

Modélisation d'une détente quasi-isotherme d'un gaz par contact direct avec un fluide caloporteur.

Mathilde BLAISE^{1,2*}, Denis MAILLET¹, Michel FEIDT¹, Antoine ALEMANY³, Renato FORCINETTI⁴

¹ Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMETA-ENSEM); 2, avenue de la Forêt de Haye, 54516 Vandœuvre-lès-Nancy, France

² Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie (ADEME), 20, avenue du Grésillé- BP 90406, 49004 Angers Cedex 01, France

³ Science et Ingénierie des MATériaux et Procédés (SIMAP), groupe EPM, (UMR CNRS-INP Grenoble-UJF 5266), Domaine Universitaire, BP 75, 38402 Saint Martin d'Hères, France

⁴ Department of electrical and electronic engineering (DIEE), University of Cagliari, piazza d'Armi, 09123 Cagliari, Italy

*(auteur correspondant : mathilde.blaise@univ-lorraine.fr)

Résumé – Les besoins en électricité sont croissants, cependant, les rejets thermiques industriels sont peu valorisés. La reconsidération des moteurs à apport de chaleur externe est un enjeu d'actualité pour la valorisation des rejets thermiques. Dans ces derniers, la phase de détente motrice offre des possibilités d'amélioration. L'idée ici est d'accompagner cette étape par un apport de chaleur par contact direct avec un fluide caloporteur. En effet, la détente d'un gaz entre une haute et une basse pression peut se faire de manière quasi-isotherme si on apporte au gaz de la chaleur pendant sa détente. S'approcher d'une détente isotherme permet d'augmenter l'efficacité de celle-ci. On modélise ici la détente d'un gaz compressible en contact direct avec un liquide chaud incompressible dans une conduite circulaire. Durant cette étape, le gaz transmet de la quantité de mouvement à la phase liquide. On supposera que la phase liquide est dispersée sous forme de gouttelettes dans la phase gazeuse et que l'écoulement est unidirectionnel et stationnaire. Le cas limite où le gaz s'écoulerait seul dans une conduite est également modélisé. Dans cette seconde configuration, le chauffage du gaz par le liquide se fait au travers d'une paroi. La comparaison de ces deux configurations permet d'évaluer la qualité du transfert thermique lors d'un échange de chaleur par contact direct, de quantifier la quantité de mouvement cédée au liquide par le gaz et de cibler les mécanismes dissipatifs dans les deux types d'écoulement.

Nomenclature

A	section, m^2	X	Titre dynamique massique en gaz
c_p	capacité thermique massique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
C_x	coefficient de traînée	α	taux de vide
d	diamètre des gouttelettes, m	γ	densité linéique de surface d'échange, m^{-1}
D	diamètre de la conduite circulaire, m	λ	coefficient de conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
f_x	force de traînée, N	Λ	coefficient de frottement
F_x	force de traînée volumique, $N.m^{-3}$	μ	viscosité dynamique, $Pa.s$
h	coefficient d'échange par convection, $W.K^{-1}.m^{-2}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
k	coefficient global d'échange, $W.K^{-1}.m^{-2}$	τ	contrainte tangentielle de frottement à la paroi, Pa
l	longueur caractéristique, m	<i>Indices</i>	
\dot{m}	débit massique, $kg.s^{-1}$	e	externe
n	nombre de gouttelettes	$éch$	échange
Nu	nombre de Nusselt	g	gaz
p	périmètre, m	h	homogène
P	pression, Pa	H	hydraulique
Pr	nombre de Prandtl	i	interne
r	constante spécifique massique de l'air, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	in	initial
Re	nombre de Reynolds	l	liquide
Re_p	nombre de Reynolds particulaire	t	transverse
T	température, K	T	total
v	vitesse, $m.s^{-1}$		
x	coordonnée axiale, m		

