

# Effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide

Seif-Eddine OUYAHIA<sup>1\*</sup>, Youb Khaled BENKAHLA<sup>1</sup>, Mahdi BENZEMA<sup>1</sup>, Welid BERABOU<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Phénomènes de Transfert, FGMGP, USTHB  
BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie

<sup>2</sup>Centre de Recherche Scientifique et Technique en Analyses Physico-Chimiques (UR-ADTE)  
BP.384 Zone industrielle de Bou-Ismaïl RP, 42004, Tipaza, Algérie

\* (auteur correspondant : [seifeddine.ouyahia@yahoo.fr](mailto:seifeddine.ouyahia@yahoo.fr))

**Résumé** – Le présent travail consiste en une étude numérique de la magnétohydrodynamique de la convection naturelle, laminaire et stationnaire au sein d'une cavité carrée remplie d'un nanofluide  $Al_2O_3$ -eau. Cette cavité est soumise à un champ magnétique horizontal, constant et uniforme. Les parois verticales sont différentiellement chauffées tandis que les parois horizontales sont isolées thermiquement. Les équations régissant le problème physique sont discrétisées par la méthode des volumes finis et ce, en utilisant un schéma d'interpolation en loi de puissance. La conductivité effective et la viscosité effective du nanofluide sont calculées respectivement, par le modèle de Maxwell-Garnetts et celui de Brinkman. L'étude porte sur l'effet de paramètres physiques tels que le nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), le nombre de Hartmann ( $0 \leq Ha \leq 100$ ) et la fraction volumique en nanoparticules ( $0,0 \leq \phi \leq 0,1$ ) et d'un paramètre géométrique qui consiste en l'inclinaison de la cavité par rapport à l'horizontale ( $0^\circ \leq \omega \leq 60^\circ$ ). Les résultats obtenus montrent que les nombres de Rayleigh et de Hartmann ont un effet considérable sur les champs hydrodynamique et thermique. En outre, l'ajout des nanoparticules suscite des améliorations des performances thermiques au sein de l'enceinte. Par ailleurs, les champs hydrodynamique et thermique dépendent fortement de l'inclinaison de la cavité.

## Nomenclature

$B_0$	Intensité du champ magnétique, $\text{kg.s}^{-2}.\text{A}^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
$C_p$	Chaleur spécifique, $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\beta$	Coefficient d'expansion thermique, $\text{K}^{-1}$
$g$	Accélération de la pesanteur, $\text{m.s}^{-2}$	$\theta$	Température adimensionnelle
$H$	Hauteur de la cavité, m	$\mu$	Viscosité dynamique, $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
$Ha$	Nombre de Hartmann ( $B_0 L \sqrt{\sigma_{nf} \rho_f / \rho_{nf} \mu_{nf}}$ )	$\rho$	Masse volumique, $\text{kg.m}^{-3}$
$k$	Conductivité thermique, $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\phi$	Fraction volumique
$L$	Largueur de la cavité, m	$\omega$	Angle d'inclinaison, °
$Nu$	Nombre de Nusselt	$\alpha$	Diffusivité thermique, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$P$	Pression adimensionnelle ( $pL^2 / \rho_{nf} \alpha_f$ )	<i>Indices</i>	
$Pr$	Nombre de Prandtl ( $\mu_f / \rho_f \alpha_f$ )	$C$	Chaud
$Ra$	Nombre de Rayleigh, ( $g (\rho\beta)_f L^3 (T_c - T_f) / \mu_f \alpha_f$ )	$f$	Fluide
$U, V$	Composantes de la vitesse adimensionnelle ( $uL / \alpha_f, vL / \alpha_f$ )	$F$	Froide
$X, Y$	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles	$m$	Moyen
		$nf$	Nanofluide
		$s$	Nanoparticule

## 1. Introduction

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement d'une nouvelle classe, dite les nanofluides. Ces derniers sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide de base. Grâce à leurs propriétés qui permettent d'améliorer les performances thermiques, les nanofluides peuvent être utilisés dans une multitude d'applications domestiques et industrielles. Cependant, la principale difficulté rencontrée avec les nanofluides est de disperser de manière stable dans le temps les nanoparticules dans le liquide de base à cause de leur agglomération, due soit à la gravité ou soit à la précipitation dépendant de la température. Dans le cas de la convection thermique au sein de nanofluides, qui sont généralement bons conducteurs, à la fois thermiques et électriques, et en présence d'un champ magnétique, le nanofluide est soumis à deux forces de volume à savoir : la force de flottabilité et celle de Lorentz. Cette dernière peut induire de la magnétohydrodynamique (MHD).

