

# Etude numérique des caractéristiques hydrodynamiques d'un jet de paroi en double diffusion

Saida MEJRI<sup>1\*</sup>, Mohamed Ali KNANI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMF : Laboratoire de Mécanique des Fluides

Département de Physique, Faculté des Sciences de Tunis, Université de Tunis-Elmanar-1000 Tunis.

\* (auteur correspondant : [mejrisa3ida@gmail.com](mailto:mejrisa3ida@gmail.com))

**Résumé** - La présente étude est une contribution à la compréhension des phénomènes physiques se développant au sein des jets pariétaux laminaires avec double diffusion. Ce type d'écoulement présente un intérêt majeur tant sur le plan fondamental que pratique notamment dans les domaines de l'habitat, l'électronique et la météorologie. L'analyse concerne la configuration d'un jet débouchant tangentiellement à une paroi chaude. Une simulation numérique basée sur la méthode des volumes finis et en adoptant l'approximation de Boussinesq est utilisée. L'étude vise à déceler les effets des nombres de poussée  $N$  et de Prandtl  $Pr$  sur les caractéristiques dynamique, thermique et massique d'un fluide Newtonien. Deux valeurs du nombre de Reynolds ont été considérées  $Re = 25$  et  $Re = 800$ . Les différentes valeurs des paramètres physiques utilisés dans les simulations sont  $Ri = 0.01$  et  $Sc = 0.7$  à un rapport de forme  $A = 0.1$ . L'évolution du taux du transfert thermosolutal entre le jet et la paroi a été analysée pour une gamme du nombre de Prandtl entre 0.7 et 50. Les simulations montrent qu'au fur et à mesure que ce paramètre augmente, on assiste à une stratification horizontale des isothermes et une amélioration des échanges de chaleur au voisinage de la plaque. Ces échanges couplés de masse et de chaleur sont également améliorés en augmentant le nombre de poussée  $N$ .

## Nomenclature

$C$	concentration	$t$	temps
$D$	largeur du domaine d'étude	$T_p$	température de la paroi chaude
$Gr$	nombre de Grashof	$T_\infty$	température du milieu ambiant
$H$	hauteur de la buse	$U_0$	vitesse initiale du jet
$L$	longueur du domaine d'étude	$u$	composante longitudinale de la vitesse
$\overline{Nu}$	nombre de Nusselt moyen	$v$	composante transversale de la vitesse
$Pr$	nombre de Prandtl	$x, y$	coordonnées longitudinale et transversale
$Re$	nombre de Reynolds	$\Delta T$	écart de température
$Ri$	nombre de Richardson	$\nu$	viscosité cinématique
$\overline{Sh}$	nombre de Sherwood moyen		

