

Couplage convection-rayonnement en cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh.

Laurent CADET^{1,*}, Patrice JOUBERT¹, Anne SERGENT^{2,3}, Didier SAURY⁴, Denis LEMONNIER⁴

¹LASIE, CNRS UMR 7356, Université de La Rochelle, 17026 La Rochelle cedex 01

²LIMSI, CNRS UPR 3251, Campus de l'Université Paris-Sud, 91403 Orsay cedex

³UPMC, Université Pierre et Marie Curie, Paris 06, 4 place Jussieu, 75005 Paris

⁴Institut PPRIME, CNRS UPR 3346, CNRS-ENSMA-Université de Poitiers, Avenue C. Ader, BP 40109, 86961 Futuroscope cedex

* (auteur correspondant : laurent.cadet@univ-lr.fr)

Résumé - Dans le domaine du bâtiment, les écoulements de convection naturelle sont présents au sein d'enceintes confinées telles que les locaux techniques ou les parois à doubles peaux dans lesquelles l'écoulement est induit par la présence de zones différentiellement chauffées. Or en présence d'air, convection et rayonnement coexistent. Une meilleure connaissance des écoulements et des transferts de chaleur couplés convection-rayonnement-conduction est nécessaire dans le but d'améliorer l'efficacité énergétique des bâtiments. Dans ce but, notre étude traite de l'influence du rayonnement surfacique et volumique au sein d'enceintes fermées à haut nombre de Rayleigh, au travers d'une approche numérique et expérimentale qui s'appuient sur la cavité différentiellement chauffée de 3,84m de haut, 1m de largeur et 0,86m de profondeur, de l'institut PPRIME [1] à parois fortement émissives. Nous avons développé une première approche numérique [2, 3] à un nombre de Rayleigh de 4.10^{10} en traitant implicitement le couplage convection-rayonnement, au travers d'une condition de Dirichlet pour les températures pariétales. Afin de compléter cette première approche, nous considérons ici un couplage explicite où l'équation de transfert radiatif (ETR) est résolue numériquement par la méthode des ordonnées discrètes (MOD) à chaque pas de temps convectif [4]. La turbulence est traitée à l'aide d'une approche LES, validée au préalable en situation de couplage implicite. Nous présenterons la méthodologie de couplage convection-rayonnement ainsi que les premiers résultats obtenus avec le couplage explicite. Ceux-ci sont comparés aux résultats expérimentaux disponibles, ainsi qu'à des résultats DNS obtenus par un couplage implicite [2, 3].

[1], D. Saury, N. Rouger, F. Djanna, F. Penot, *Natural convection in an air-filled cavity: Experimental results at large Rayleigh numbers*, ICHMT, (38), 2011, 679-687.

[2] L. Cadet, P. Joubert, A. Sergent, D. Saury, *Simulation numérique directe d'une cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh dans une cavité réaliste*, congrès SFT 2014, Lyon, 2014.

[3] L. Cadet, A. Sergent, S. Xin, D. Saury, P. Joubert, *Direct Numerical Simulation of turbulent natural convection flow at high Rayleigh numbers in a realistic differentially heated cavity*, congrès ECCOMAS - ECFD VI, Barcelone, 2014.

[4] A. Ibrahim, D. Saury, D. Lemonnier, *Coupling of turbulent natural convection with radiation heat transfer in a square differentially-heated cavity for $Ra = 1.5 \times 10^9$* , Computers and Fluids, (88), 2013, 115-125.

Nomenclature

$\langle . \rangle$	moyenne temporelle	<i>Lettres grecques</i>	
A	rapport de forme ($A=L_i/H$)	β	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
H	hauteur, m	κ	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
L_x	largeur, m	κ_r	coefficient d'absorption, m^{-1}
L_y	profondeur, m	ε_w	émissivité de paroi, (-)
g	gravité, $m.s^{-2}$	ρ_w	réflectivité de paroi ($1 - \varepsilon_w$), (-)
T	température, K	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
U	vitesse adimensionnée, (-)	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
p	pression motrice adimensionnée, (-)	τ	épaisseur optique ($H.\kappa_r$), (-)
I	luminance adimensionnée	σ_B	constante, Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$
S_r	terme source radiatif, (-)	θ	température adimensionnée, $([T-T_0]/\Delta T)$
$q_{r,w}^{net}$	flux radiatif net pariétal, (-)	Θ_0	rapport de température ($T_0/\Delta T$)
<i>Indices</i>		<i>Nombres sans dimensions</i>	
w	paroi	Pr	nombre de Prandtl (ν/κ)
n	normale à la paroi, vers le fluide	Pl	nombre de Planck ($\lambda\Delta T/\sigma_B HT_0^4$)
t	relatif à la turbulence	Ra	nombre de Rayleigh ($g\beta H^3 \Delta T/\nu\kappa$)
$conv$	convectif	Nu	nombre de Nusselt
rad	radiatif	S	stratification thermique ($\partial\theta/\partial z _{centre}$)