1. Introduction

Les besoins croissants en énergie et l'augmentation des rejets sur l'atmosphère imposent des efforts accrus sur l'efficacité énergétique. Dans le cadre de la revalorisation des rejets thermiques à moyenne et à basse températures (100 à 400°C), quelques technologies, principalement les ORC (Organic Rankine Cycle), sont développées [1]. Dans le cas d'une machine à ORC, l'étape qui permet la récupération du travail disponible est la détente adiabatique d'un gaz à haute pression et à haute température vers une basse pression et une basse température. Cette étape correspond au passage dans une turbine à réaction. On sait cependant qu'une détente isotherme est plus performante en termes d'énergie disponible. L'idée ici est d'accompagner l'étape de détente motrice par un apport de chaleur par contact direct avec un fluide caloporteur. Le gaz transfère pendant cette étape de la quantité de mouvement au fluide caloporteur sous forme d'énergie cinétique directement récupérable sur une turbine non pas à réaction mais à action [2]. La détente d'un gaz entre une haute et une basse pression peut se faire de manière quasi-isotherme si on apporte au gaz de la chaleur pendant sa détente. Afin d'évaluer l'impact d'un échange par contact direct sur l'évolution des températures et sur la répartition de la quantité de mouvement entre le gaz et le liquide, on compare ici deux configurations. Dans un premier cas, la détente du gaz, ici de l'air, se fait par contact direct avec de l'eau liquide sous forme de gouttelettes, après atomisation, dans une conduite. Le transfert thermique s'accompagne d'un transfert de quantité de mouvement entre les deux phases. Dans un second cas, l'air s'écoule dans une conduite. Il est chauffé par un fluide chaud, ici de l'eau, à travers une paroi qui sépare les deux écoulements.

1. Configuration 1 : détente d'air en contact direct avec de l'eau

1.1. Formulation des hypothèses

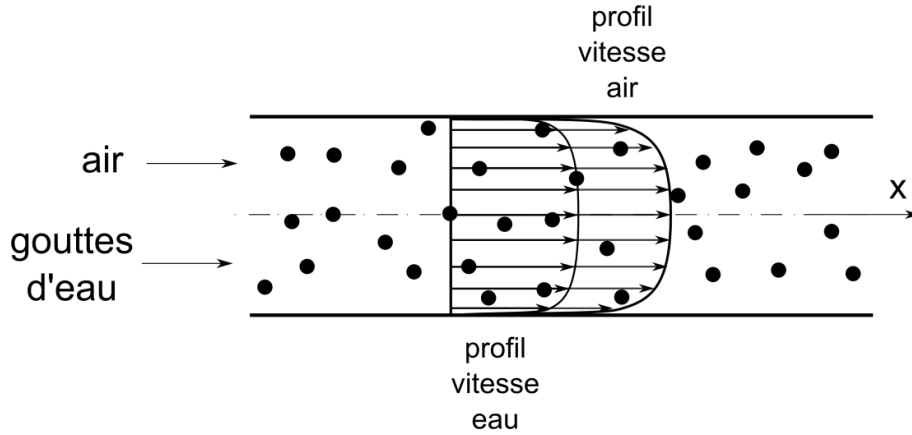


Figure 1 : Schéma de la première configuration : air en contact direct avec de l'eau liquide

Dans cette première configuration, de l'air froid sous pression s'écoule avec de l'eau plus chaude dans une conduite à paroi adiabatique. Pour cela, on suppose que la phase liquide, l'eau, s'est fractionnée en amont de la section considérée et que les gouttelettes d'eau formées sont toutes de même taille et parfaitement dispersées dans l'écoulement (Figure 1). On suppose l'écoulement unidirectionnel avec frottement pariétal et glissement de vitesse entre les deux phases. La phase liquide est supposée iso-volume, c'est-à-dire que la masse volumique ρ_l est constante. Les gouttelettes sont supposées indéformables et on néglige la recirculation interne. La surpression de Laplace est négligée et l'écoulement est supposé stationnaire. L'air est supposé se comporter comme un gaz parfait, on peut écrire que :

$$P_g = \rho_g r T_g \quad (1)$$

1.2. Equation de continuité

L'équation de continuité de la phase gazeuse est de la forme :

$$\frac{d}{dx} (\alpha \rho_g v_g) = 0 \quad (2)$$

v_g est la vitesse moyenne débitante dans une section. α est le taux de vide, il s'exprime par $\alpha = \frac{A_{t_g}}{A_{t_T}}$, A_{t_g} étant la section occupée par le gaz et A_{t_T} la section totale.