## 1. INTRODUCTION

Les jets pariétaux sont généralement le siège d'instabilités diverses en particulier parce qu'ils sont formés d'une zone interne semblable à une couche limite et d'une région externe comparable à un jet libre. Ainsi, la compréhension des différents phénomènes physiques se développant dans ce type d'écoulements s'avère essentielle grâce à leurs présence massive tant dans la nature qu'au sein d'applications industrielles. En effet, ce type de configuration intervient dans l'industrie du génie chimique, la combustion et le refroidissement des turbines. De ce fait, l'écoulement de jet de paroi a fait l'objet de nombreuses études expérimentales, numériques et théoriques. Mokni *et al.* [1] ont étudié numériquement l'influence du nombre de Prandtl pour les jets de paroi laminaires, bidimensionnels et isothermes. Les transferts de chaleur entre le jet et la paroi ont été analysés pour une gamme du nombre de Prandtl entre 0.71 (correspondant à l'air) et 50. Les auteurs ont trouvé que l'influence de ce paramètre est significativement importante dans la zone où le jet est gouverné par les forces de poussée. Ils ont également montré que le transfert de chaleur est amélioré en augmentant le nombre de Prandtl. Pour les valeurs faibles, le fluide s'échauffe mieux car pour ce type de fluide les effets de la diffusion thermique sont plus élevés. Zi-Tao *et al.* [2] ont analysé l'influence du nombre de Prandtl en situation de convection naturelle pour une gamme comprise entre  $10^{-2}$  et  $10^3$ . Les auteurs ont trouvé que le spectre, basé sur le coefficient moyen de transfert de chaleur, peut être divisé en trois sections. Les résultats obtenus ont prouvé que les caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermiques du fluide à faible nombre de Prandtl ( $Pr = 0.03$ ) sont uniques et deviennent presque indépendants de ce dernier pour  $Pr \geq 0.7$ . Chandra et Chhabra [3] ont également analysé les transferts en convection naturelle dans un cylindre semi-circulaire. L'étude a été menée en termes des nombres de Grashof et de Prandtl pour deux conditions aux limites thermiques : paroi à température constante et à flux de chaleur constant. Pour des valeurs de  $Pr$  dans l'intervalle de  $[0.72, 100]$ , les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Grashof et/ou le nombre de Prandtl. D'autre part Parvin *et al.* [4] ont mené une étude concernant l'effet du nombre de Prandtl sur les caractéristiques de l'écoulement en convection forcée et du champ thermique dans une cavité ouverte. Les simulations concernent des valeurs du nombre de Prandtl allant de 1.47 jusqu'à 8.81 et d'amplitude d'onde  $A$  entre 0 et 0.15 à un nombre de Reynolds égal à 100. Les auteurs ont trouvé que la structure de l'écoulement du fluide et le champ de température dépendent significativement du nombre de Prandtl et de l'amplitude de l'onde. L'étude montre que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'amplification du premier paramètre et la diminution de l'autre. Zehforoosh *et al.* [5] ont analysé numériquement le transfert de chaleur dans plusieurs canaux laminaires, poreux et parallèles en situation de convection forcée. Les simulations ont montré que plus les nombres de Darcy,

de Reynolds ou de Prandtl diminuent plus l'efficacité des échanges de chaleur augmente. D'autre part Riahi *et al.* [6] ont entamé une étude numérique sur les effets du nombre de Richardson et du nombre de poussée  $N$  sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique d'un jet confiné. Les valeurs de  $N$  considérés ont été varié entre 0 et 10 pour un Reynolds égal à 500. Les résultats ont montré l'existence de trois régimes différents. Pour les faibles valeurs testées, des cellules convectives dues aux forces thermiques ont été observées et le transfert devient indépendant de  $N$ . Pour les valeurs intermédiaires de  $N$ , le transfert est inversement proportionnel au nombre de poussée. Lorsque ce dernier paramètre devient plus élevé, le transfert est essentiellement diffusif et la stratification stable en concentration supprime l'écoulement. Gobin et Bennacer [7] ont effectué une étude d'un écoulement en situation de convection naturelle. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur diminue en augmentant le nombre de taux de flottabilité  $Nc$ . Les auteurs ont expliqué ce résultat par la formation de zones stratifiées dans les parties inférieure et supérieure de la cavité où la vitesse du fluide est très faible et le transfert de chaleur est dû à la diffusion. Guerbaïi *et al.* [8] ont analysé entre autre l'influence de la poussée d'Archimède  $N$  et du nombre de Lewis sur le transfert couplé de chaleur et de masse. La configuration considérée est l'écoulement laminaire entre deux plaques parallèles soumises à un flux de chaleur et de masse uniforme. Les auteurs ont trouvé que l'augmentation de  $Le$  augmente la taille de la cellule de recirculation ce qui améliore le taux de transfert massique. Les résultats ont également montré que la position de cette cellule dépende du signe et de la valeur de  $N$ . Oueslati *et al.* [9] ont décelé numériquement les effets couplés de la longueur de la source  $d$  et du taux de flottabilité  $N$  à un nombre de Rayleigh égale à  $10^5$  et une distance adimensionnelle séparant les centres des deux sources de chaleur et de masse qui vaut deux. Les simulations ont concerné une gamme du taux de flottabilité entre  $-8$  et  $+8$ . Pour les valeurs négatives de  $N$ , une domination thermique a lieu. A la situation limite  $N = 0$ , l'écoulement de double diffusion se fait seulement sous l'effet de la force de poussée associée aux gradients de température. La contribution solutale devient négligeable. Pour les valeurs positives de  $N$ , l'augmentation de ce paramètre de 0 à 8 donne une stratification horizontale des structures massique. Dans ce cas, les contributions thermiques sont négligeables par rapport aux isothermes issues de  $N = 0$ .