1. Introduction

Les écoulements turbulents de convection naturelle dans l'air sont largement modifiés par le rayonnement thermique comme par exemple en cavité différentiellement chauffée, et ce même à température modérée [1,2]. De nombreuses études numériques ont déjà été réalisées à de très hauts nombres de Rayleigh ($Ra=10^{11}$) [3]. Cependant celles-ci se sont intéressées à des écoulements de convection naturelle pure. Or, il a été montré que ces écoulements sont moins turbulents, et présentent une structuration différente de celle des écoulements en présence de rayonnement, notamment surfacique [2]. La prise en compte du rayonnement surfacique peut être faite de différentes manières. Classiquement, on utilise la méthode des radiosités [4]. Cependant, il est aussi possible de résoudre l'équation du transfert radiatif (ETR) qui présente l'avantage de pouvoir aussi prendre en compte le rayonnement volumique. Une troisième approche (dite *implicite*) consiste à imposer aux parois les distributions de températures résultant du bilan thermique pariétal. Cette méthode [2,5] qui permet de résoudre numériquement uniquement la convection, demande néanmoins d'avoir accès à des données expérimentales.

Dans ce travail, nous souhaitons mettre en évidence numériquement, dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée remplie d'air à $Ra=4.10^{10}$, l'influence du rayonnement surfacique sur la répartition des températures pariétales, et les modifications de l'écoulement qui en résulte. Pour cela, nous comparons des résultats issus d'un couplage *implicite* de la convection et du rayonnement, à ceux obtenus à partir de la résolution de l'ETR par la méthode des ordonnées discrètes (couplage *explicite*) pour un fluide transparent. Cette méthode de résolution a été retenue, car il s'agit d'une première étape avant de prendre en compte le rayonnement volumique. De façon à pallier le surcoût lié à la résolution de l'ETR, une modélisation de sous-maille (LES) est employée pour modéliser les petites échelles de l'écoulement.

Après avoir décrit le modèle physique (section 2) et les méthodes numériques (section 3), une étape de validation (section 4.1) est présentée avant de commenter les résultats (4.2).

2. Problème physique et mise en équations

2.1. Configuration étudiée

La configuration correspond à une expérimentation localisée à l'institut PPRIME [6]. Il s'agit d'une cavité différentiellement chauffée remplie d'air de hauteur $H=3,84m$, largeur $L_x=1m$ et profondeur $L_y=0,86m$. L'air est considéré comme un gaz transparent mono-espèce (épaisseur optique $\tau = 0$).

Une différence de température ΔT est appliquée à deux parois verticales opposées isothermes (parois actives, $\varepsilon_w = 0,15$). Les autres parois passives d'émissivité $\varepsilon_w = 0,6$ (plafond, plancher, faces verticales avant et arrière) sont isolées thermiquement. L'écoulement couplé convection-rayonnement est caractérisé par (i) 2 nombres convectifs sans dimension : $Pr=0,71$ et $Ra=4.10^{10}$, (ii) deux paramètres géométriques : les rapports d'aspect A_x, A_y et (iii) 2 nombres radiatifs sans dimension : $Pl=1,16.10^{-4}$ et $\Theta_0=41,73$. Deux valeurs dimensionnelles sont encore nécessaires pour définir le problème radiatif : la température de référence $T_0=292,15K$ et la hauteur de la cavité H .