La magnétohydrodynamique associée particulièrement au transfert thermique a reçu une attention considérable dans les dernières années en raison de sa grande variété d'application dans les domaines de l'ingénierie, tels que la formation de cristaux dans le liquide, le refroidissement des réacteurs nucléaires [1], les équipements électroniques ainsi que les dispositifs microélectroniques [2] et la technologie solaire [3]. Les études de simulation numérique, portant sur la magnétohydrodynamique, en mode de convection naturelle, au sein des nanofluides dans différentes configurations, sont nombreuses et diversifiées. En effet, A. Mahmoudi et *al.* [4] ont étudié la MHD de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau en convection naturelle dans une enceinte carrée. Ils ont remarqué que l'augmentation du nombre de Rayleigh améliore le transfert thermique. En revanche, l'augmentation du nombre de Hartmann le défavorise. Ils ont montré en outre, que le transfert thermique dépend de la direction du champ magnétique. A. H. Mahmoudi et *al.* [5] ont axé leur étude sur la MHD dans une enceinte triangulaire, remplie d'un nanofluide Cu-eau. Ils ont trouvé que la présence de nanoparticules améliore le transfert thermique lorsqu'il s'agit des faibles valeurs du nombre de Rayleigh. Il est en revanche insensible aux variations du nombre de Hartmann. A. H. Mahmoudi et *al.* [6] ont entrepris la MHD dans une cavité trapézoïdale et ont constaté que l'effet des nanoparticules est plus prononcé aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh, avec un mode de conduction dominant. Concernant les cavités différentiellement chauffées, présentant une inclinaison par rapport à l'horizontale et soumise à un champ magnétique, peu de travaux sont recensés.

C'est ainsi que l'étude abordée dans le présent travail évalue sur les performances hydrodynamique et thermique d'un nanofluide confiné dans une cavité inclinée. L'influence des nombres de Rayleigh, de Hartmann ainsi que de la fraction volumique en nanoparticules sur la structure de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité, exposée à un champ magnétique.

## 2. Description du problème et modèle mathématique

Le problème physique considéré dans cette étude est celui d'un écoulement laminaire et stationnaire d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, supposé incompressible et newtonien et ce, dans une cavité bidimensionnelle carrée. Les parois verticales de cette dernière sont différentiellement chauffées, alors que les parois horizontales sont isolées thermiquement. D'autre part, la cavité est soumise à l'action d'un champ magnétique externe uniforme, d'intensité constante  $B_0$ , appliqué le long de la direction horizontale (figure 1).

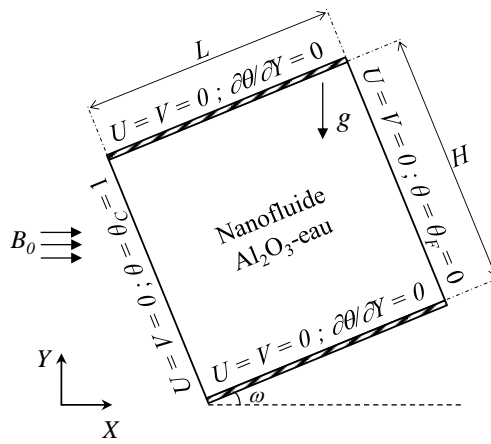


Figure 1 : Schéma du problème physique

Le problème considéré est gouverné par les équations de continuité (1), de quantité de mouvement (2 et 3) et de l'énergie (4). Les propriétés thermophysiques du nanofluide (voir tableau 1) sont constantes à l'exception de la masse volumique, dont la variation avec la température est décrite par l'approximation de Boussinesq. Il est supposé que le champ magnétique induit par le mouvement du nanofluide électriquement conducteur est négligeable par rapport au champ magnétique appliqué. En outre, il est supposé que la dissipation visqueuse et le chauffage par effet Joule sont négligés. Compte tenu des hypothèses simplificatrices, les équations générales régissant l'écoulement et le transfert thermique du nanofluide sont exprimées sous leur forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \sin \omega \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \cos \omega - Ha^2 Pr V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles, associées aux équations précédentes, sont illustrées à travers la figure 1.

