

Etude analytique de la dynamique d'un ménisque reculant soumis à un flux de chaleur constant

Antoine Voirand^{1*}, Adel Benselama¹, Yves Bertin¹

¹ Institut Pprime – FTC – COST

ISAE-ENSMA, 1 Avenue Clément Ader, 86360 Chasseneuil

* (auteur correspondant : antoine.voirand@ensma.fr)

Résumé – Le déplacement de bulle dans un espace restreint tel qu'une cellule de Hele-Shaw ou un tube capillaire a reçu beaucoup d'attention depuis maintenant une cinquantaine d'années, avec les publications largement connues de Saffman et Taylor (1958) et Bretherton (1961). Le sujet a récemment gagné un nouvel intérêt avec les études visant à modéliser les mécanismes physiques régissant le fonctionnement des caloducs oscillants. Ces systèmes thermiques utilisent l'oscillation de bulles pour transférer le fluide caloporteur entre une source chaude et une source froide. Les études en laboratoire de ce type relativement récent de caloduc ont démontré une conductance globale importante, augmentant avec le flux imposé, associé à une facilité de fabrication et un encombrement réduit qui entraîne un intérêt de plus en plus marqué des industriels.

Malheureusement, le grand nombre de phénomènes physiques influençant les oscillations sur de larges plages d'échelle spatiale rendent la modélisation de ces systèmes très complexes et leur industrialisation difficile. Il reste donc beaucoup de travail, numérique mais aussi analytique, en vue de mieux comprendre la dynamique d'une bulle dans un contexte non-isotherme, en particulier à des échelles micro et mésoscopique.

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette étude, dans laquelle le problème particulier d'un simple ménisque reculant à vitesse constante dans un tube capillaire et soumis à un flux de chaleur constant est analysé par une approche formelle exacte. Cette étude est conçue comme une brique permettant d'aboutir à la description analytique d'une bulle complète, qui fait suite à un travail, déjà publié par les auteurs, relatif à la description analytique d'un ménisque avançant (Voirand *et al.* 2014). Une condition de Newton est imposée à la paroi du capillaire, ce qui semble plus conforme à la réalité que les conditions de Dirichlet (température imposée) considérées par la plupart des études précédentes. Ce ménisque avance sur un film déposé supposé d'épaisseur constante, ce qui n'implique qu'une différence quantitative avec un film anisotherme, préservant l'analyse qualitative effectuée ici. Les valeurs de nombre capillaire considérées, bien que toujours faibles devant l'unité, sont supérieures à ceux de la plupart des publications consultées et connues par les auteurs, en particulier parce que les vitesses rencontrées dans un caloduc oscillant sont importantes pour des dimensions capillaires. Toutes les grandeurs physiques de l'étude sont exprimées en fonction du profil de l'interface, après une expansion asymptotique fonction du nombre capillaire à la puissance un tiers, qui permet de ne considérer que les termes physiques prépondérants. Le champ de température et le flux d'évaporation sont ainsi obtenus, ainsi que le profil de l'interface et le champ de vitesse liquide. A l'aide d'un raccordement asymptotique, le saut de pression à l'interface du ménisque est montré inférieur à celui d'un ménisque reculant. Il est aussi mis en évidence la présence d'un bourrelet entre le film et le ménisque. Les dimensions de ce bourrelet suivant les paramètres du problème laisse supposer que notre équation d'interface n'est plus une description adéquate du problème, et que la prise en compte des forces de dispersion s'impose.

Nomenclature

H	Coefficient d'échange convectif, W/m ² /K	<i>Symboles grecs</i>	
h	hauteur de l'interface, m	α	diffusivité thermique, m ² /s
L_0	longueur de raccordement, m	$\hat{\alpha}$	coefficient d'accomodation
l_0	distance entre les repères de la zone du ménisque et de la transition, m	δ_0	hauteur du film liquide, m
M_g	Masse molaire, g/mol	Δh_m	enthalpie d'évaporation, J/kg
R	rayon du capillaire, m	λ	conductivité thermique, W/m/K
R_g	constante des gaz parfaits	μ	viscosité dynamique, m ² /s
R_m	rayon du ménisque, m	φ_{in}	densité de flux, kW/m ²
T_{ext}	température de référence, K	ρ	masse volumique, kg/m ³
U_m	vitesse du ménisque, m/s	σ	tension de surface, N/m
		<i>Indices et exposants</i>	
		-	grandeur écrite dans le repère de la transition