2.2. Équations régissant l'écoulement : cas du couplage *explicite*

Considérant valide l'approximation de Boussinesq, les équations de conservation instationnaires et filtrées s'expriment sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla p + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \nabla \cdot \left[\left(1 + \frac{v_t}{\nu} \right) \nabla \vec{U} + \frac{v_t}{\nu} \nabla U^T \right] + Pr \theta \vec{z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left[\nabla \cdot \left[\left(1 + \frac{\kappa_t}{\kappa} \right) \nabla \theta \right] \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} + \frac{1}{Pl} q_{r,w}^{net} = 0 \text{ sur les quatre parois passives ; parois actives : } \theta = \pm 0.5 \quad (4)$$

Où les variables sont adimensionnées par $U_0 = \kappa/H \cdot \sqrt{Ra}$ comme vitesse de référence, H comme longueur de référence, ΔT pour la température. L'équation (4) représente la condition limite d'adiabaticité appliquée aux parois passives où la convection et le rayonnement sont à l'équilibre (conduction négligée). Afin de déterminer la valeur du flux radiatif net pariétal $q_{r,w}^{net}$, nous résolvons l'ETR [7] pour un gaz transparent et adimensionnée par $\sigma_B T_0^4/H$:

$$\vec{s} \cdot \nabla I = 0; \quad \forall \vec{s} \in 4\pi \text{ stéradians ; dans le volume} \quad (5)$$

$$I_w = \varepsilon_w \frac{T_w^4}{\pi T_0^4} + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s} \cdot \vec{n} < 0} I \cdot (\vec{s} \cdot \vec{n}) d\Omega \quad \text{sur toutes les parois} \quad (6)$$

\vec{s} est la direction de propagation du rayon considéré d'angle solide $d\Omega$. Le flux radiatif net pariétal est ainsi obtenu par :

$$q_{r,w}^{net} = \varepsilon_w \frac{T_w^4}{T_0^4} - \varepsilon_w \int_{\vec{s} \cdot \vec{n} < 0} I \cdot (\vec{s} \cdot \vec{n}) d\Omega \quad (7)$$

3. Méthodes numériques

Le code de simulation numérique volumes-finis couplé FISSION-RAD d'ordre 2 (schémas centrés) se base sur une approche de parallélisation hybride MPI/OpenMP afin de permettre l'utilisation de grandes quantités de ressources de calcul. Le solveur employé est basé sur un code DNS explicite multi-domaine [5] dans lequel un module de rayonnement a été intégré. Le couplage vitesse-pression est assuré par une méthode de projection. Le modèle de diffusivité de sous-maille κ_t (MSDM) employé a été validé en convection naturelle [2]. La viscosité de sous-maille ν_t est négligée.

Afin de résoudre le problème radiatif, la méthode des ordonnées discrètes (DOM) a été employée avec le schéma de Lathrop. Pour discrétiser le domaine angulaire, les quadratures symétriques (LSN) d'ordre 8 (i.e. S_8) [7] ont été employées, permettant ainsi d'évaluer l'équation (5) sur 80 directions et l'équation (6) sur 40 directions. Le problème ainsi discrétisé est résolu à l'aide d'une méthode de résolution directe par balayage de domaine (*domain sweeping*) couramment employée sur maillages cartésiens et parallélisé de façon hybride (MPI/OpenMP).

4. Validations et résultats

Les résultats de trois simulations réalisées dans la configuration décrite en section 2 sont présentés : une DNS en couplage implicite (résultats déjà présentés en [5]) et deux LES avec couplage convection-rayonnement *implicite* ou *explicite*. La distribution de température pariétale appliquée aux parois passives pour le couplage *implicite* est explicitée dans [2]. Dans ce qui suit, tous les profils sont présentés à mi-profondeur $y=A_y/2$.

4.1. Validation de la méthode LES

Dans un premier temps, nous cherchons à valider la méthode LES par comparaison avec une DNS [5] pour un écoulement représentatif de la convection naturelle avec rayonnement surfacique. Nous retenons le cas du couplage implicite dans la configuration de la section 2.

Une étude de convergence en maillage a permis de sélectionner le maillage minimum pour approcher au mieux le transfert de chaleur sur les parois actives et les couches limites turbulentes (figure 1). Les caractéristiques de ce maillage, qui sera utilisé dans la suite de l'étude sont données dans tableau 1.