## 2. Géométrie de l'écoulement et Mise en œuvre numérique

Jusqu'à présent, dans la littérature, on s'est surtout intéressé aux transferts de quantité de mouvement, de chaleur et de masse découplés. L'objectif de ce travail est d'analyser les différents mécanismes physiques présents au sein d'écoulements de jets en situation de double diffusion. Ensuite, d'étudier l'évolution de l'efficacité des transferts thermo-solutal en fonction de la nature du fluide et du coefficient de poussée.

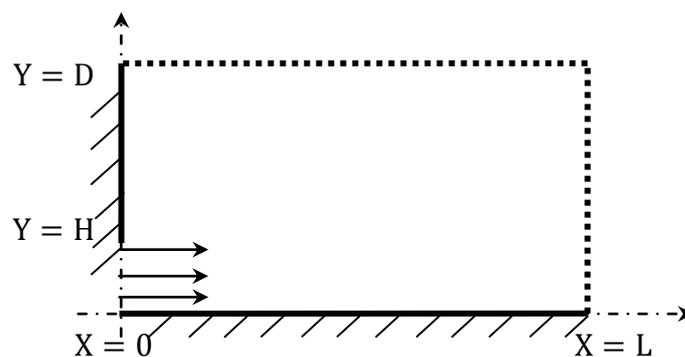


Figure 1 : Configuration du jet

La présente étude concerne l'écoulement de type jet se propagent tangentielllement à une paroi chaude. Le jet se décharge d'une buse d'entrée de hauteur  $H = 0.25$  avec un profil de vitesse uniforme dans un milieu constitué par le même fluide moins concentré et initialement au repos. Le domaine d'étude est de longueur  $L = 40H$  et de hauteur  $D = 4H$ , correspondant à un rapport de forme  $A = 0.1$  (Figure 1).

En travaillant dans le cadre de l'approximation de Boussinesq qui postule que la variation de la masse volumique au sein de l'écoulement ne dépend que de la température et de la concentration de la forme suivante :

$$\rho(T, c) = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)] \quad (1)$$

Où  $\rho_0$  est la masse volumique du fluide à la température d'entrée  $T_0$ ,  $\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_c$  est le coefficient de dilatation thermique du fluide et  $\beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial c} \right)_T$  est le coefficient de dilatation massique. Moyennant ces hypothèses et en utilisant les variables réduites suivantes :

$$x_j^* = \frac{x_j}{H}; U_j^* = \frac{U_j}{U_0}; t^* = \frac{t}{t_0}; \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}; p^* = \frac{p}{p_0}; T^* = \frac{T - T_0}{\Delta T} \text{ et } C^* = \frac{C - C_0}{\Delta C}$$

Les équations régissant l'écoulement peuvent s'écrire sous la forme :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \vec{U} - \left[ \left( \frac{Gr_T}{Re^2} \right) T + \left( \frac{Gr_C}{Re^2} \right) C \right] \vec{K} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pe_T} \Delta T \text{ avec } Pe_T = Re \cdot Pr \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla C = \frac{1}{Pe_C} \Delta C \text{ avec } Pe_C = Re \cdot Sc \quad (5)$$

Avec  $Sc = \frac{\theta}{D}$  est le nombre de Schmidt,  $Pr = \frac{\theta}{\alpha}$  est le nombre de Prandtl,  $Re = \frac{U_0 H}{\nu}$  est le nombre de Reynolds,  $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$  est le nombre de Richardson et  $N = \frac{Gr_S}{Gr_T} = \frac{\beta_C g \Delta C L^3 / \nu^2}{\beta_T g \Delta T L^3 / \nu^2}$  est le coefficient de poussée présentant le rapport des forces de volume d'origine solutale et thermique. Les conditions aux limites associées à ces équations sont :

$$U = U_0, V = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, C = 1 \text{ pour } x = 0 \text{ et } 0 \leq y \leq H \quad (5)$$