1. Introduction

Les systèmes thermiques diphasiques communément appelés caloducs ont suscité depuis leur aube un intérêt particulier de la part des différentes industries, qu'elles soient du transport spatial ou terrestre (les premiers caloducs ont été développés par la NASA), de l'électronique, etc. Cette technologie utilise la chaleur latente de vaporisation et de condensation d'un fluide ainsi que le pompage capillaire pour transférer la chaleur entre une source chaude appelée évaporateur et une source froide appelée condenseur. Les principaux avantages de ce mode de transfert sont une gestion précise de la température, liée à la température de saturation du fluide de travail, et une très grande simplicité de maintenance due à l'absence de pièces mécaniques.

Depuis maintenant une vingtaine d'années, cet intérêt se porte particulièrement sur les caloducs oscillants ou PHP, de l'anglais *Pulsating Heat Pipe*. Ceux-ci possèdent les avantages supplémentaires de coupler transferts latent et sensible, et de posséder une grande facilité de fabrication, puisque ces PHP ne sont qu'un simple tube de dimension capillaire faisant l'aller-retour entre l'évaporateur et le condenseur. Sous l'influence des forces capillaires, et en conséquence du sous-remplissage, l'équilibre des phases liquide et vapeur du fluide de travail s'instaure spontanément sous une configuration de bulles vapeur séparées par des bouchons liquide. En fonctionnement, le différentiel de chauffe entre les bulles – entraînant des différences de flux d'évaporation à l'interface liquide-vapeur et donc une différence de pression – provoque l'oscillation de ces bulles qui permet aux bouchons liquide, transportant la chaleur sensible, de passer du condenseur à l'évaporateur et inversement.

Les essais en laboratoire ont montré d'intéressantes perspectives pour les PHP, puisque leur résistance thermique est plus faible que les caloducs à pompage capillaire classiques, décroît avec le flux transféré [1], et sont moins encombrants que les systèmes à lignes séparées comme les *Capillary Pumped Loop* ou *Loop Heat Pipe* dédiés à des applications différentes. Malheureusement le grand nombre de mécanismes influençant la dynamique des bulles et leur oscillation rend la modélisation théorique précise de tels systèmes extrêmement compliquée. La première étape de cette modélisation doit être l'analyse de la dynamique d'une bulle, et même plus précisément d'un ménisque seul, se déplaçant dans un capillaire et soumis à un flux de chaleur constant, à la différence de la plupart des études précédentes réalisées sur ce sujet où une température est imposée à la paroi (voir par exemple [2, 3, 4]). Pour une revue complète des problèmes posés par la modélisation des PHP, le lecteur pourra se reporter aux travaux publiés par Khandekar *et al.* [5] et Nikolayev [6].

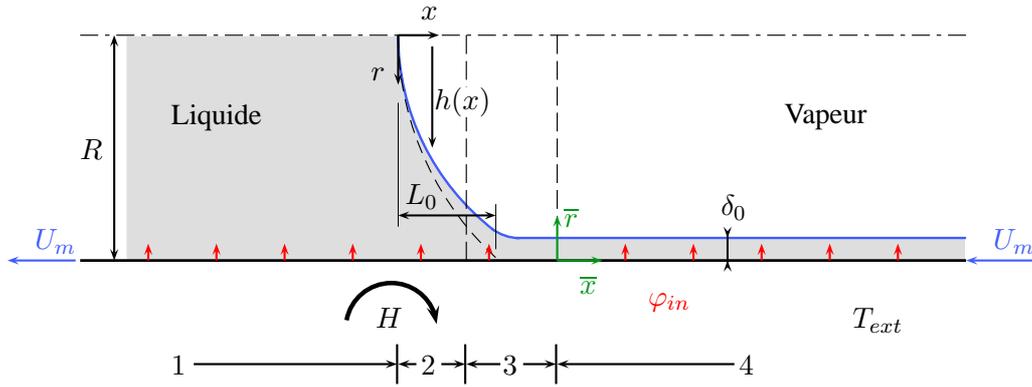


Figure 1: Ménisque avançant sur un film déposé d'épaisseur constante. Les régions 1, 2, 3 et 4 sont respectivement le bouchon liquide, le ménisque, la région de transition, et le film déposé.