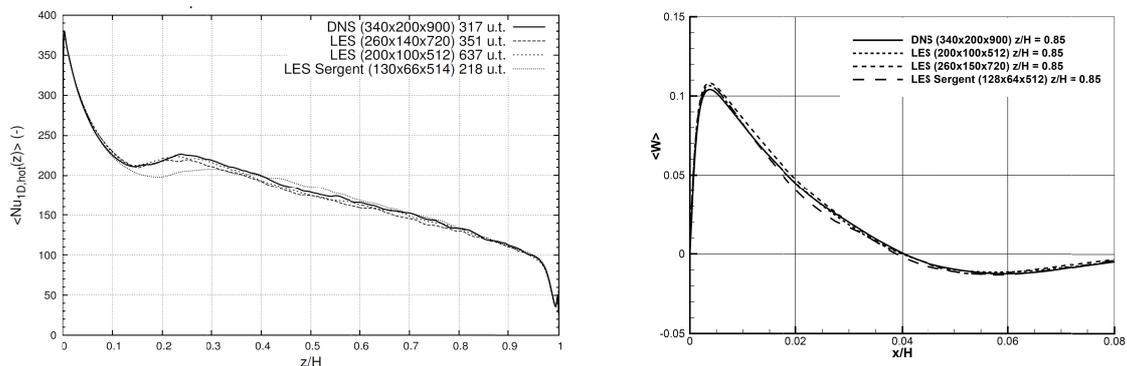


Figure 1: gauche : profil vertical du nombre de Nusselt moyen à mi-profondeur sur la paroi chaude. Droite : profil horizontal de vitesse verticale moyenne à $Z=0.85$. Les différents maillages considérés sont donnés dans les légendes.

N_i	N_j	N_k	$\max(x^+)$	$\max(y^+)$	$\max(z^+)$	x_I	y_I	z_I
200	100	512	0,7	6,79	4,6	$1,94 \cdot 10^{-4}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$

Tableau 1 : caractéristiques du maillage LES. Nombre de points $N_i \times N_j \times N_k$ suivant (x,y,z) , unités de parois (x^+, y^+, z^+) et position des premiers nœuds suivant (x,y,z) .

4.2. Influence de l'approche de couplage convection-rayonnement

Le pas de temps convectif adimensionné de $2 \cdot 10^{-4}$ unités sans dimension (ut) pour les deux LES. Pour le couplage *explicite*, le problème radiatif est résolu tous les 10 pas de temps convectifs. Tous les résultats présentés sont des moyennes temporelles. Les durées d'accumulation pour les moyennes temporelles sont explicitées sur les figures.

4.2.1. Caractérisation thermique

Sur la figure 2, nous pouvons observer les profils verticaux à mi-profondeur de la cavité du nombre de Nusselt convectif et de la température moyenne. On observe sur les profils du nombre de Nusselt une parfaite superposition entre les résultats obtenus par un couplage implicite (DNS et LES implicite) et ceux de la présente étude (LES explicite). Cet accord s'observe également sur les profils de température le long de la ligne centrale. On note aussi que les résultats numériques sont en bon accord avec les mesures expérimentales jusqu'à une altitude de $z/H = 0,70$ avec un écart inférieur à 5 %. Pour les altitudes supérieures, l'écart se creuse et le profil expérimental s'écarte de la centro-symétrie thermique.

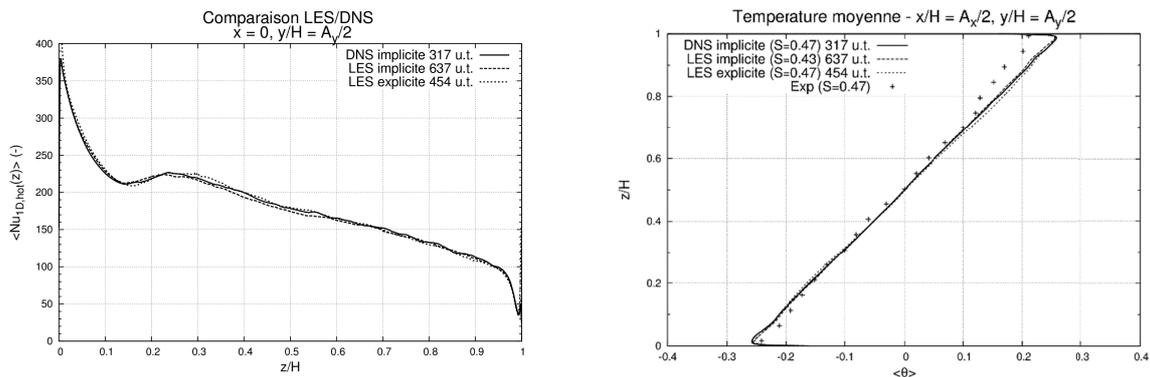


Figure 2 : caractérisation thermique 1D de l'écoulement. Profil vertical du nombre de Nusselt convectif moyen à mi-profondeur sur la paroi chaude (gauche). Profil vertical de la température moyenne au centre de la cavité (droite).