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } H < y \leq D \quad (6)$$

$$U = 0, V = 0, T = 1, \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } 0 \leq x \leq L \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0, V = 0, T = 0, \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \text{ pour } y = D \text{ et } 0 \leq x \leq L \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \text{ pour } x = L \text{ et } 0 \leq y \leq D \quad (9)$$

Le système d'équation associé aux conditions aux limites précédentes est discrétisé par la méthode Eulérienne de volume finis avec un schéma hybride. Le maillage utilisé est un maillage décalé, cartésien et régulier. Le nombre de point choisis dans les deux directions longitudinale et verticale est, respectivement,  $n_x = 200$  et  $n_y = 60$ . Les différentes valeurs des paramètres physiques utilisés dans les simulations sont  $Ri = 0.01$ ,  $H = 0.4$  et  $Sc = 0.7$ .

Deux valeurs du nombre de Reynolds ont été considérées  $Re = 25$  et  $Re = 800$  basées sur la hauteur de la buse d'entrée  $H$ , la vitesse initiale  $U_0$  et la viscosité dynamique  $\nu$ .

### 3. Résultats

#### 3.1. Structure du jet en situation de convection naturelle

Comme le nombre de Prandtl présente le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique, l'analyse portera essentiellement sur sa double dépendance en température et en densité. En effet, ce paramètre est une propriété intrinsèque du fluide. Ainsi, le choix de la valeur du nombre de Prandtl peut varier sur une très large gamme selon la nature du fluide étudié.

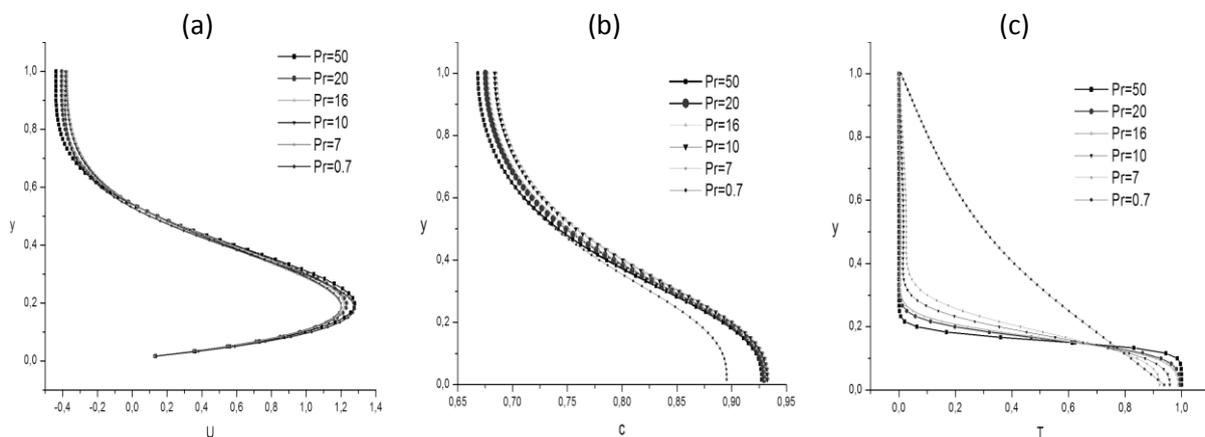


Figure 2 : Influence du nombre de Prandtl sur les profils transversaux de (a) vitesse, (b) concentration et (c) température ( $Re = 25$ ,  $H = 0.25$ ,  $Ri = 20$ ,  $N = 10$ ,  $t = 60$ ).