Cet article s'intéresse plus particulièrement à la forme d'un ménisque en régime quasi-permanent, chauffé par un flux constant φ_{in} et avançant avec une vitesse constante U_m sur un film liquide d'épaisseur constante δ_0 , comme schématisé par la Figure 1. Cette prise en compte d'un film liquide constant peut paraître arbitraire, en particulier dans un contexte anisotherme, cependant les résultats déjà publiés (cf. Voirand *et al.* [7]) montrent que la pente et la courbure d'un tel film liquide déposé sont très faibles. Ainsi ces variations des conditions aux limites pour la zone de transition ne changeraient pas fondamentalement la forme de l'interface liquide-vapeur, tout au plus les valeurs de vitesse et de flux pour lesquels serait obtenue cette forme d'interface. De plus prendre en compte ces variations élargirait notre propos de manière inconsidérée. On suppose la vapeur saturée, et un rapide calcul d'ordres de grandeur permet de négliger la diffusivité et l'inertie thermique de la paroi du capillaire. En revanche, un transfert par convection naturelle vers l'extérieur est ajouté, avec une température de référence notée T_{ext} .

2. Régions de résolution et modèle théorique

La région d'étude doit être découpée en plusieurs sous-régions pour prendre en compte les différents mécanismes en place. Ces zones ont été reportées sur la Figure 1. La région 1 est la région du bouchon, qui ne sera pas abordée ici. Dans la région notée 2, dans laquelle se développe le ménisque, la dynamique et la forme de l'interface seront principalement régies par les forces capillaires. La région 4, quant à elle, est le film liquide d'épaisseur constante δ_0 sur lequel avance le ménisque. Cette épaisseur est faible par rapport au rayon du capillaire, de l'ordre de $1.337Ca^{2/3}$ selon Bretherton dans le cas isotherme [8], le transfert thermique imposé à la paroi ayant tendance à réduire cette valeur. Cette épaisseur faible entraîne une prépondérance des effets visqueux. Le film liquide sera donc au repos dans le référentiel du tube capillaire.

Pour relier les régions 2 et 4 il est nécessaire d'introduire une zone de transition (notée 3) où les forces capillaire et visqueuse seront présentes. Ceci couplé à la faible variation de la hauteur de liquide dans cette région permet d'utiliser les hypothèses de lubrification, simplifiant les équations de Navier-Stokes et donnant un ordre de grandeur des dimensions de cette région. Pour simplifier l'écriture des différents modèles associés aux différentes zones, un changement de repère est effectué. Le repère (r, x) servira pour la zone du ménisque, le repère (\bar{r}, \bar{x}) pour la transition (voir Figure 1).

Les grandeurs physiques relatives au liquide utilisé sont : la masse volumique, la diffusivité thermique, la viscosité dynamique, la conductivité thermique, l'enthalpie d'évaporation et la tension de surface, notées respectivement ρ , α , μ , λ , Δh_m , σ . Par la suite, toutes les longueurs, axiales et radiales, sont adimensionnées par le rayon du tube R et les pressions par σ/R . Les vitesses axiale et radiale sont, quant à elles, adimensionnées par la vitesse U_m de l'interface, la température par $\varphi_{in} R/\lambda$, et enfin le flux d'évaporation $\dot{m}(x)$ par $\varphi_{in}/\Delta h_m$. Des nombres sans dimension sont ainsi définis ; nombres d'évaporation, nombre de Biot et nombre Capillaire,

$$E = \frac{\varphi_{in}}{\rho \Delta h_m U} \quad ; \quad Bi = \frac{H R}{\lambda} \quad ; \quad Ca = \frac{\mu U_m}{\sigma} \quad (1)$$

