, et le nombre de Rayleigh critique est $Ra_c = \frac{27\pi^4}{4}$, comme un fluide newtonien. Ils ont montré que, bien que le début de la convection thermique soit le même que dans le cas newtonien, les fluides non newtoniens peuvent convecter sous la forme de rouleaux, carrés ou hexagones, en fonction du degré de rhéofluidification. Ils prédisent également que, dans le cas d'un assez fort degré de fluidification par cisaillement, la bifurcation vers la convection peut se transformer en transition sous-critique. Bouteraa et al [8] ont étudié l'influence des effets de la rhéofluidification sur la convection naturelle dans une couche

horizontale entre deux plaques infinies d'un fluide rhéofluidifiant en utilisant le modèle de Carreau comme modèle rhéologique. La nature de la bifurcation en rouleaux, carrés et hexagones a été déterminée en utilisant une analyse faiblement non linéaire en trois dimensions. La bifurcation est supercritique pour les fluides modérément rhéofluidifiants et devient sous-critique pour les fluides fortement rhéofluidifiants. Les auteurs ont calculé un paramètre α_c pour un fluide qui suit le modèle de Carreau par une approche faiblement non linéaire, et en connaissant les paramètres du modèle de Carreau (η_0, λ, n) et la distance entre les deux plaques (H). Dans le cas d'une bifurcation à rouleaux stables avec des conditions aux limites avec glissement, la valeur critique α_c du degré de fluidification par cisaillement au dessus de laquelle la bifurcation devient sous-critique trouvée par Bouteraa et al [8] confirme la valeur proposée par Balmforth et Rust [9], mais contredit les calculs faits par Albaalbaki et al [7]. Dans toutes les situations (sauf le cas de rouleaux avec des conditions aux limites avec glissement), α_c dépend de Pr . Néanmoins, pour $Pr > 10$, cette dépendance n'est plus significative.

L'état de l'art réalisé sur l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les fluides non newtoniens indique que peu d'études expérimentales existent. Les objectifs de cette étude sont d'étudier expérimentalement l'effet des paramètres rhéologiques (indice de fluidification n , vitesse de cisaillement critique) sur la nature de la bifurcation lors de la convection de Rayleigh-Bénard et de comparer nos résultats à ceux obtenus dans la littérature.

2. Présentation du dispositif expérimental et des fluides utilisés

2.1. Dispositif expérimental et méthodes de mesures

Le dispositif expérimental a été réalisé complètement au sein du laboratoire. Il est représenté sur la figure 1 et 2.

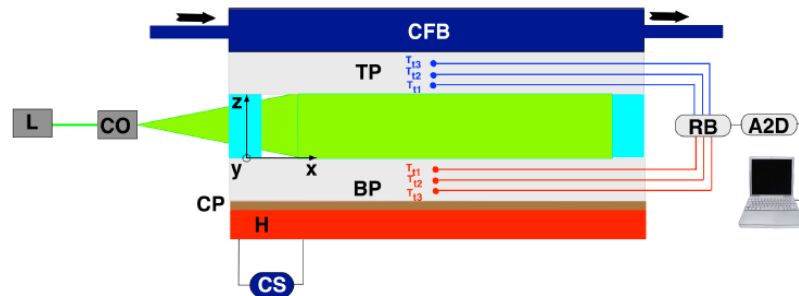


Figure 1: *Vue schématique du dispositif expérimental, L - laser, CO - bloc cylindrique de l'optique, CP - plaque de cuivre, TP - plaque supérieure, BP - plaque inférieure, BFC - bain de refroidissement liquide, A2D – convertisseur de signal analogique numérique, RB - Boîte de référence*

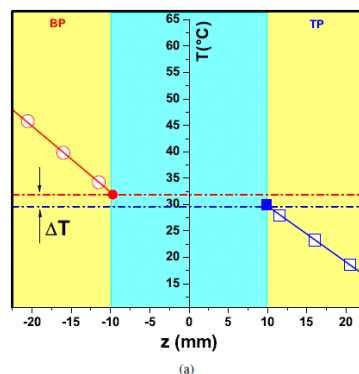


Figure 2: *Mesures de température au sein de la plaque inférieure BP (cercles vides) et dans la plaque supérieure TP (carrés vides). Symboles pleins : Extrapolations linéaires de la mesure de la température à la paroi.*