L'équation de continuité de la phase liquide est de la forme :

$$\frac{d}{dx} ((1 - \alpha) v_l) = 0 \quad (3)$$

1.3. Bilan de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement de l'air s'exprime par :

$$\rho_g v_g \frac{dv_g}{dx} = -\frac{dP}{dx} - F_x - \frac{\tau_p}{\alpha \pi D} \quad (4)$$

τ_p est la contrainte tangentielle de frottement à la paroi. Pour quantifier ces dissipations par friction, des modèles empiriques existent [3]. Ils sont basés sur une approche de mélange homogène équivalent des deux phases :

$$\tau_p = \frac{1}{2} \frac{\Lambda_h}{\rho_h} \left(\frac{\dot{m}_l + \dot{m}_g}{A_{tT}} \right)^2 \quad (5)$$

Λ_h est le coefficient de perte de charge qui dépend du nombre de Reynolds du mélange homogène et de coefficients expérimentaux. Il est pris égal à $0,316 Re_h^{-0,25}$ [4]. Re_h est le nombre de Reynolds de l'écoulement du fluide homogène équivalent, il s'exprime de cette façon :

$$Re_h = \frac{(\dot{m}_l + \dot{m}_g)D}{A_{tT} \mu_h} \quad (6)$$

ρ_h est la masse volumique du mélange homogène équivalent, elle est obtenue par la relation $1/\rho_h = X/\rho_g + (1-X)/\rho_l$. X est le titre massique dynamique en air, il est constant durant l'écoulement et vaut $X = \dot{m}_g/(\dot{m}_g + \dot{m}_l)$. De la même manière, μ_h est la viscosité dynamique du mélange homogène équivalent et s'obtient par la relation $\mu_h = X\mu_g + (1-X)\mu_l$. On voit apparaître le terme F_x qui correspond à la force de trainée volumique, c'est la force communiquée aux gouttelettes d'eau par l'écoulement d'air. La force de trainée sur une gouttelette s'exprime par :

$$f_x = \frac{1}{2} \rho_g \frac{\pi d^2}{4} C_x |v_g - v_l| (v_g - v_l) \quad (7)$$

Pour accéder à F_x il faut multiplier f_x par $\frac{\partial n_l}{\partial x}$, la densité de gouttelettes dans la section considérée, et le ramener à l'aire de gaz dans la section :

$$F_x = \frac{\partial n_l}{\partial x} \frac{f_x}{\alpha A_{tT}} \quad (8)$$

$\partial n_l / \partial x$ peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{\partial n_l}{\partial x} = \frac{\dot{n}_l}{v_l} = \frac{\dot{m}_l}{\rho_l \frac{\pi d^3}{6} v_l} \quad (9)$$

\dot{n} est le flux de gouttelettes à travers A_{tT} dans une section d'épaisseur ∂x . La vitesse des gouttelettes peut s'exprimer en fonction du débit massique et on obtient finalement la densité de gouttelettes dans une section d'épaisseur ∂x :

$$\frac{\partial n_l}{\partial x} = \frac{\dot{m}_l}{\rho_l \frac{\pi d^3}{6} \frac{\dot{m}_l}{\rho_l (1-\alpha) A_{tT}}} = \frac{6 A_{tT} (1-\alpha)}{\pi d^3} \quad (10)$$

