

Etude numérique du transfert thermique lors de l'écoulement d'un nanofluide dans une cavité trapézoïdale ventilée

Mahdi BENZEMA^{1*}, Youb Khaled BENKAHLA¹, Seif-Eddine OUYAHIA¹, Elisabeth BRUNIER², Nabila LABSI¹

¹Laboratoire des Phénomènes de Transfert, FGMGP, USTHB
BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie

²Université de Technologie de Compiègne
BP. 20529-60205 Compiègne, France

* (auteur correspondant : mehdi_benzema@yahoo.fr)

Résumé – Dans la présente étude, nous nous intéresserons à l'étude numérique des phénomènes convectifs ainsi qu'à la quantification des échanges thermiques, s'opérant au sein d'une cavité ventilée de forme trapézoïdale traversée par un nanofluide, en régime stationnaire. La cavité est soumise à un jet laminaire d'un nanofluide frais introduit par une ouverture placée sur le coin supérieur de la paroi verticale gauche, qui par ailleurs est isolée thermiquement tout comme la paroi horizontale supérieure ; le fluide s'évacue alors de la cavité à travers une autre ouverture placée au niveau du coin inférieure de la paroi opposée, qui se trouve être inclinée et portée à une température constante et uniforme inférieure à celle à laquelle est soumise la base de l'enceinte. Le fluide en question, est une suspension de nanoparticules d'Oxyde de Titane (TiO_2) dans de l'eau comme fluide de base. On suppose cependant que le nanofluide se comporte sensiblement comme un fluide monophasique, newtonien et incompressible. En outre l'approximation de Boussinesq est retenue pour tenir compte des effets de poussée. Une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis avec un schéma d'interpolation de type loi de puissance, est utilisée pour la résolution des équations conservatrices, régissant les phénomènes dynamiques se produisant au sein de la cavité. Le traitement du couplage pression-vitesse est assuré par l'algorithme SIMPLER. Des corrélations empiriques ont été utilisées pour simuler la présence des nanoparticules dans le fluide

Les résultats issus des simulations sont présentés et analysés à travers les champs dynamique et thermique au sein de la cavité, avec une attention particulière au taux de transfert thermique, à travers le nombre de Nusselt moyen évaluée sur la paroi horizontale active. En vue de l'obtention d'une configuration offrant les meilleures performances thermiques, une étude paramétrique a été entreprise en considérant, l'effet de l'ajout des nanoparticules de TiO_2 , du nombre de Reynolds et ce, pour différents modes de convection thermiques caractérisés par le nombre de Richardson. Les résultats obtenus montrent d'une part, que l'augmentation des nombres de Reynolds et de Richardson améliore le transfert thermique. D'autre part, la présence des nanoparticules au sein du fluide n'a d'effet significatif sur le transfert thermique que lorsqu'il s'agit des convections forcée dominante et mixte.

Nomenclature

d_p	diamètre de la nanoparticule, m	X, Y	coordonnées adimensionnelles
d_f	diamètre moléculaire de l'eau, m	<i>Symboles grecs</i>	
C_p	chaleur spécifique, $J kg^{-1} K^{-1}$	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	β	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
H	hauteur de la cavité	θ	température adimensionnelle
k	conductivité thermique, $W m^{-1} K^{-1}$	μ	viscosité dynamique, $kg m^{-1} s^{-1}$
k_b	constante de Boltzman $1,3806.10^{-23} J.K^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg m^{-3}$
l	longueur de la paroi horizontale supérieure	φ	fraction volumique
L	longueur de la paroi horizontale inférieure	<i>Indices et exposants</i>	
N	nombre d'Avogadro, $6,023.10^{23} mol^{-1}$	B	Brownien
Nu	nombre de Nusselt	C	chaud
P	pression adimensionnelle	F	froid
Pr	nombre de Prandtl	f	fluide
Re	nombre de Reynolds	l	local
Ri	nombre de Richardson	m	moyen
T	température, K	nf	nanofluide
U, V	composantes adimensionnelles de la vitesse	p	particule
		0	références