La viscosité effective du nanofluide est donnée par le modèle de Brinkman [7] :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{(1-\phi)^{2,5}} \quad (5)$$

Quant à la conductivité thermique effective du nanofluide, elle est approximée par le modèle de Maxwell–Garnetts [8] :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2\phi(k_s - k_f)}{k_s + 2k_f - \phi(k_s - k_f)} \quad (6)$$

Le nombre de Nusselt local est évalué le long de la paroi chaude (gauche) et est donné par l'expression suivante :

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} \quad (7)$$

L'intégration de l'expression du nombre de Nusselt local (7), permet de calculer le nombre de Nusselt moyen. Celui-ci est donné par l'expression :

$$Nu_m = \frac{1}{H} \int_0^H Nu dY \quad (8)$$

	$\rho$	$k$	$C_p$	$\beta$	$Pr$
	$\text{kg.m}^{-3}$	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{K}^{-1}$	
Eau	997,1	0,613	4179	$21.10^{-5}$	6,2
$\text{Al}_2\text{O}_3$	3970	40	765	$0,85.10^{-5}$	

Tableau 1 : Propriétés thermophysiques de l'eau et de  $\text{Al}_2\text{O}_3$

### 3. Modèle numérique

Les équations régissant l'écoulement sont discrétisées par la méthode des volumes finis proposée par Patankar [9], en utilisant un schéma d'interpolation en loi de puissance tandis que le couplage vitesse-pression est assuré par l'algorithme SIMPLER. Le système d'équations discrétisées qui en découle est traité par la technique de balayage ligne par ligne afin d'être résolu par la méthode TDMA. La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés de chaque grandeur qui doivent être inférieurs à  $10^{-4}$ .

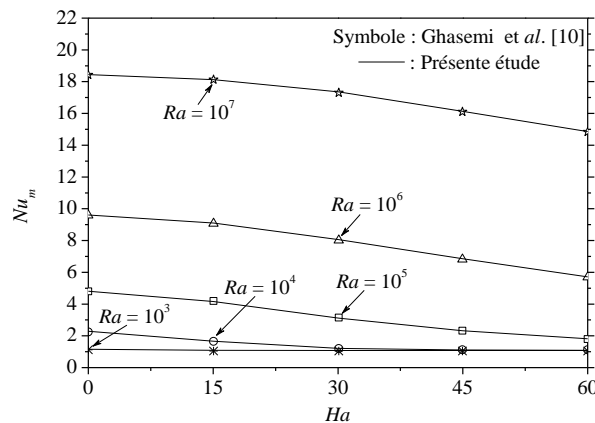


Figure 2 : Evolution du nombre de Nusselt moyen au sein de la cavité en fonction du nombre de Hartmann

## 4. Résultats

Avant d'entamer les simulations numériques, relatives à notre configuration, une validation du code de calcul est faite au préalable, en comparant nos résultats avec ceux issus des travaux de Ghasemi *et al.* [10]. Cette validation porte sur la comparaison quantitative des valeurs du nombre de Nusselt moyen (figure 2) où l'on constate un bon accord entre les deux résultats. L'étude de la sensibilité des résultats au maillage a révélé que la solution est indépendante à partir d'une grille  $121 \times 121$ , uniforme dans les deux directions ( $X$  et  $Y$ ).