Il est constitué essentiellement d'une cavité contenant le fluide de dimensions intérieures 386 mm×186 mm×20 mm. (pour plus de détails sur le dispositif et les techniques de mesures voir ref [10]). Avant chaque lecture de températures, les séries temporelles de la différence de température ΔT sont enregistrées pour des périodes prolongées (jusqu'à 18 heures). La transition vers les états convectifs est simultanément évaluée par des mesures locales de vitesse par la technique DPIV et des mesures intégrales de la différence de température entre les plaques (ΔT).

Le dispositif expérimental et les techniques de mesures ont été validées en utilisant un fluide newtonien (Glycérine pure, Figure 3). $\Delta T = 5.3^\circ\text{C}$ correspond à la différence de température de la transition du régime conductif vers le régime convectif. Le nombre de Rayleigh critique calculé est $Ra_c \approx 1774$. Ce résultat est en conformité avec la valeur théorique du Rayleigh critique $Ra'_c = 1708$ (erreur relative inférieure à 4%).

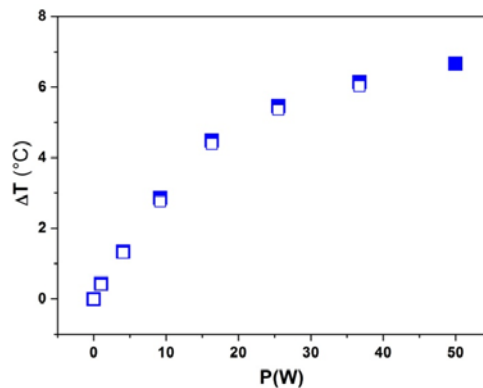


Figure 3 : Différence de température en fonction de la puissance pour la glycérine, les symboles pleins correspondent aux essais ascendants, les symboles vides correspondent aux essais descendants.

2.1. Préparation et caractérisation rhéologique du fluide rhéofluidifiant

Nous avons choisi d'utiliser le carboxyméthylcellulose (CMC) pour ses propriétés rhéologiques, sa transparence, stabilité et facilité de préparation. Les premières campagnes d'essais ont été réalisées avec une CMC fournie par Sigma-Aldrich, pour deux concentrations (1 et 3 % en poids). Les propriétés rhéologiques des deux solutions de CMC ont été étudiées sur le rhéomètre Mars III avec une géométrie plan/plan en mode contrainte contrôlée, dans la gamme de température de l'étude (Figure 4).

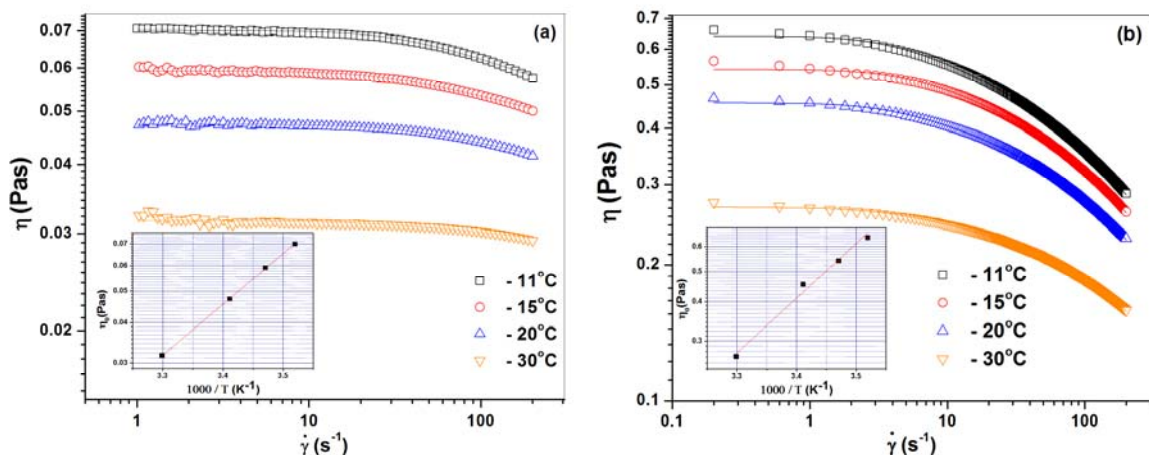


Figure 4 : Courbes rhéologiques de la CMC ajustées par le modèle de Carreau (ligne continue) pour différentes températures a) CMC C1 b) CMC C3.