1. Introduction

Le récent développement des nanosciences, notamment la recherche concernant les nanofluides, est dû au fait qu'il est possible d'améliorer, de façon considérable, les performances thermiques de certains systèmes en utilisant cette nouvelle classe de fluide à la place des fluides caloporteurs traditionnels. Le phénomène de convection thermique au sein des cavités ventilées, à géométries simples (les cavités carrée, rectangulaire et cylindrique à titre d'exemples), traversées essentiellement par de l'air ou de l'eau a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs [1,2], étant donné son implication dans divers systèmes et processus industriels, tels que le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, les échangeurs de chaleur et la thermique des bâtiments. Cependant, la littérature révèle que la convection thermique lors de l'écoulement de nanofluides dans les cavités ventilées reste encore à explorer. Les travaux élaborés dans cet axe, ne concernaient que les géométries simples. Citons à titre d'exemple, ceux de Soutiji *et al.* [3], qui ont traité le transfert thermique dans une cavité carrée munie d'ouvertures et traversée par un nanofluide (Al_2O_3 -Eau). Ils ont remarqué que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation des nombre de Reynolds et de Richardson ainsi qu'avec celle de la fraction volumique. Shahi *et al* [4] ont réalisé une étude numérique de la convection mixte lors de l'écoulement d'un nanofluide (Cu-Eau) au sein d'une cavité carrée ventilée. Leurs résultats indiquent que l'ajout de nanoparticules conduit à l'augmentation du nombre de Nusselt moyen. En revanche, peu de travaux ont été consacrés au transfert thermique au sein de cavités ayant des géométries plus complexes. Mentionnons, à titre d'exemple, l'étude de Tmartnhad *et al.* [5] qui ont considéré l'écoulement de l'air dans une enceinte trapézoïdale aérée.

Ainsi, l'objectif de la présente étude est d'étudier l'écoulement d'un nanofluide (TiO_2 -Eau) dans une cavité de forme trapézoïdale, munie d'ouvertures. Les effets conjugués de l'intensité du jet de nanofluide, du mode de convection considéré, ainsi que de l'influence de la concentration en nanoparticules, sur les performances thermiques au sein de la cavité sont analysés dans ce travail.

2. Position et mise en équations du problème physique

Le problème physique considéré dans ce travail ainsi que les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques sont présentés sur la figure 2 ; il s'agit d'une cavité ventilée de section trapézoïdale de longueur L et de hauteur $H = L/2$, traversée par un nanofluide, en régime stationnaire. L'enceinte est supposée être de longueur infinie dans la troisième direction (Oz), orthogonale au plan xOy , conférant ainsi à notre configuration un caractère bidimensionnel. La cavité est soumise à un jet laminaire, de nanofluide frais ($\theta = \theta_F$), introduit par une ouverture placée sur le coin supérieur de la paroi verticale gauche qui par ailleurs est adiabatique tout comme la paroi horizontale supérieure. Le fluide s'évacue alors de la cavité à travers une seconde ouverture placée au niveau du coin inférieur de la paroi opposée, qui se trouve être inclinée et portée à une température constante et uniforme θ_F , inférieure à celle à laquelle est soumise la base de l'enceinte θ_C . La condition d'un écoulement hydrodynamique et thermique établis à la sortie est imposée. Le fluide en question, est une suspension de nanoparticules de dioxyde de titane (TiO_2) dans de l'eau comme fluide de base.