### 4.1. Structure de l'écoulement

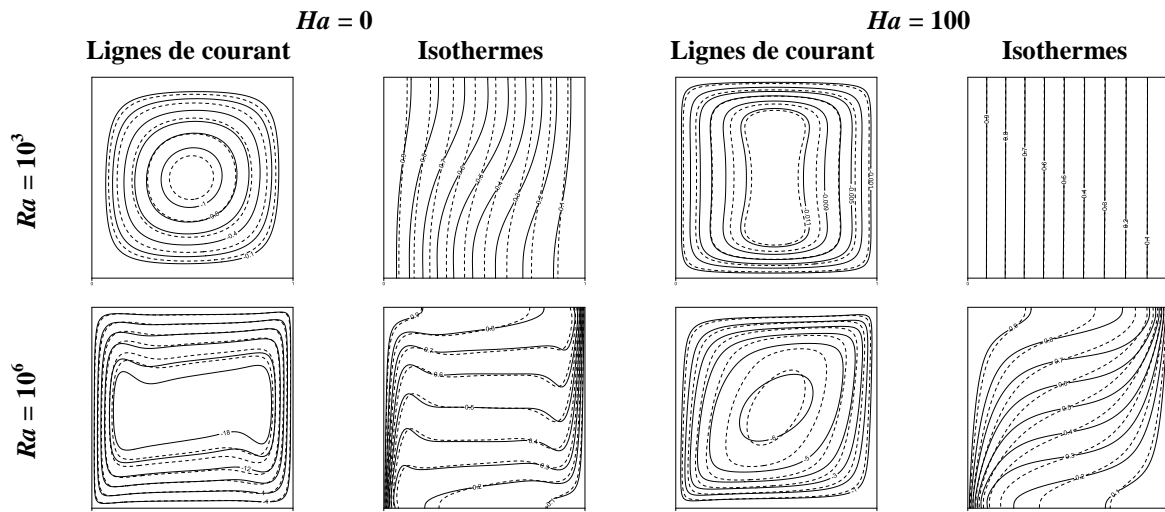


Figure 3 : Tracé des lignes de courant et des Isothermes pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et de Hartmann. (—)  $\phi = 0,0$  ; (---)  $\phi = 0,1$  et  $\omega = 0^\circ$

La figure 3 montre l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement. On remarque que les lignes de courant ont une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire, remontant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide. Par ailleurs, les lignes de courant présentent une forme plus au moins concentrique à  $Ra = 10^3$  et ce, en absence du champ magnétique ( $Ha = 0$ ). La concentricité a tendance à disparaître à  $Ra = 10^6$  ( $Ha = 0$ ) où un cisaillement important est visible à travers les lignes de courant internes. En présence du champ magnétique ( $Ha = 100$ ), on constate que l'écoulement présente une symétrie par rapport la verticale en  $X = 0,5$  à  $Ra = 10^3$ . Pour les valeurs importantes du nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^6$ ), cette symétrie est détruite, une structure déformée, étirée vers le coin supérieur droit prend place et présente une symétrie par rapport à la première bissectrice de la cavité. En outre, on remarque qu'à  $Ha = 0$ , les lignes de courant correspondant aux cas d'un fluide de base, l'eau en l'occurrence, et celui d'un nanofluide ( $\phi = 0,1$ ) sont presque confondues. En revanche, en présence du champ magnétique ( $Ha = 100$ ), la présence de nanoparticules ( $\phi = 0,1$ ) a un effet considérable sur la structure de l'écoulement, en particulier pour  $Ra = 10^6$ .

La distribution du champ de température est illustrée à travers des isothermes représentées sur la figure 3. L'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie les courants de convection, qui se manifestent par une distorsion des isothermes, en particulier pour  $Ra = 10^6$ . Ces dernières, en présence de champ magnétique ( $Ha = 100$ ), ont tendance à devenir parallèles entre-elles, traduisant ainsi un transfert thermique par conduction. En outre, l'ajout de nanoparticules ne se fait ressentir que dans les cas correspondant à  $Ha = 0$  ;  $Ra = 10^3$  et à  $Ha = 100$  ;  $Ra = 10^6$ .

Afin de quantifier l'intensité de l'écoulement, nous présentons sur les figures 4 et 5, en fonction de la distance longitudinale, l'évolution de la composante verticale de la vitesse, relevée le long du plan médian horizontal en  $Y = 0,5$ . Les figures 4 et 5 montrent que l'écoulement se fait principalement au voisinage des parois verticales, deux colonnes de fluide chaud et froid y montent et y descendent.