2.1. Ménisque

Dans la région du ménisque, seule la capillarité est mise en jeu, ce qui impose un saut de pression constant à l'interface liquide-vapeur. De plus le bilan des contraintes normales à l'interface est uniquement fonction du saut de pression et de la courbure totale de l'interface notée c , qui pour un ménisque dans un tube s'écrit :

$$\Phi = c = \frac{1}{h(1 + h_x^2)^{1/2}} - \frac{h_{xx}}{(1 + h_x^2)^{3/2}} \quad (2)$$

où Φ est le saut de pression à l'interface ($= P_{sat} - P_{liq}$). En raison de la symétrie axiale de notre problème, les deux conditions aux limites suivantes sont exprimées dans le repère (r, x) :

$$h_x \rightarrow -\infty \quad \text{et} \quad h(x) = 0 \quad \text{en} \quad x = 0 \quad (3)$$

Une interface soumise comme ici uniquement à la capillarité est décrite par la loi de Laplace. Il est donc évident que l'équation (2) décrit une calotte sphérique dont le rayon, noté R_m , est lié au saut de pression Φ . L'interface adimensionnée a donc pour expression :

$$h(x) = R_m \left(1 - \left(\frac{x}{R_m} \right)^2 \right)^{1/2} \quad \text{avec} \quad R_m = \frac{2}{\Phi} \quad (4)$$

2.2. Transition

La relation entre les repères (r, x) et (\bar{r}, \bar{x}) est fonction de l'ordre de grandeur de la région de transition. Dans le cadre des hypothèses de lubrification, ces ordres de grandeur sont de $Ca^{2/3}$ pour les longueurs radiales et de $Ca^{1/3}$ pour les longueurs axiales. On peut trouver le détail de la détermination de ces ordres de grandeurs dans Ratulowski et Chang [9]. Le rapport entre les coordonnées des deux repères est donc :

$$r = 1 - Ca^{2/3} \bar{r} \quad x = l_0 + Ca^{1/3} \bar{x} \quad (5)$$

Les grandeurs exprimées dans ce repère seront notées par une barre supérieure " $\bar{}$ ". Bien sûr les valeurs de vitesse axiale et de pression sont du même ordre de grandeur que dans le ménisque. Ce n'est par contre pas le cas pour la différence de température $T - T_{ext}$, qui aura pour ordre de grandeur $Ca^{2/3}$. Il est aussi nécessaire d'introduire des nombres sans dimension modifiés : $\bar{E} = Ca^{-1/3} E$ et $\bar{Bi} = Ca^{2/3} Bi$. Dans le repère (\bar{r}, \bar{x}) , le problème dans la transition

s'écrit donc comme un problème de lubrification, auquel est rajouté le problème thermique, pareillement simplifié :

$$U_{rr} = -\Phi_x \quad , \quad \Phi_r = 0 \quad \text{et} \quad \overline{T}_{rr} = 0 \quad (6 \text{ a,b,c})$$

$$U = -1 \quad \text{et} \quad \overline{T}_r + 1 = \overline{Bi} \overline{T}(r, x) \quad \text{pour} \quad r = 0 \quad (7 \text{ a,b})$$

$$\Phi = 1 + \overline{h}_{xx} \quad \text{et} \quad U_r = 0 \quad \text{pour} \quad r = \overline{h}(x) \quad (8 \text{ a,b})$$

$$-\overline{T}_r = \dot{M}(x) \quad \text{pour} \quad r = \overline{h}(x) \quad (8 \text{ c})$$

Pour fermer le problème, il est indispensable d'avoir une loi constitutive reliant la température de l'interface liquide-vapeur au flux d'évaporation. Ici sera utilisé la forme citée dans Wilson *et al.* [3], qui est une forme simplifiée de l'équation constitutive de Hertz-Knudsen comme exprimée par Schrage [10] et Wayner [11]. Dans sa forme adimensionnée, cette loi s'écrit :

$$\overline{K} \dot{M} = \overline{T}(\overline{h}, x) - \overline{T}_{sat} \quad (9)$$

Où le paramètre \overline{K} s'exprime en fonction du coefficient d'accommodation $\hat{\alpha}$, pris égale à 1, M_g la masse molaire du fluide, et R_g la constante des gaz parfaits.

$$\overline{K} = \frac{T_{sat}^{3/2} \lambda}{R \hat{\alpha} \Delta h_m^2 \rho_v} \left(\frac{2\pi R_g}{M_g} \right)^{1/2} Ca^{-2/3} \quad (10)$$