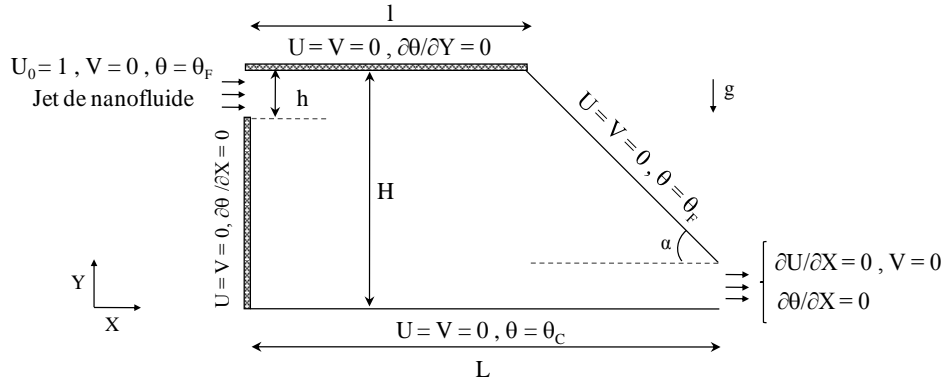


Figure 1 : Configuration du problème physique

On suppose cependant que le nanofluide se comporte sensiblement comme un fluide monophasique, newtonien et incompressible, satisfaisant l'approximation de Boussinesq pour tenir compte des effets de poussée. Les nanoparticules de TiO_2 sont supposées être en équilibre thermique avec le fluide de base. Les valeurs des différents paramètres utilisés pour le calcul des propriétés thermophysiques du nanofluides sont données dans le Tableau 1.

	ρ	k	C_p	β	d
	$kg\ m^{-3}$	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$	K^{-1}	M
TiO_2	4250	8,9538	686,2	$0,9 \times 10^{-5}$	$3,85 \cdot 10^{-10}$
Eau	997,1	0,613	4179	$2,1 \times 10^{-4}$	$25 \cdot 10^{-9}$

Tableau 1 : Propriétés thermophysiques de l'eau et du TiO_2 à $T = 298,15\ K$

Compte tenu des hypothèses retenues, les équations de conservation macroscopiques, de Continuité (1), de la Quantité de mouvement (2 et 3) et de l'Énergie (4) qui décrivent les phénomènes convectifs s'opérant dans la cavité peuvent être écrites sous leurs formes adimensionnelles, de la manière suivante :

Equation de Continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

Equation de la Quantité de mouvement suivant X et Y respectivement

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\rho_f \mu_{nf}}{\rho_{nf} \mu_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho \beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ri \theta \quad (3)$$

Equation de l'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{k_{nf} (\rho C_p)_f}{k_f (\rho C_p)_{nf}} \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Les expressions adimensionnelles des coordonnées spatiales, de la vitesse, de la pression statique et de la température, ainsi que les nombres de Prandtl, de Reynolds et de Richardson sont donnés respectivement par :

$$\begin{aligned} X, Y &= \frac{x, y}{H} ; U, V = \frac{u, v}{U_0} ; P = \frac{P}{\rho_{nf} U_0^2} ; \theta = \frac{T - T_F}{T_C - T_F} \\ Pr &= \frac{\nu_f}{\alpha_f} ; Re = \frac{\rho_f U_0 H}{\mu_f} ; Ri = \frac{g \beta_f \Delta T H}{U_0^2} = \frac{Gr}{Re^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Dans cette étude, les corrélations proposées par Corcione et *al.* [6] sont utilisées pour estimer la viscosité et la conductivité thermique effectives du nanofluide. Elles découlent de travaux expérimentaux recensés dans la littérature. Elles prennent en compte les effets du diamètre de la particule nanométrique, de la température et de la fraction volumique. Ces dernières sont exprimées de la façon suivante :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34,87 (d_p/d_f)^{-0,3} \varphi^{1,03}} , \text{ avec } d_f = 0,1 \left(\frac{6M}{N \pi \rho_{f0}} \right)^{1/3} \quad (6)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4,4 Re^{0,4} Pr^{0,66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f} \right)^{0,03} \varphi^{0,66} , \text{ avec } Re_B = \frac{2 \rho_f k_b T}{\pi \mu_f d_p} \quad (7)$$