Les indices de comportement sont respectivement égaux à 0.9 et 0.7 pour la solution C1 et C3 sur la plage de température étudiée. La conductivité thermique a été mesurée expérimentalement à l'aide d'une sonde C-Therm-TCi. La masse volumique, et la capacité calorifique sont considérées identiques à celle de l'eau. Nous allons maintenant analyser l'effet des paramètres rhéologiques sur l'apparition de l'instabilité ainsi que leur influence dans la détermination du chemin de bifurcation vers les régimes convectifs.

3. Résultats

La détection de l'instabilité de Rayleigh-Bénard et la nature de bifurcation vers la convection (sur critique ou sous critique) seront évaluées par la mesure de la différence de température entre la plaque chaude et froide, et la mesure par DPIV de la vitesse des structures convectives. Après la validation systématique du dispositif expérimental et des techniques de mesure [10], nous avons réalisé des campagnes d'essais avec les solutions de CMC.

3.1. Mesure de la différence de température ΔT

La Figure 5 représente les différences de température respectivement pour la solution C1 (a) et la solution C3 (b) en fonction de la puissance de chauffe. Si la différence de température entre les plaques ne dépasse pas la valeur critique, $\Delta T < \Delta T_c$, le régime est purement conductif et est caractérisé par une augmentation linéaire de ΔT en fonction de la puissance de chauffe P .

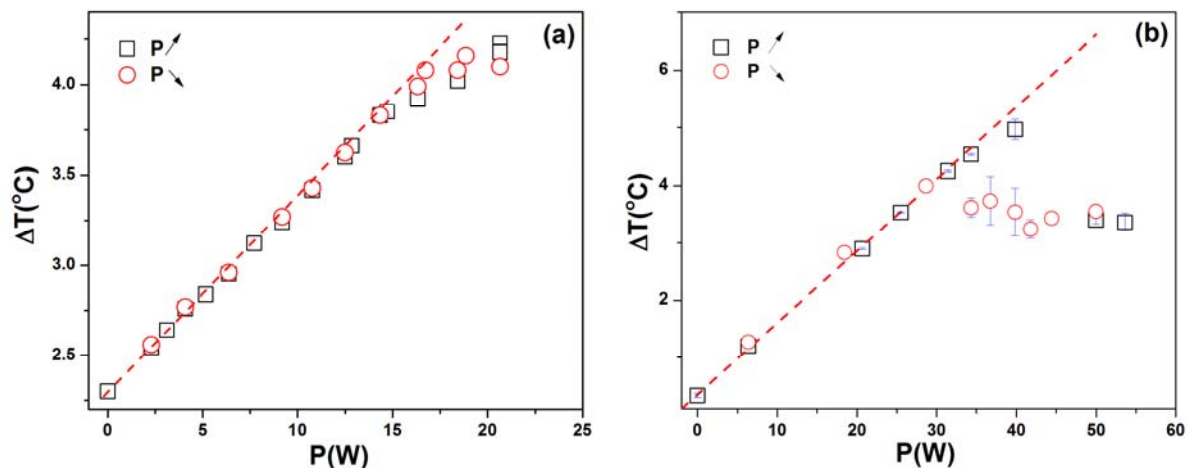


Figure 5 : Dépendance de la différence de température entre les plaques en fonction de la puissance de chauffe mesurée pour la CMC C1 (a) et la CMC C3 (b). Les carrés se réfèrent à l'augmentation / les cercles à la diminution du flux de chaleur.