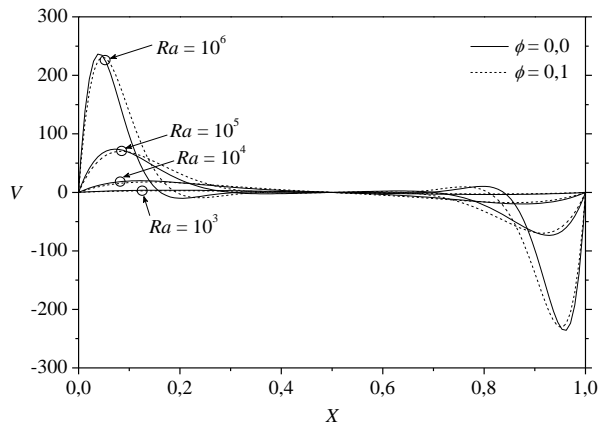


Figure 4 : Profils de vitesse verticale le long du plan médian horizontal, pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh.  $Ha = 0$  et  $\omega = 0^\circ$

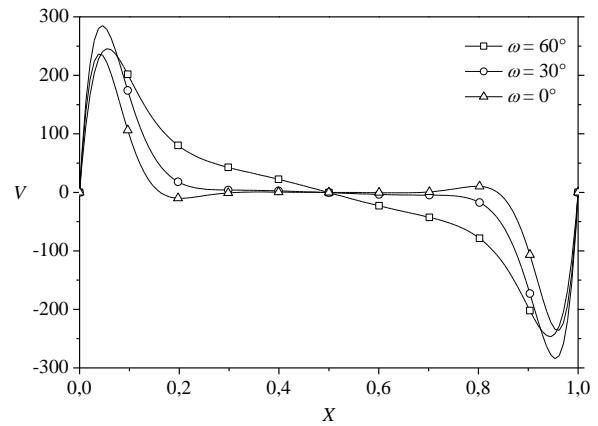


Figure 5 : Profils de vitesse verticale le long du plan médian horizontal, pour différents angles d'inclinaison.  $Ha = 0$  ;  $\phi = 0,0$  et  $Ra = 10^6$

La figure 4 montre que l'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie l'écoulement, en particulier lorsque  $Ra \geq 10^5$ , contrairement à la présence des nanoparticules où l'effet n'est visible que pour une fraction volumique  $\phi = 0,1$ , où l'on constate un affaiblissement de l'intensité de l'écoulement pour  $Ra = 10^5$  et  $Ra = 10^6$ . La figure 5 quant à elle, illustre l'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité par rapport à l'horizontale, sur la composante verticale de la vitesse. On constate que toutes les courbes passent par le centre de la cavité ( $X = 0,5$ ), correspondant ainsi à une vitesse nulle. Il est intéressant de noter, en outre, qu'au voisinage de la paroi gauche, les valeurs maximale et minimale de la vitesse sont obtenues pour respectivement un angle d'inclinaison correspondant à  $\omega = 30^\circ$  et  $\omega = 0^\circ$ .