3. Estimation du transfert thermique

Le critère retenu dans ce travail d'analyse de la convection thermique est l'estimation du taux de transfert thermique, à travers le calcul des valeurs du nombre de Nusselt moyen évalué sur la paroi active chauffée. La distribution du nombre de Nusselt local le long de la base inférieure de la cavité trapézoïdale est obtenue au moyen de l'expression suivante :

$$Nu_l(X) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (8)$$

L'intégration du nombre de Nusselt local, obtenues par l'expression (5) sur la paroi correspondante, rapporté à la longueur utile de l'enceinte, nous conduit l'expression du nombre de Nusselt moyen :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_l dX \quad (9)$$

4. Méthode de résolution numérique

Une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis proposée par Patankar [7], est utilisée pour la résolution des équations, régissant les phénomènes dynamiques se produisant dans la cavité, mises sous forme adimensionnelle (1-4). Un schéma d'interpolation de type *loi de puissance*, est employé pour la discrétisation spatiale des équations. Le système d'équations algébriques est résolu par un double balayage (TDMA). Le traitement du couplage pression-vitesse est assuré par l'algorithme SIMPLER. Nous avons utilisé un maillage structuré uniformément, suivant les directions, horizontale et verticale. Les essais effectués pour tester la sensibilité des résultats au maillage pour $Ri = 1$; $Re = 500$ et $\varphi = 0,04$ révèlent que la solution numérique est indépendante de ce dernier à partir de la grille 161×81 suivant X, Y respectivement (figure 2, *a*).

5. Principaux résultats

La fiabilité du code de calcul développé dans cette étude a été vérifiée et testée avec succès après confrontation de nos résultats avec ceux de Sourtiji et *al.*[5], qui concernent l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée, à parois chaudes, contenant deux ouvertures et traversée par un nanofluides frais (Al_2O_3 -Eau). La validation porte sur le tracé de la distribution du nombre de Nusselt local le long des quatre parois de l'enceinte (en partant du point le plus haut de la paroi verticale gauche) pour $Ri = 0$, $Re = 500$ et $\varphi = 0,0$ présenté sur la figure 2 (*b*). Au vu de cette dernière, on constate une bonne concordance entre nos résultats et ceux de Sourtiji et *al.*[3]. De plus, concernant le nombre de Nusselt moyen, l'écart maximal relatif dans ces mêmes conditions, ne dépasse pas 0,85 %.

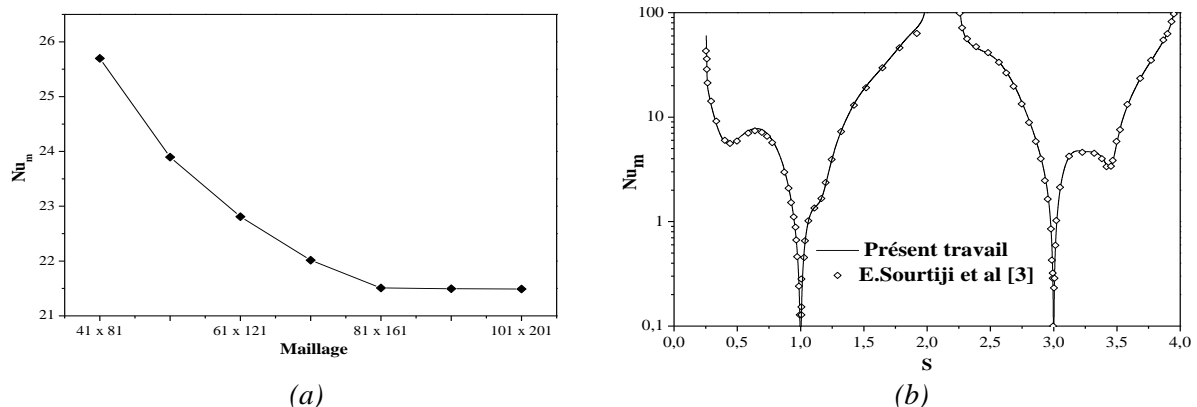


Figure 2 : Etude de la sensibilité des résultats au maillage (*a*). Vérification du code de calcul (*b*).