Dans la présente étude, la dépendance de la structure hydrodynamique et thermique de l'écoulement du nombre de Prandtl est étudiée pour un écoulement laminaire en situation de convection naturelle. Les résultats numériques concernent six valeurs de  $Pr$  dans l'intervalle  $[0.7, 50]$ . L'influence de la variation des propriétés thermo-physiques du fluide sur les profils de vitesse, de concentration et de température est portée sur la figure 2. Pour les faibles valeurs du nombre de Prandtl, la diminution de la température de l'écoulement moyen se fait de façon plus lente grâce à la faible viscosité. Pour l'air, l'évolution de la distribution de chaleur est quasi-linéaire indiquant que le transfert thermique est essentiellement convectif. Plus on augmente le nombre de Prandtl, plus la valeur maximale de la température augmente et les profils correspondants décrivent une ligne horizontale. Ce comportement indique que le mode de transfert dominant est la conduction qui est une caractéristique des milieux à grands nombre de Prandtl. En ce qui concerne les profils de vitesse et de concentration, on peut dire que l'influence de ce paramètre est presque négligeable pour toutes les valeurs supérieures à 0.7. En effet, ces évolutions sont étroitement liées à la structure du jet.

Les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement sont couramment discutées en termes de lignes de courants et des isothermes (Figure 3). Comme on peut le noter, la dynamique du jet d'air est totalement différente de celles obtenues pour tous les autres fluides. Si  $Pr = 0.7$ , les lignes de courants sont plus intenses et plus denses dans les deux régions interne et externe du jet. En fait, l'augmentation du nombre de Prandtl entraîne

l'augmentation des forces de viscosité qui jouent un rôle stabilisant de l'écoulement. Ainsi, pour les grandes valeurs de Prandtl le mouvement du fluide chaud est d'une part freiné par diffusion visqueuse et d'autre part par diffusion thermique avec le fluide ambiant qui le refroidit durant sa montée. Ces deux mécanismes favorisent les transferts par conduction. De ce fait, au fur et à mesure que le nombre de Prandtl augmente, on assiste à une stratification horizontale des isothermes et une amélioration des échanges de chaleur au voisinage de la paroi dont l'étendue se propage sur tout le domaine de l'étude. Des résultats numériques conformes ont été trouvés par Mokni *et al.* [1] qui ont également montré que le transfert de chaleur est amélioré en augmentant le nombre de Prandtl pour les mêmes valeurs considérées dans le présent travail.

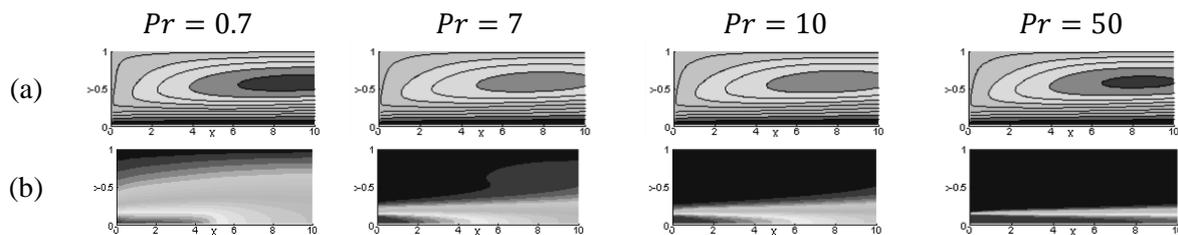


Figure 3 : Iso-valeurs pour différents nombres de Prandtl : (a)  $\psi$  et (b)  $T$  ( $Re=25$ ,  $H=0.25$ ,  $Ri=20$ ,  $N=10$ ,  $t=60$ )

### 3.2. Développement du jet en situation de convection forcée

L'influence du coefficient de poussée  $N$  est analysée pour un jet chauffé par le bas en situation de convection forcée. Les résultats concernent des valeurs du nombre de poussée  $N$  entre  $-10$  et  $10$  par pas égal à l'unité. Le nombre  $N = \frac{Gr_s}{Gr_T} = \frac{\beta_c g \Delta c L_0^3 / \nu^2}{\beta_T g \Delta T L_0^3 / \nu^2}$  compare les effets des gradients de température à ceux de concentration. Les valeurs négatives de ce nombre correspondent aux cas où le fluide le plus lourd est injecté dans le fluide le plus léger. Le cas contraire se présente si  $N \geq 0$ . Quand  $N = 0$ , le problème se ramène à la convection thermique pure.