C_x est le coefficient de trainée qui est issu de corrélations empiriques. Dans notre cas, on suppose qu'il n'y a pas d'interaction entre les gouttelettes, on peut alors utiliser la corrélation de Schiller et Naumann [5] qui considère la gouttelette comme indéformable, isolée et sans évaporation :

$$\begin{aligned} C_x &= (24/Re_p)(1 + 0,15 Re_p^{0,687}) && \text{Pour } 3 < Re_p < 1000 \\ C_x &= 0,438 && \text{Pour } Re_p \geq 1000 \end{aligned} \quad (11)$$

Re_p est le nombre de Reynolds particulaire ($Re_p = \frac{\rho_g(v_g-v_l)d}{\mu_g}$).

Le bilan de quantité de mouvement de l'eau est de la forme :

$$\rho_l v_l \frac{dv_l}{dx} = -\frac{dP}{dx} + F'_x \quad (12)$$

F'_x est la force reçue par les gouttelettes d'eau par frottement avec l'écoulement d'air. Avec le même raisonnement que pour la phase gazeuse elle vaut $F'_x = 6f_x/\pi d^3$.

1.4. Bilan d'énergie

En supposant que les dissipations dues aux frottements à la paroi sont entièrement reçues par le gaz, on peut écrire le bilan d'énergie appliqué à l'air ainsi :

$$\rho_g c_{p_g} v_g \frac{dT_g}{dx} - v_g \frac{dP}{dx} = h\gamma(T_l - T_g) + v_g \frac{\tau_p}{\alpha\pi D} - v_g F'_x \quad (13)$$

Avec γ la densité linéique de surface d'échange, c'est-à-dire la densité de surface d'échange entre les deux phases dans une tranche d'épaisseur ∂x intégrée sur la section A_{t_T} :

$$\gamma = \frac{\partial A_{éch}}{\partial x} = \pi d^2 \frac{\partial n_l}{\partial x} = \frac{6(1-\alpha)}{d} \quad (14)$$

On voit apparaître le coefficient d'échange entre les deux phases h qui peut s'exprimer en fonction du nombre de Nusselt Nu , de la conductivité thermique λ (ici du gaz) et de la longueur caractéristique l :

$$h = \frac{Nu\lambda}{l} \quad (15)$$

Le nombre de Nusselt est donné par des corrélations empiriques pour une gouttelette isolée, indéformable et sans évaporation. La corrélation retenue est celle de Ranz-Marshall [6], $Nu = 2 + 0,6 Re_p^{1/2} Pr^{1/3}$ valable pour $1 \leq Re_p \leq 10000$ et pour $0,6 \leq Pr \leq 400$. La longueur caractéristique est, dans ce cas, le diamètre des gouttelettes d .

Le bilan d'énergie appliquée à l'eau est de la forme :

$$\rho_l c_{p_l} v_l \frac{dT_l}{dx} = h\gamma(T_g - T_l) + v_l F'_x \quad (16)$$

2. Configuration 2 : détente d'air chauffé par de l'eau au travers d'une paroi

2.1. Formulation des hypothèses

Dans cette seconde configuration, de l'air froid sous pression s'écoule dans une conduite. De l'eau chaude transfère de la chaleur à l'air au travers d'une paroi (Figure 2). L'ensemble est supposé isolé thermiquement de l'extérieur. L'écoulement est stationnaire et unidirectionnel. L'air est supposé être un gaz parfait compressible et l'eau est considérée comme isovolume. Les pertes de charge sont prises en compte côté gaz. Nous verrons qu'elles sont très faibles du fait de la longueur de la conduite. La masse volumique du liquide étant bien plus grande que celle du gaz, les pertes de charge associées sont encore plus faibles, c'est

pourquoi nous ne les considérons pas ici. Ce qui implique que la pression et la vitesse de l'eau sont constantes durant l'écoulement.