Les résultats issus des simulations sont présentés travers les champs dynamique et thermique au sein de la cavité, avec une attention particulière au taux de transfert thermique, à travers le nombre de Nusselt moyen évalué sur la paroi chaude. En vue de déterminer les conditions offrant les meilleures performances thermiques dans la cavité; nous examinons l'influence de l'intensité du jet de nanofluides caractérisée par un nombre de Reynolds variant de 10 à 500 et ce, pour différents modes de convection déterminés à travers le nombre de Richardson ($Ri = 0,1$; 1 et 10), ainsi que la concentration de l'eau en nanoparticules de TiO_2 , qui s'exprime en fraction volumique, notée φ , variant de 0,0 à 0,05. Enfin, pour tous les essais, le nombre de Prandtl est pris égal à 6,2. Sur les figures 3, 4 et 5 nous présentons pour le cas du fluide de base pur ($\varphi = 0$), les lignes de courant (*a*) ainsi que les isothermes (*b*), pour différents nombres de Reynolds et de Richardson. La structure de l'écoulement est de façon générale constituée d'une part de lignes de courant ouvertes, représentant l'écoulement principal, imposé à l'entrée de l'enceinte. Ce dernier est illustré par un tube de courant

traversant la cavité, le long de la diagonale reliant l'entrée à la sortie de celle-ci. D'autre part, les lignes de courant fermées indiquent quant à elles, une cellule de recirculation en mouvement de rotation horaire, confinée entre l'écoulement principal et les parois horizontale et verticale gauche. Cette zone de recirculation apparaît quelque soit le mode de convection.

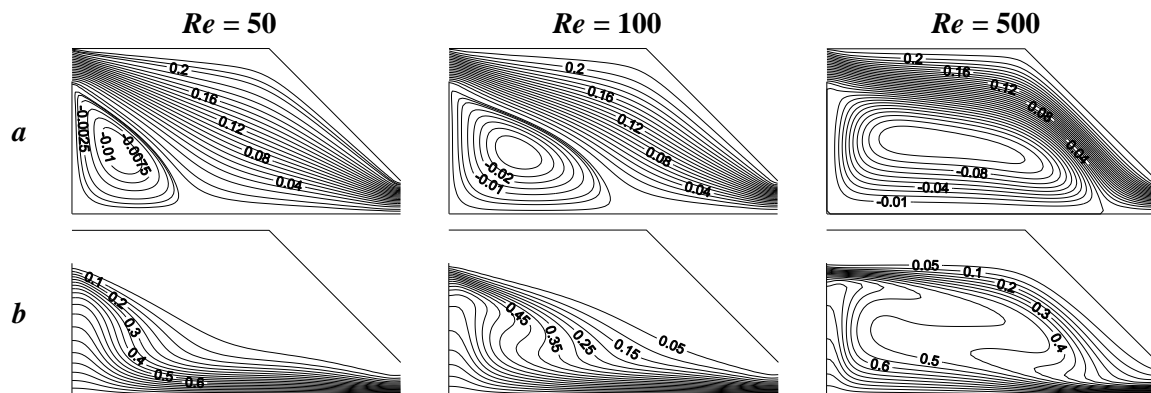


Figure 3 : Tracé des lignes de courant (a) et des isothermes (b) à différents nombre de Reynolds. $Ri = 0,1$; $\varphi = 0,0$

Lorsque le nombre de Richardson est pris égal à 0,1 (figure 3), en d'autres termes lorsque la convection forcée domine le processus de transfert thermique et pour $Re = 50$, l'écoulement principal occupe la majeure partie de la cavité, tandis que la cellule de recirculation occupe un espace plus restreint. Cette cellule, naissant des courants chauds ascensionnels, voit son volume augmenter au fur et à mesure que l'inertie augmente (en d'autre terme, au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente). En effet, cette dernière s'étale de plus en plus le long de la paroi chaude et repousse le tube de courant en le plaquant contre la paroi froide. Les isothermes correspondant aux différentes valeurs du nombre de Reynolds montrent que l'augmentation de ce dernier procure d'une part, des vitesses de plus en plus grandes à la cellule de recirculation, ce qui fait augmenter les courants de convection dans la cavité (en particulier au voisinage de la paroi verticale gauche). La chaleur arrive alors à pénétrer profondément, dans la région correspondant à la partie supérieure de la cellule de recirculation. D'autre part, la région concernée par la conduction thermique et localisée au voisinage de la paroi chauffée qui diminue d'autant que le nombre de Reynolds augmente.