Au delà de ΔT_c , la dépendance (ΔT_c vs P) n'est plus linéaire et le régime convectif apparaît. On remarque aussi que la transition vers le régime convectif dans le cas de la CMC C1 est continue et réversible. Par conséquent, la transition vers le régime convectif pour la CMC C1 suit une bifurcation imparfaite similaire au cas newtonien. Dans le cas de la CMC C3 (Figure 5 (b)), un premier régime purement conductif se présente en dessous de la puissance critique de chauffe. Au delà du régime conductif et contrairement au cas de la CMC C1, la dépendance de la différence de température entre les plaques n'est plus réversible à l'augmentation / diminution de la puissance de chauffe, et la dispersion de données n'est pas liée à l'erreur instrumentale des mesures, mais plutôt à une transition irréversible avec présence d'hystérésis. Cette transition irréversible est une signature d'une bifurcation sous critique, et conformément aux prédictions théoriques de l'étude de Bouteraa et al [8], la rhéofluidification favorise le développement d'une bifurcation sous critique.

3.2. Mesures des vitesses par DPIV

Les conclusions précédentes sont d'une importance fondamentale sur la nature de la bifurcation vers des états de convection. La Figure 6 présente les mesures de vitesses moyennes de convection obtenues par PIV pour une puissance de 34,31W pour une solution de CMC (C3% wt) lors de la phase de chauffe montante (a) et descendante (b).

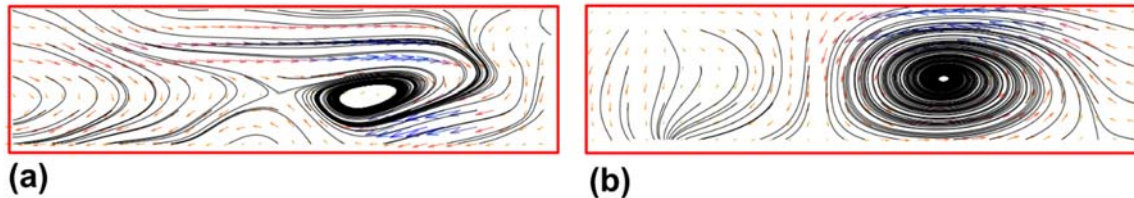


Figure 6 : Cartographie des vitesses moyennes respectivement pour la CMC C3 ($P=34.31W$), (a) phase montante, (b) phase descendante

Les mesures locales de l'amplitude de vitesse maximale de convection pour la CMC C3 sont représentées sur la Figure 7. En effet, au-dessus de l'apparition de la bifurcation, les données d'amplitude ne suivent plus la prédiction de Landau pour une bifurcation supercritique, mais présentent une discontinuité (un saut de vitesse bien plus grand qu'un bruit instrumental). Les mesures lors de la montée et la descente de la puissance réduite de chauffe pour la CMC C1 n'ont pas pu être toutes réalisées à cause de la sédimentation des particules de traceurs.

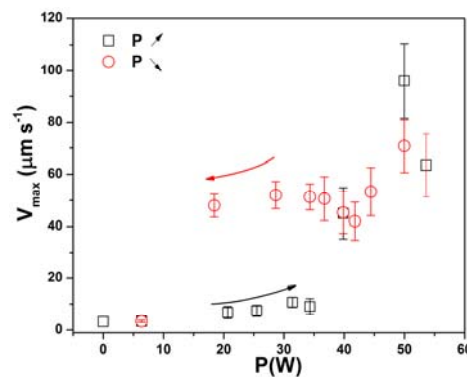


Figure 7 : Dépendance de l'amplitude de la vitesse maximale de convection en fonction de la puissance de chauffage pour la solution de CMC C3. Les symboles carré / rond se réfèrent à l'augmentation / diminution du flux de chaleur.

Ce résultat vient confirmer l'irréversibilité des mesures de différence de température en fonction de la puissance de chauffe, et nous indique un nouveau type de bifurcation vers les régimes convectifs qui est la bifurcation sous critique pour une des solutions étudiées.