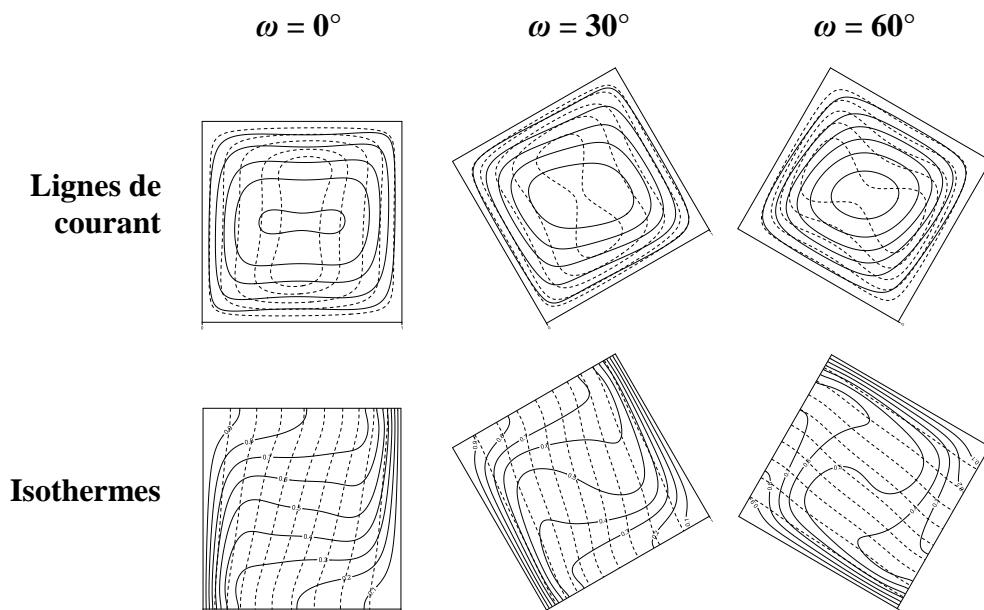


Figure 6 : Tracé des lignes de courant et des Isothermes pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison. (—)  $Ha = 0$  ; (---)  $Ha = 100$  ;  $Ra = 10^6$  et  $\phi = 0,0$

La figure 6 représente l'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité sur la structure de l'écoulement au sein d'une cavité remplie d'un fluide de base pur, en présence et en l'absence de champ magnétique. Notons que les lignes de courant présentent une forme monocellulaire qui tend à être concentrique lorsque l'angle d'inclinaison de la cavité augmente et ce, en l'absence du champ magnétique. Pour  $Ha = 100$ , la structure reste sensiblement symétrique par rapport à au plan médian de la cavité en  $X = 0,5$  avec un étranglement des lignes de courant en leur centre, d'autant plus important que  $\omega = 30^\circ$ . Cette contraction est surtout visible pour les lignes de courant les plus internes, celles qui tournent aux plus faibles vitesses.

Pour ce qui est des isothermes, en absence du champ magnétique ( $Ha = 0$ ), on remarque que l'augmentation de l'angle de l'inclinaison déforme considérablement la structure des isothermes, déplaçant de plus en plus grandes quantités de fluide chaud au voisinage de la paroi froide (et inversement pour le fluide froid) et privilégiant une conduction thermique sur toute l'étendue des parois actives. En effet, au voisinage des parois actives, on note un réarrangement sous forme stratifiée et dense des isothermes, en particulier pour  $\omega = 30^\circ$ . En présence du champ magnétique ( $Ha = 100$ ), l'inclinaison de la cavité n'a pas d'effet notable sur la distribution des isothermes, de plus un transfert thermique en mode de conduction prédomine.

#### 4.2. Performances thermiques

Pour mettre en évidence les échanges thermiques, nous présentons le tracé du nombre de Nusselt moyen dans la cavité.

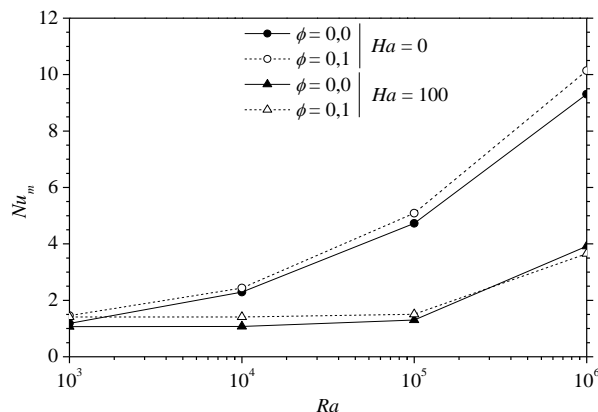


Figure 7 : Evolution du nombre de Nusselt moyen de la cavité en fonction du nombre de Rayleigh.  $\omega = 0^\circ$

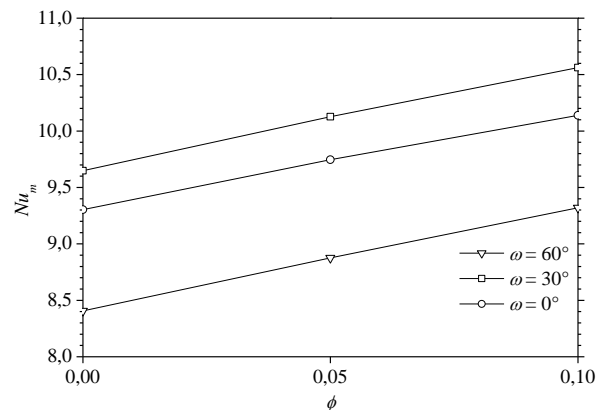


Figure 8 : Evolution du nombre de Nusselt moyen de la cavité en fonction de la fraction volumique en nanoparticules.  $Ra = 10^6$ ;  $Ha = 0$