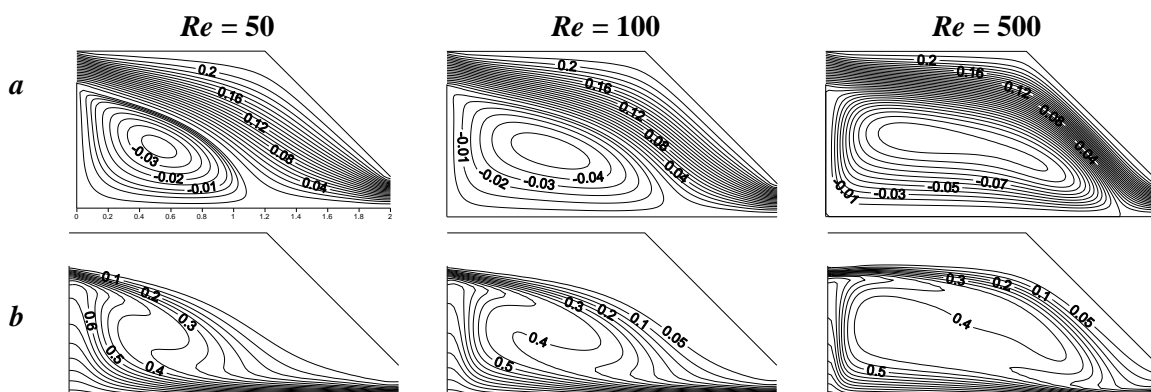


Figure 4 : Tracé des lignes de courant (a) et des isothermes (b) à différents nombre de Reynolds. $Ri = 1$; $\varphi = 0,0$

En mode convection mixte ($Ri = 1$), (Figure 4), les forces de poussée et d'inertie sont du même ordre de grandeur. Nous observons que la cellule de recirculation s'étend davantage

verticalement, provoquant ainsi la diminution de l'épaisseur du tube de courant. Cette augmentation du volume de la cellule est due à l'intensité des forces de poussée qui devient plus importante en comparaison avec le cas de la convection forcée dominante. Comme précisé précédemment, l'augmentation de l'inertie provoque un étirement de la cellule. En ce qui concerne les isothermes, nous remarquons qu'elles sont plus incurvées, non seulement en comparaison avec le cas de la convection forcée dominante, mais également en augmentant le nombre de Reynolds. De même, la chaleur atteint des régions de plus en plus profondes.

Dans le cas d'un nombre de Richardson égal à 10 (convection naturelle dominante, figure 5), la cellule de recirculation voit son volume augmenter alors que l'épaisseur du tube de courant diminue d'autant et est plaqué contre les parois supérieures. Les isothermes deviennent de plus en plus incurvées par rapport aux cas précédents. La chaleur envahit plus de régions tandis que du fluide froid arrive par le bas, longe la paroi chaude, puis remonte le long de la paroi gauche.