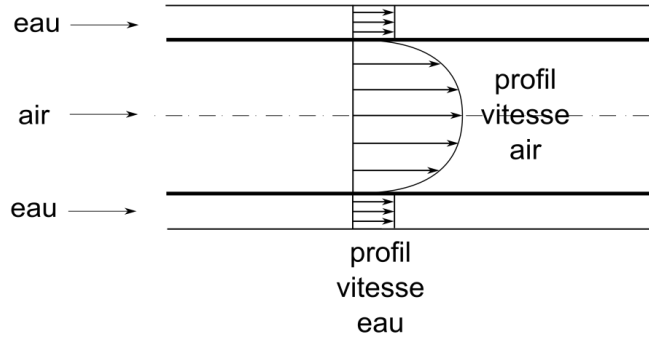


Figure 2: Schéma de la deuxième configuration : écoulements d'air et d'eau séparés par une paroi

2.2. Equation de continuité

L'équation de continuité du gaz est :

$$\frac{d}{dx}(\rho_g v_g) = 0 \quad (17)$$

2.3. Bilan de quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement de l'air s'exprime par :

$$\rho_g v_g \frac{dv_g}{dx} = -\frac{dP_g}{dx} - \frac{\tau_{p_g}}{\pi D_i} \quad (18)$$

τ_{p_g} est le tenseur des contraintes pariétales côté gaz et il s'exprime par $\tau_{p_g} = \frac{1}{2} \Lambda_g \rho_g v_g^2$. Λ_g est le coefficient de perte de charge, il s'exprime à partir de corrélations empiriques [7]. Il vaut $\Lambda_g = 64 Re^{-1}$ pour $Re < 2000$ et $\Lambda_g = 0,3164 Re^{\frac{1}{4}}$ pour $Re > 3000$. Re est le nombre de Reynolds de l'écoulement de gaz et vaut $Re = \frac{\rho_g v_g D_i}{\mu_g}$.

2.4. Bilan d'énergie

Le bilan énergétique de l'air s'exprime par :

$$\rho_g c_{p_g} v_g \frac{dT_g}{dx} - v_g \frac{dP_g}{dx} = k \pi D_i^2 (T_l - T_g) + v_g \frac{\tau_p}{\pi D_i} \quad (19)$$

k est le coefficient global d'échange thermique. En négligeant la conduction en paroi il est de la forme $\frac{h_i h_e}{h_i + h_e}$. h_i est le coefficient d'échange par convection à l'intérieur du tube et h_e à l'extérieur du tube. L'expression générale de h est celle donnée en équation (15). Pour des écoulements turbulents en conduite, la corrélation de Dittus-Boelter [8] est utilisée pour déterminer le nombre de Nusselt Nu :

$$Nu = 0,0243 Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad \text{pour } \begin{cases} 10^4 < Re < 1,2 \cdot 10^5 \\ 0,7 < Pr < 120 \end{cases} \quad (20)$$

Pr est le nombre de Prandtl, il se définit comme $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$. Dans la conduite cylindrique la longueur caractéristique est le diamètre D_i alors que dans la conduite annulaire c'est le diamètre hydraulique, il s'exprime par $D_e - D_i$.

Le bilan énergétique de l'eau s'exprime par :