3. Obtention de l'équation de l'interface dans la transition

Le problème thermique (6c, 7b, 8c), complété par la loi constitutive de notre système (9) permet d'obtenir une expression du flux d'évaporation à l'interface liquide-vapeur fonction de la hauteur de liquide \overline{h} :

$$\dot{M}(x) = \frac{\beta_1}{\beta_2 + \overline{Bi} \overline{h}} \quad (11)$$

$$\text{avec} \quad \beta_1 = 1 - \overline{Bi} \overline{T}_{sat} \quad \text{et} \quad \beta_2 = 1 + \overline{Bi} \overline{K} \quad (12)$$

Les paramètres β_1 et β_2 sont uniquement fonction des données du problème. Puisque \overline{Bi} est très petit devant 1, le flux d'évaporation adimensionné sera donc légèrement inférieur à 1, diminuant en particulier avec l'augmentation de la température de saturation, du paramètre d'évaporation \overline{K} ou de l'épaisseur du film liquide.

Le problème dynamique (6a, 7a, 8b) donne quant à lui une expression de la vitesse, fonction de la pression Φ , duquel est déduit le flux de masse liquide $\Gamma(x)$, adimensionné par la grandeur $(2\pi \rho U R^2)$. Au premier ordre en $Ca^{2/3}$, ce flux de masse a pour expression :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\overline{h}(x)} U_1 dr \quad (13)$$

C'est-à-dire :

$$\Gamma(x) = \frac{1}{3} \overline{h}^3 \Phi_x - \overline{h} \quad (14)$$

Enfin les équations (6b) et (8a) imposent que la variation de pression le long de l'interface soit liée à la dérivée troisième de la fonction épaisseur de cette même interface. Il est maintenant possible de faire un bilan reliant le flux de masse liquide et le flux d'évaporation, puisque la variation du flux liquide provient uniquement de l'évaporation à l'interface. On obtient alors l'équation finale suivantes, portant sur le profil de l'interface, et de là à l'ensemble des grandeurs du problème,

$$-\frac{1}{3} \left(\bar{h}_{xxx} \bar{h}^3 \right)_x + \bar{h}_x = \frac{\bar{E} \beta_1}{\beta_2 + \bar{Bi} \bar{h}} \quad (15)$$

Cette équation est transformée en une forme canonique qui pourra être résolue numériquement par le changement de variables suivant :

$$H^{[0]}(X) = \frac{\bar{h}(x)}{\delta_0} \quad \text{et} \quad X = \frac{x}{\delta_0} \quad (16)$$

donnant donc :

$$-\frac{1}{3} \left(H_{XXX} H^3 \right)_X + H_X = \frac{\bar{E} \beta_1}{\beta_2 + \bar{Bi} \delta_0 \bar{H}} \quad (17)$$

Pour un problème isotherme, c'est-à-dire sans le second membre de l'équation (17), une solution triviale est $H = 1$, qui ne peut se raccorder au ménisque. Pour obtenir une solution numérique autre, il est indispensable de perturber la solution proche des conditions aux limites. Pour notre cas anisotherme, c'est finalement le transfert thermique qui va perturber notre interface, nous évitant les nouveaux calculs nécessaires à l'établissement des conditions aux limites perturbées.

4. Raccordement du ménisque avec la transition

Le profil de l'interface dans la zone de transition issu de la résolution numérique de l'équation (17) pour des X négatifs et différentes valeurs de densité de flux imposée est montré dans la Figure 2. Cette figure confirme l'existence d'un bourrelet qui se développe entre le film liquide sur lequel avance le ménisque et le ménisque en lui-même que l'on a montré de courbure constante. L'importance de ce bourrelet, ainsi que la pente et la courbure de l'interface après ce bourrelet sont liées aux paramètres physiques du problème : fluide de travail utilisé, vitesse, flux imposé et la hauteur du film liquide. Or la pente et la courbure de cette interface de transition quand elle s'approche de la zone du ménisque doit bien évidemment correspondre à celles trouvée pour le ménisque. Il est ainsi possible d'obtenir une condition sur le rayon de courbure du ménisque comme exprimé dans l'équation (4), et donc sur le saut de pression à l'interface. Le fait ou non que cette solution soit physiquement acceptable est discuté dans le paragraphe suivant.