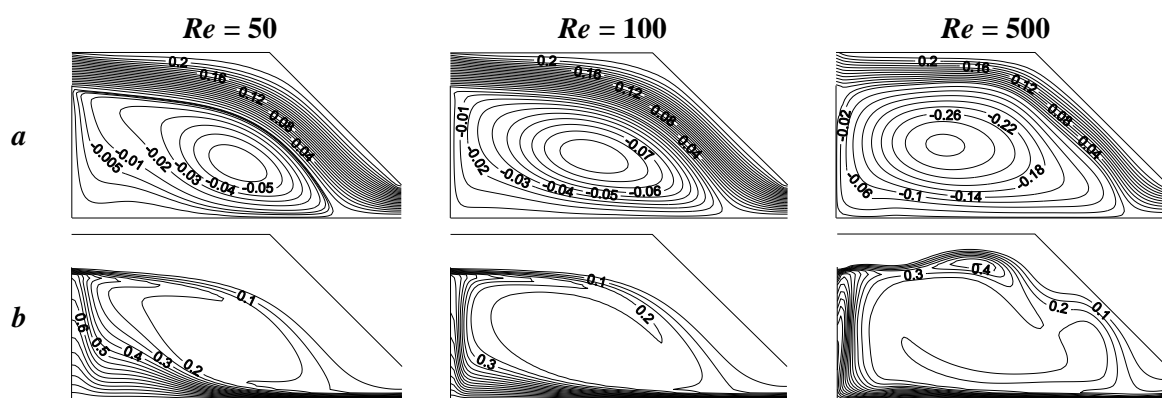


Figure 5 : Tracé des lignes de courant (a) et des isothermes (b) à différents nombre de Reynolds. $Ri = 10$; $\varphi = 0,0$

Sur la figure 6 nous présentons la variation du nombre de Nusselt moyenné le long de la paroi chaude, en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes concentrations en TiO_2 et pour les trois modes de convection. Pour les cas $Ri = 0,1$ et 1, l'augmentation du nombre de Reynolds ainsi que la concentration en nanoparticules améliore le transfert thermique, et ce de manière significative pour ce qui concerne l'effet du nombre de Reynolds. Notons également que c'est le mode de convection mixte ($Ri = 1$) qui offre les meilleures performances. Quant au cas de la convection naturelle dominante ($Ri = 10$), nous remarquons que l'ajout de nanoparticules n'a un effet significatif, que lorsque le nombre de Reynolds dépasse 350. En effet, à partir de ce seuil, le cas correspondant à $\varphi = 0,05$ offre paradoxalement les moins bonnes valeurs du nombre de Nusselt en comparaison avec le cas du fluide pur, qui lui offre les meilleures performances.

6. Conclusion

Dans cette étude nous avons analysé numériquement le transfert thermique lors de l'écoulement d'un nanofluide dans une cavité trapézoïdale ventilée. Des corrélations empiriques ont été utilisées pour simuler la présence des nanoparticules dans le fluide. L'étude portait sur les effets des nombres de Reynolds et de Richardson ainsi que celui de la concentration en TiO_2 sur le transfert thermique. Il en ressort d'une part que l'augmentation des nombres de Reynolds et de Richardson améliore le transfert thermique. D'autre part, la présence des nanoparticules au sein du fluide n'a d'effet significatif sur le transfert thermique que lorsqu'il s'agit des convections forcée dominante et mixte. En revanche, dans le cas de la

convection naturelle dominante, il n'y a presque pas d'effet sauf à partir d'un nombre de Reynolds égal à 350 où la fraction volumique en nanoparticules $\varphi = 0,05$ offre les plus faibles valeurs du nombre de Nusselt moyen tandis que les valeurs les plus élevées sont obtenues dans le cas du fluide pur ($\varphi = 0,0$). Finalement, il y apparaît au travers de cette étude et pour la gamme des paramètres étudiés que l'ajout de particules est non probant.