La figure 7 qui représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, pour un fluide pur et un nanofluide, en présence et en absence de champ magnétique. La figure montre que pour  $\omega = 0^\circ$ , l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne l'augmentation du nombre de Nusselt moyen et ce, de manière notable lorsque  $Ra \geq 10^5$  dans le cas où le champ magnétique est considéré ( $Ha = 100$ ) et  $Ra \geq 10^4$  lorsque  $Ha = 0$ . Hormis les valeurs du nombre de Rayleigh supérieures ou égales à  $3 \cdot 10^5$ , correspondant au cas où  $Ha = 100$ , pour lesquelles les nanofluides défavorisent le transfert thermique, l'ajout de nanoparticules offre les meilleures performances thermiques en présence et en l'absence de champ magnétique. Par ailleurs, la présence du champ magnétique défavorise le transfert thermique, en particulier pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh.

Le tracé de la figure 8, qui représente pour différentes inclinaisons, l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique en nanoparticules, montre que l'augmentation de cette dernière engendre une augmentation du nombre de Nusselt moyen dans la cavité. On remarque en outre que les meilleurs échanges thermiques sont obtenus pour une cavité inclinée de  $30^\circ$  par rapport à l'horizontale, tandis que les plus faibles valeurs du nombre de Nusselt moyen correspondent à  $\omega = 60^\circ$ . En effet, d'après le tracé des isothermes de la figure 6 ( $Ha = 0$ ), les courants de convection, localisés principalement au centre de la cavité, sont plus prononcés dans le cas  $\omega = 30^\circ$ .

## 5. Conclusion

Dans le présent travail, nous avons étudié le transfert thermique au sein d'une cavité carrée, remplie d'un nanofluide et exposée à un champ magnétique. Les principaux résultats se résument comme suit :

- L'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie le champ hydrodynamique et améliore le transfert thermique en particulier, en l'absence du champ magnétique.
- L'introduction du champ magnétique affaiblit la structure hydrodynamique de l'écoulement et défavorise le transfert thermique au sein de la cavité, en particulier pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh. Il a été noté, en outre, que le champ magnétique entraîne un transfert thermique en mode de conduction.
- L'ajout des nanoparticules atténue la structure hydrodynamique et améliore le transfert thermique en particulier, en absence du champ magnétique.
- L'inclinaison de la cavité entraîne des modifications dans la structure de l'écoulement. En effet, les meilleures performances thermiques sont obtenues pour un angle d'inclinaison  $\omega = 30^\circ$ , contrairement à  $\omega = 60^\circ$  qui présente les plus faibles valeurs du nombre de Nusselt moyen.

## Références

- [1] A. J. Sudha, K. Velusamy, Numerical analysis of natural convection in sodium plenum below the grid plate of a fast reactor during a severe accident, *Ann Nucl Energy*, 54 (2013), 120-128.
- [2] C. Y. Tsai, H. T. Chien, P.P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters*, 58 (2004), 1461-1465.
- [3] O. Mahian, A. Kianifar, S. A. Kalogirou, I. Pop, S. Wongwises, A review of the applications of nanofluids in solar energy, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 57 (2013), 582-594.
- [4] A. Mahmoudi, I. Mejri, M. A. Abbassi, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution, *Powder Technology*, 256 (2014), 257-271.
- [5] A. H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi, Effect of magnetic field on natural convection in a triangular enclosure filled with nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, 59 (2012), 126-140.
- [6] A. H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi, F. Talebi, MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu–water nanofluid, *Computers & Fluids*, 72 (2012), 46-62.
- [7] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *Journal of Chemical Physics*, 20 (1952), 571-581.
- [8] J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, *third ed. Dover. New York.* (1954).
- [9] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Washington. DC.* (1980).
- [10] B. Ghasemi, S.M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, 50 (2011), 1748-1756.