4. Conclusion

Conformément aux prédictions théoriques présentées dans l'étude de Bouteraa et al [8], la nature de la bifurcation vers les régimes convectifs dans un fluide rhéofluidifiant (CMC dans notre cas) dépend de l'indice de comportement du fluide rhéofluidifiant lors de notre étude expérimentale. Nous avons mis en évidence deux types de bifurcation (sur critique ou sous critique). Ce résultat diffère de celui que nous avons obtenu dans le cas de fluides à seuil (Carbopol). Indépendamment de la concentration en Carbopol, la convection de Rayleigh-Bénard est apparue comme une bifurcation imparfaite [10] (Figure 8), et ce pour toutes les valeurs de contrainte seuil étudiées (0.007 à 1.7 Pa), avec pourtant une présence de rhéofluidification (n entre 0.45 et 0.95). L'étape suivante sera de réaliser une cartographie des

types de bifurcation en fonction du paramètre α_c qui dépend de η_0, λ, n , et H. Cette cartographie expérimentale sera comparée à l'étude théorique de Bouteraa et al [8]

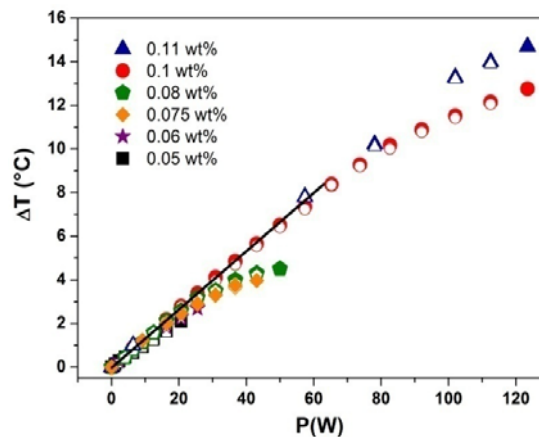


Figure 8: Dépendance de la différence de température entre les plaques en fonction de la puissance de chauffage pour six valeurs de concentrations de Carbopol. Les symboles pleins / vides se réfèrent à augmentation / diminution du flux de chaleur. La ligne complète est un ajustement linéaire.

Références

- [1] C. Tien, H. S. Tsuei, and Z. Sun. Thermal convection of horizontal layer of non newtonian fluid heated from below. *Int Journal of Heat and mass transfer*, 12 :1173–1178, 1969.
- [2] S. Liang and A. Acrivos. Experiments on buoyancy driven convection in non newtonian fluid. *Rheologica Acta*, 9 (3):447–455, 1970.
- [3] E. M. Parmentier. A study of thermal convection in non-newtonian fluids. *J. Fluid. Mech*, 1:11, 1978.
- [4] H. Ozoe and S. W. Churchill. Hydrodynamic stability and natural convection in oswald-de waele and ellis fluids, the development of a numerical solution. *AIChE Journal*, 18 :1196–1207, 1972.
- [5] H. Inaba, C. Dai, and A. Horibe. Numerical simulation of Rayleigh Bénard convection in non-newtonian phase-change-material slurries. *Int. J. Therm. Sci*, 42 : 471–480, 2003.
- [6] M. Lamsaadi, M. Naomi, and M. Hasnaoui. Natural convection of non-newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below. *Heat and Mass Transfer*, 41:239–249, 2005.
- [7] B. Albaalbaki and R E Khayat. Pattern selection in the thermal convection of non-newtonian fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 668 :500–550, 2011.
- [8] M. Bouteraa, C. Nouar, A. Kalck, C. Metivier, and E. Plaut. Instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard pour des fluides rhéofluidifiants. *2^{ème} Congrès Francais de Mécanique*, 42 :471–480, 2014.
- [9] N. J. Balmforth and A. C. Rust. Weakly nonlinear viscoplastic convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 158 (13) :36–45, 2009.
- [10] Kebiche, Z., Castelain C., Burghilea T., Experimental investigation of the Rayleigh-Bénard convection in a yield stress fluid, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Volume 203, January 2014, Pages 9-23, ISSN 0377-0257.

Remerciements

Ces travaux ont bénéficié d'un financement dans le cadre de l'ANR blanche ThIM. Les auteurs souhaitent remercier Christophe Le Bozec pour le travail réalisé lors de la mise en route et le suivi du dispositif expérimental.