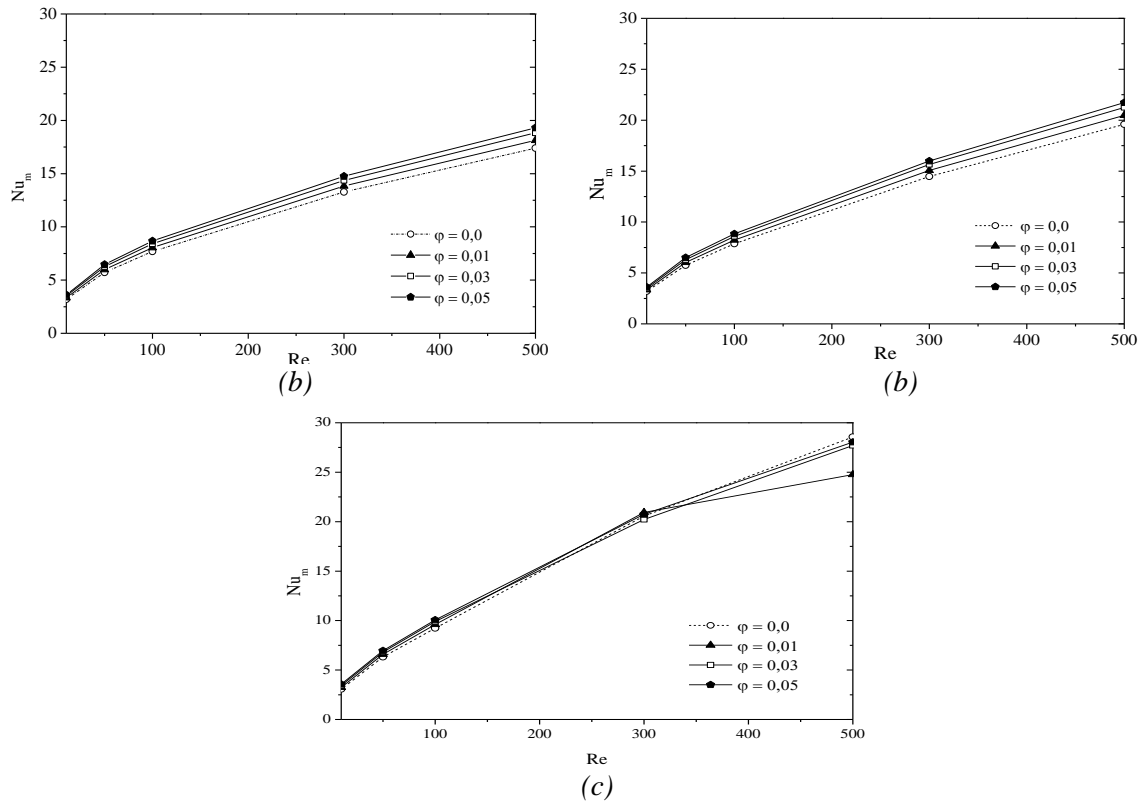


Figure 6: Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de Re à différentes φ pour différent Ri (a) $Ri = 0,1$, (b) $Ri = 1$, (c) $Ri = 10$

Références

- [1] A. Raji, M. Hasnaoui, Corrélations en convection mixte dans des cavités ventilées, *Rev. Gén. Therm.*, 37 (1998), 874-884.
- [2] A. Raji, M. Hasnaoui, A. Bahlaoui, Numerical study of natural convection dominated heat transfer in a ventilated cavity: Case of forced flow playing simultaneous assisting and opposing roles, *Int. J. of Heat Fluid Flow*, 29-4 (2008), 1174-1181.
- [3] E. Sourtiji, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji, S.F. Hosseinzadeh Numerical analysis of mixed convection heat transfer of Al_2O_3 -water nanofluid in a ventilated cavity considering different positions of the outlet port, *Powder Technology*, 262 (2014) 71-81.
- [4] M. Shahi, A. Houshang, F. Talebi, Numerical study of mixed convective cooling in a square cavity ventilated and partially heated from the below utilizing nanofluid, *Int. Com. in Heat Mass Transfer*, 37 (2010), 201-213.
- [5] I. Tmartnhad, M. El Alami, M. Najam, A. Oubarra, Numerical investigation on mixed convection flow in a trapezoidal cavity heated from below, *Ener. Conv. Management*, 49 (2008), 3205-3210.
- [6] M. Corcione, Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nonfluids, *Ener. Conv. Management*, 52, (2011), 789-793.
- [7] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporating, New York: Taylor and Francis Group, (1980), 113-137.