$$\rho_l c_{p_l} v_l \frac{dT_l}{dx} = k\pi D_i^2 (T_g - T_l) \quad (21)$$

3. Conclusions et perspectives

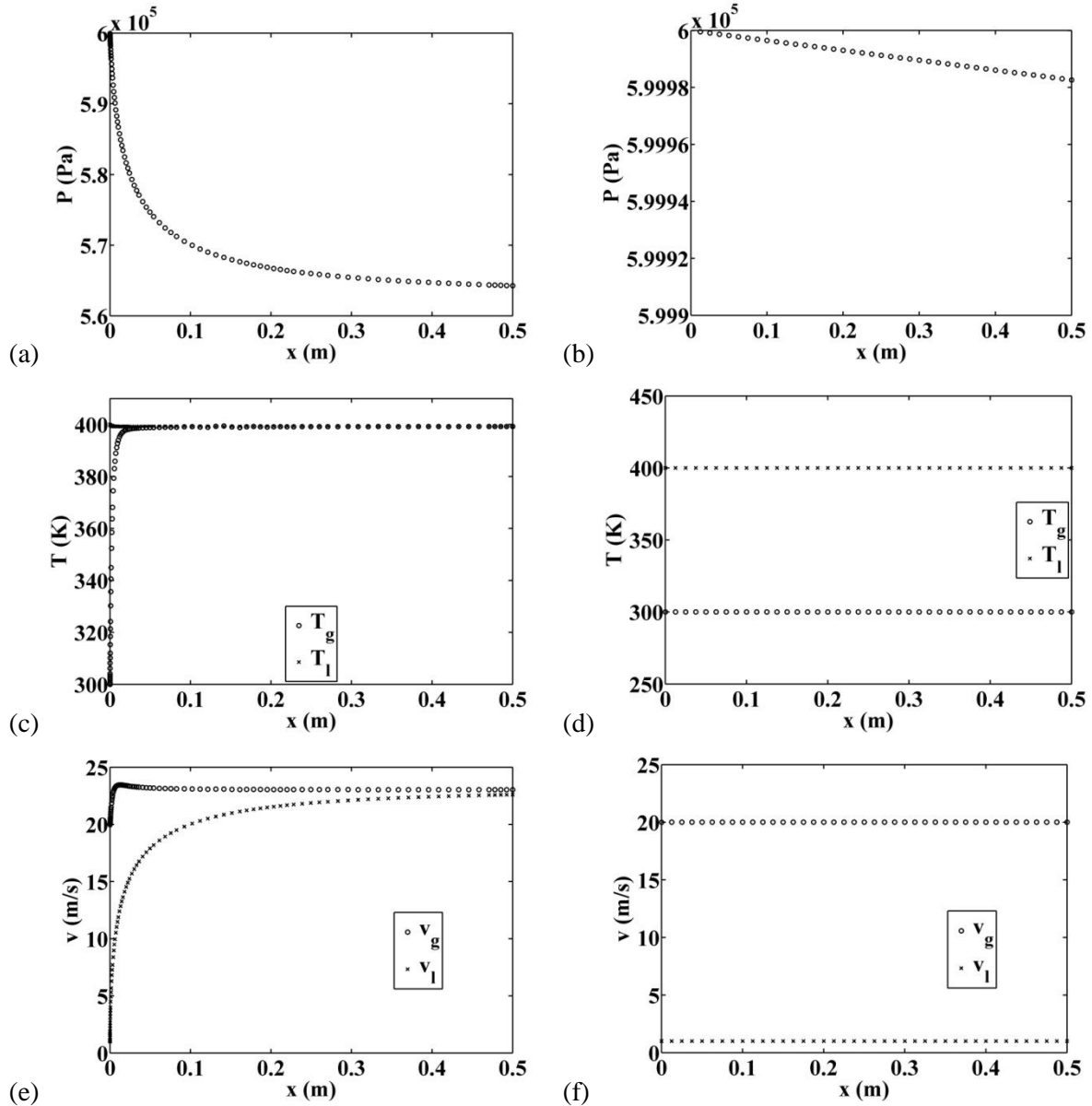


Figure 3: Pression du gaz (a) dans la configuration 1; (b) dans la configuration 2; Températures des deux phases (c) dans la configuration 1; (d) dans la configuration 2; Vitesses des deux phases (e) dans la configuration 1; (f) dans la configuration 2; en fonction de la position x .