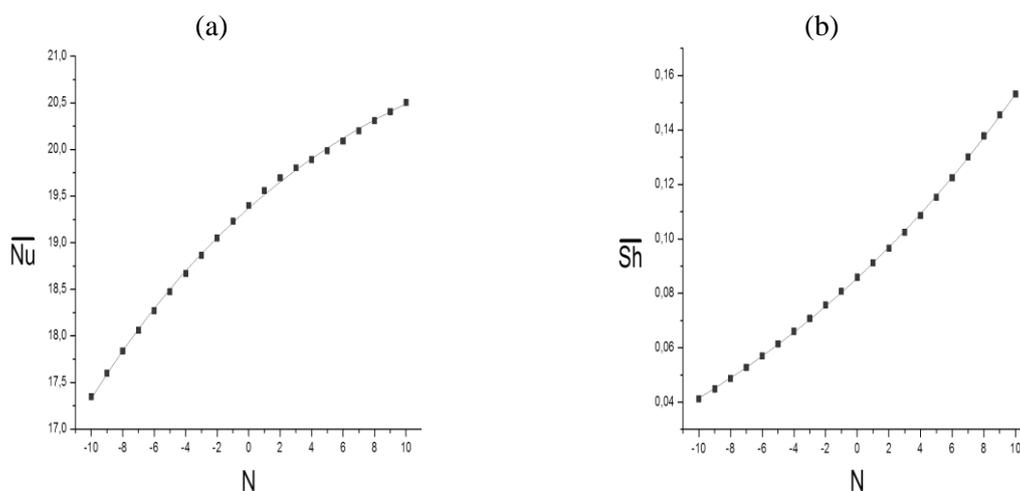


Figure 4: Influence du nombre de poussée  $N$  sur l'évolution du nombre de (a) Nusselt moyen et (b) Sherwood moyen ( $Ri = 0.01$ ,  $Re = 800$ ,  $t = 60$ ).

L'efficacité des transferts de chaleur et de masse est présentée, respectivement, par les évolutions des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens dont les formulations mathématiques :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{h L}{k} dx \text{ et } \overline{Sh} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{h L}{D} dx$$

Avec  $K$  est le coefficient de conductivité thermique et  $D$  est le coefficient de diffusion massique.

Les résultats numériques montrent que les échanges couplés sont améliorés en augmentant l'intensité du coefficient de poussée  $N$  (Figure 4). Cette amplification est nettement plus importante en termes de transfert massique que thermique. Ce comportement est conforme à celui trouvé par Oueslati *et al.* [9] pour un rapport de flottabilité supérieure à l'unité. En effet, l'augmentation du rapport de flottabilité  $N$  entraîne une augmentation de la taille de la cellule de recirculation dont le centre se déplace en aval de l'écoulement. Par conséquent, le taux de transfert massique est amélioré. Plus la valeur de  $N$  est importante plus le champ de concentration devient horizontalement stratifié et les transferts deviennent diffusives.

Pour  $N$  égal à l'unité, les contributions des champs thermique et massique sont du même ordre de grandeur. Dans ce cas la structure de l'écoulement devient plus compliquée comme l'indique la distorsion des lignes de courants et le détachement tourbillonnaire observé à partir des iso- $\omega$  (Figure 5). Ces résultats sont conformes avec ceux de Riahi *et al.* [6].