En pratique, la correspondance entre les deux régions est exprimée par la relation :

$$\lim_{\bar{x} \rightarrow +\infty} \left(1 - \text{Ca}^{2/3} \bar{h}(\bar{x}) \right) = \lim_{x \rightarrow L_0} h(x) \quad (18)$$

Quand ce genre de correspondance est réalisé pour raccorder deux profils lisses, par exemple dans un ménisque reculant, il est courant de supposer que la longueur de raccordement L_0 est égale à la distance entre les référentiels des différentes régions, $L_0 = l_0$. Dans notre cas, nous garderons les deux longueurs distinctes.

Loin du film liquide, le profil de la zone de transition peut être approché par une forme quadratique. Si on écrit $h(x)$ sous forme d'une série de Taylor en L_0 , on obtient après identification

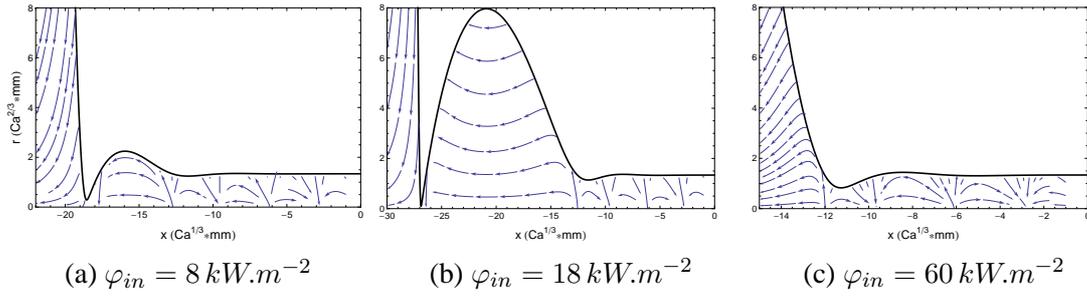


Figure 2: Forme générale du profil d'interface dans la zone de transition. Eau. $U_m = 0.12 \text{ m.s}^{-1}$

des différents termes :

$$h(L_0) + (l_0 - L_0) h_x(L_0) + \frac{1}{2} (l_0 - L_0)^2 h_{xx}(L_0) = 1 \quad (19)$$

$$h_x(L_0) + (l_0 - L_0) h_{xx}(L_0) = 0 \quad (20)$$

$$h_{xx}(L_0) = \frac{A_2}{\delta_0} \quad (21)$$

Avec A_2 le coefficient d'ordre 2 du développement de Taylor de $\bar{h}(x)$ au voisinage de l'infini. Puisque $h(x)$ est fonction de R_m , on obtient un système non linéaire de trois équations d'ordre quatre à quatre inconnues. Ce système est résolu numériquement et les quatre triplets de résultats sont discriminés ainsi : R_m doit être supérieur à zéro, ce qui élimine deux solutions, et l_0 doit être supérieur à L_0 . Il ne reste donc qu'une seule solution admissible physiquement.

5. Interprétation

Les profils d'interface présentés dans la Figure 2 montrent plusieurs comportements possibles en fonction de la densité de flux imposée. À des niveaux relativement faibles de quelques kilowatts par mètre carré, la taille du bourrelet augmente avec le flux de manière importante. A partir d'un certain niveau, il apparaît que la solution de l'équation (17) n'est plus une description adéquate du problème, en particulier parce que l'épaisseur liquide à la jonction entre le bourrelet et l'aval, vers le ménisque, devient tellement faible que les forces de dispersion pourrait avoir des effets non-négligeables. Ce modèle ne décrit donc pour de tels flux qu'un bourrelet en bout du film liquide, sans pour autant fournir d'information sur la présence d'une ligne triple, d'un film adsorbé ou d'un angle de contact macroscopique.

Pour des densité de flux encore plus importantes, le bourrelet fusionne avec le bouchon liquide, et de nouveau des solutions physiquement admissibles sont obtenues. Les niveaux de flux pour lesquels ces différents profils peuvent être observés sont dépendants non seulement de la vitesse U_m , mais aussi de la hauteur δ_0 et de la pente de l'interface en $X = 0$.