Les grandeurs physiques de chaque fluide en entrée de conduite sont données dans le Tableau 1. Le diamètre de la conduite de la première configuration D est de 0.0224 m. Dans

la seconde configuration, $D_i = 0.0191$ m et $D_e = 0.0224$ m. On suppose que les gouttelettes ont un diamètre de $100 \mu\text{m}$ [9]. La méthode de résolution est celle de Runge-Kutta avec une longueur de conduite fixée à 0.5 m. Les résultats obtenus sont donnés en Figure 3. La pression du mélange dans la configuration à contact direct diminue jusqu'à atteindre $5.65 \cdot 10^5$ Pa (Figure 3a), alors que dans la seconde configuration 2, on voit que la pression du gaz (Figure 3b) diminue très peu. Dans la première configuration l'équilibre thermique est quasi-instantané (Figure 3c), à $x = 0.1$ la température du gaz est égale à la température du liquide. On remarque également que l'eau reste quasiment à sa température initiale de 400 K. Dans la seconde configuration, malgré une épaisseur de paroi négligée, le gaz ne s'échauffe pas (Figure 3d). On voit en Figure 3e que la vitesse de l'eau augmente jusqu'à atteindre celle du gaz. Dans la configuration où le gaz et l'eau ne sont pas en contact direct, les vitesses sont constantes (Figure 3f). La première configuration qui consiste à mélanger de l'air froid avec de l'eau chaude permet la transmission de chaleur de la phase liquide vers la phase gazeuse et la transmission de la quantité de mouvement de la phase gazeuse vers la phase liquide. Dans la seconde configuration, seul un transfert de chaleur entre l'eau et l'air à la paroi a lieu mais la longueur de la conduite est trop petite pour que le gaz s'échauffe.

	T_{in}	P_{in}	\dot{m}_{in}	v_{in}	ρ_{in}	$c_{p_{in}}$	μ_{in}	λ_{in}
	K	Pa	ks.s ⁻¹	m.s ⁻¹	kg.m ⁻³	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹	Pa.s	W.m ⁻¹ .K ⁻¹
Air	300	$6 \cdot 10^5$	0,04	20	6,97	$1,10 \cdot 10^3$	$1,97 \cdot 10^{-5}$	0,0288
Eau	400	$6 \cdot 10^5$	0,1	1	940	$4,24 \cdot 10^3$	$2,20 \cdot 10^{-4}$	0,683

Tableau 1 : *Grandeurs physiques dans les conditions initiales*

Références

- [1] V. L. Le, *Étude de la faisabilité des cycles sous-critiques et supercritiques de Rankine pour la valorisation de rejets thermiques*. Thèse de doctorat. Energétique. Nancy : Université de Lorraine, (2014).
- [2] B. De Witt, R. Hugo, Naturally-Forced Slug Flow Expander for Application in a Waste-Heat Recovery Cycle. *Energies*, 7 (2014), 7223-7244.
- [3] D. Butterworth, G.F. Hewitt, *Two-phase flow and heat transfer*. Oxford : Oxford University Press (1977). Chapter 4, Empirical method for pressure drop, 58-89.
- [4] T. Bourrilhon, *Tuyère Diphasique à Jet de Brouillard, application à la lutte contre les incendies et au refroidissement des procédés métallurgiques*. Thèse de doctorat. Mécanique des Fluides et Procédés Energétiques. Grenoble : Université Joseph Fourier (2009).
- [5] L. Schiller, A. Naumann, Uber die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraft-taufbereitung. *Vereines Deutscher Ingenieure*, 7(1933), 318.
- [6] W. E. Ranz, W. R. Marshall, Evaporation from drops. *Chem. Eng Prog*, 48-4 (1952), 173.
- [7] I.E., Idel'cik, *Mémento des pertes de charges : Coefficients de pertes de charge singulières et de pertes de charge par frottement*, Paris : Eyrolles, 3e éd (1986).
- [8] F.W. Dittus, L.M.K. Boelter, Heat transfer in automobile radiators of the tubular type. *Engineering*, 2 (1930), 443-461.
- [9] P. B. Gooderum, D.M. Bushnell, Measurement of Mean Drop Sizes for Sprays from Superheated Waterjets, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 6-2 (1969), 197-198.