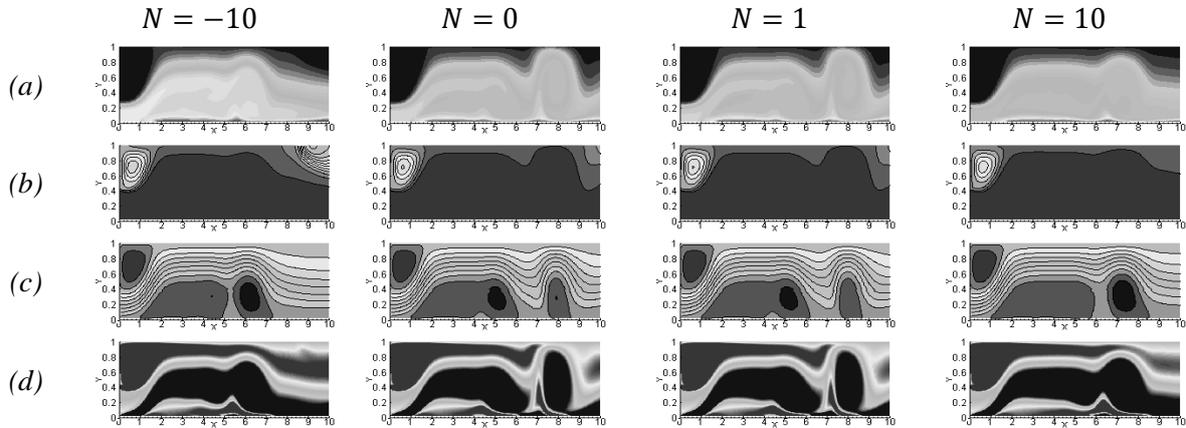


Figure 5 : Iso-contours pour différentes valeurs de  $N$  : (a)  $T$ , (b)  $C$ , (c)  $\psi$  et (d)  $\omega$  ( $Ri = 0.01$ ,  $Re = 800$ ,  $H = 0.4$ ,  $t = 60$ )

## 4. Conclusion

Les effets des nombres de Prandtl et du coefficient de poussée sur la convection thermosolutale en écoulement laminaire ont été analysés. La méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre numériquement le système d'équations régissant la configuration étudiée. Les résultats ont montré que les échanges couplés de masse et de chaleur sont améliorés en augmentant le coefficient de poussée  $N$  dans l'intervalle des valeurs testées. De même, une évolution plus rapide du profil de la température transversal de l'écoulement moyen a été constatée pour des valeurs élevées du nombre de Prandtl. Cet aspect indique une amplification du taux de transfert thermique en fonction de ce dernier. En termes de lignes de courant, les simulations ont montré que la structure de l'écoulement devient plus compliquée pour un

coefficient de poussée égal à l'unité et pour  $Pr = 0.7$ . En fait, les champs thermique et massique pour l'air présentent un comportement différent de tous les fluides considérés.

## Références

- [1] A. Mokni, H. Mhiri, G. Le Palec, P. Bournot, Numerical Study of Vertical Wall Jets: Influence of the Prandtl Number, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2009, Vol. 3, pp. 678-685.
- [2] Zi-Tao Yu, Li-Wu Fan, Ya-Cai Hu, Ke-Fa Cen, Prandtl number dependence of laminar natural convection heat transfer in a horizontal cylindrical enclosure with an inner coaxial triangular cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, pp.1-8.
- [3] A. Chandra and R. P. Chhabra, Effect of Prandtl Number on Natural Convection Heat Transfer from a Heated Semi-Circular Cylinder, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2012, Vol. 6, pp. 440-446.
- [4] S. Parvin, R. Nasrin, M. A. Alim, and N. F. Hossain, Effect of Prandtl Number on Forced Convection in a Two Sided Open Enclosure Using Nanofluid, *Journal of Scientific Research*, 2012, pp. 67-75.
- [5] A. Zehforoosh, S. Hossainpour et A. A. Tahery, Numerical Investigation of Forced Convection Heat Transfer for Laminar Flow in Various Parallel Porous Channels, *International Journal of Innovation, Management and Technology*, 2010, Vol. 1, pp. 252-258.
- [6] N. Riahi et M. A. Knani, Effet du nombre de Richardson sur la double diffusion dans un jet confiné, *JTET* 2013, pp. 228-231.
- [7] D. Gobin, R. Bennacer, Cooperating thermosolutal convection in enclosures—II. Heat transfer and flow structure. *Int J Heat Mass Transf* 39,1996, pp. 2683–2697.
- [8] S. Guerbaai, et A. Omara, Etude d'un écoulement laminaire entre deux plaques parallèles soumises à un flux uniforme de chaleur et de masse, 10<sup>ème</sup> Séminaire International sur la Physique Energétique. *Journal of scientific Research*, 2010, Vol. 1.
- [9] F. Oueslati, B. Ben-Beya et T. lilli, Numerical investigation of thermosolutal natural convection in a rectangular enclosure of an aspect ratio four with heat and solute sources, *Heat Mass Transfer*, 2013.