Les rayons de courbure du ménisque obtenus dans les cas physiquement acceptables montrent un rayon du ménisque supérieur à 1, donc un saut de pression Φ à l'interface inférieur à 2. Bretherton [8], ainsi que Park et Homsy [2] ont montré, en utilisant la supposition $l_0 = L_0$ déjà évoquée, que pour un ménisque reculant le rayon du ménisque au premier ordre suivant le nombre capillaire était 1 ($\Phi = 2$). Il est donc clair qu'il va exister une perte de charge à travers une bulle complète, qui sera influencé à la fois par la vitesse de cette bulle mais aussi par la densité de flux imposée à la paroi.

6. Conclusion

Ce papier se base sur l'équation de Bretherton modifiée, décrit la forme d'une bulle se déplaçant dans un tube capillaire anisotherme, dans le cadre de la modélisation des caloducs oscillants. Pour ce qui est d'un ménisque avançant sur un film liquide, cette équation met en évidence la formation d'un bourrelet liquide, fortement influencé par la densité de flux imposé à la paroi.

Deux restrictions sont à faire concernant ce modèle. D'une part le film liquide considéré ici n'est dans la réalité pas plat, mais dépendant du ménisque reculant qui l'a déposé précédemment. D'autre part les résultats ne sont pas physiquement acceptable pour toute une plage de densité de flux, en raison de l'omission de la pression de disjonction dans notre modèle : sur cette plage, la bulle allongée ne peut que sécher.

Cependant, la prise en compte d'un film possédant une pente faible dû à l'évaporation aura certes un effet quantitatif sur la taille du bourrelet observé, mais en aucun cas qualitatif, permettant de s'affranchir dans un premier temps de ce couplage avec le ménisque reculant, avant éventuellement d'enrichir le présent modèle. Une conclusion peut donc être donnée concernant le rayon de courbure d'un ménisque avançant, qui sera supérieur à celui d'un ménisque reculant, induisant une perte de charge sur l'ensemble de la bulle variable suivant la vitesse du ménisque et la densité de flux.

Références

- [1] S. Lips, A. Bensalem, Y. Bertin, V. Ayel, C. Romestant, and J. Bonjour, "Experimental evidences of distinct heat transfer regimes in pulsating heat pipes (php)," *Applied Thermal Engineering*, vol. 30, no. 8-9, pp. 900 – 907, 2010.
- [2] C.-W. Park and G. M. Homsy, "Two-phase displacement in hele shaw cells : theory," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 139, pp. 291–308, 2 1984.
- [3] S. K. Wilson, S. H. Davis, and S. G. Bankoff, "The unsteady expansion and contraction of a long two-dimensional vapour bubble between superheated or subcooled parallel plates," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 391, pp. 1–27, 7 1999.
- [4] R. Chebbi, "Deformation of advancing gas-liquid interfaces in capillary tubes," *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 265, no. 1, pp. 166 – 173, 2003.
- [5] S. Khandekar, P. K. Panigrahi, F. Lefèvre, and J. Bonjour, "Local hydrodynamics of flow in a pulsating heat pipe : a review," *Front. Heat Pipes*, vol. 1, pp. 1–20, 2010.
- [6] V. S. Nikolayev, "Towards predictive modeling of pulsating heat pipes," in *Proc. 16th Int. Heat Pipe Conf.*, (Lyon, France), 2012.
- [7] A. Voirand, A. M. Benselama, and B. Y., "Effect of velocity and evaporation on non-isothermal meniscus in a capillary," in *Proc. 15th Int. Heat Transfer Conf.*, (Kyoto, Japan), 2014.
- [8] F. P. Bretherton, "The motion of long bubbles in tubes," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 10, pp. 166–188, 3 1961.
- [9] J. Ratulowski and H.-C. Chang, "Marangoni effects of trace impurities on the motion of long gas bubbles in capillaries," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 210, pp. 303–328, 1 1990.
- [10] R. W. Schrage, *A theoretical study of interphase mass transfer*. PhD thesis, New York, NY, 1953.
- [11] P. C. J. Wayner, "The effect of interfacial mass transport on flow in thin liquid films," *Colloids Surfaces*, vol. 52, no. 0, pp. 71 – 84, 1991. A Collection of Invited Papers Presented at an International Symposium on Thin Solid and Liquid Films.