La comparaison des répartitions de température à la paroi avant de la cavité (figure 3, gauche, cas A) présente par contre des différences significatives entre les approches implicite et explicite du couplage, avec une distribution des isothermes très différente entre les 2 cas. On observe cependant que la grande variation topologique du champ de température à la paroi avant n'affecte que très légèrement les champs volumiques de température (figure 3, gauche, cas B) et de vitesse comme on le verra plus loin (§ 4.2.2).

Sur les autres figures (figure 3, centre et droite) nous pouvons également observer des écarts sur les profils de température (centre) et de nombres de Nusselt convectif (droite) à mi-profondeur ($y = A_y/2$) le long de la paroi haute ($z = 1$) entre la simulation LES explicite et la condition limite imposée dans le cas de la DNS. Les gradients de température sont en effet beaucoup plus faibles près des parois pour le couplage explicite, avec une large zone de plateau central, qui se traduit par un profil de nombre de Nusselt convectif « plat ». Une première explication de ce phénomène est l'absence de conduction dans les parois pouvant

expliquer les écarts proches des parois actives (fig. 3, centre et droite, $x/L_x > 0,9$). Une évaluation des valeurs intégrées des nombres de Nusselt, à mi-profondeur et le long des parois chaude et haute, sont présentées dans le tableau 3. On y observe dans un premier temps que les échanges convectifs restent globalement inchangés entre les deux configurations de calcul. Cependant, on note la valeur non négligeable du nombre de Nusselt radiatif à la paroi chaude (35 % de la valeur convective) qui affecte la paroi passive haute en élevant sa température et modifie ainsi la répartition des flux sur cette paroi. De par la grande réflectivité des parois actives ($\rho_w = 0,85$), le rayonnement issu de la paroi haute est réfléchi par celles-ci puis absorbé par les autres parois passives (avant, arrière et basse), qui en réémettant à leur tour, favorisent l'homogénéisation des champs de température pariétales (hors conduction).

couplage	$Nu_{1D,conv}^{chaud}$	$Nu_{1D,conv}^{haute}$	$Nu_{2D,conv}^{chaud}$	$Nu_{2D,rad}^{chaud}$	$Nu_{2D,conv}^{haute}$	$Nu_{2D,conv}^{avant}$
<i>implicite</i>	180,1	41,6	179,8	0	40,1	$2,1 \cdot 10^{-3}$
<i>explicite</i>	181,9	40,2	182,5	64,2	37,9	0,43

Tableau 3 : nombres de Nusselt convectif et radiatif intégrés à mi-profondeur le long des parois chaude ou haute (1D), et sur toute la surface (2D). DNS implicite et LES explicite.

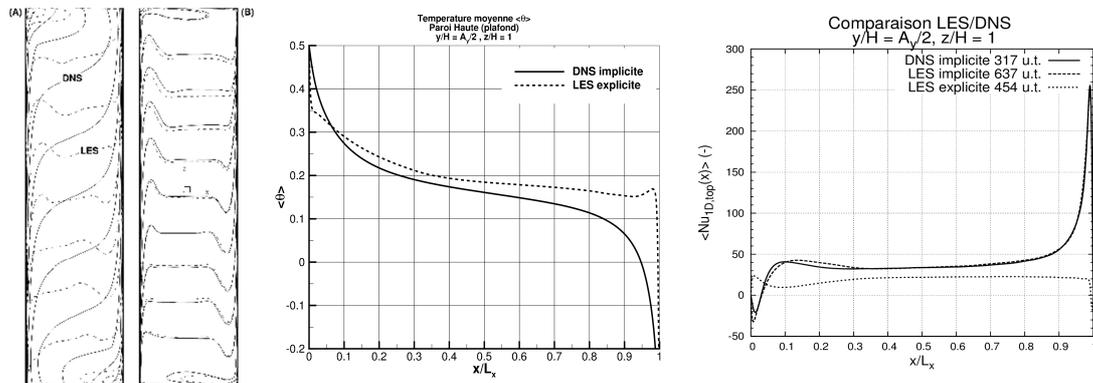


Figure 3 : caractérisation thermique 1D et 2D de l'écoulement. Gauche : iso-contours de température moyenne (variation de $-0,45$ à $+0,45$) sur la face frontale $y=0$ (A) et à mi-profondeur $y=L_y/2$ (B). Centre : Profil horizontal de la température moyenne à mi-profondeur sur la paroi haute. Droite : Profil horizontal du nombre de Nusselt convectif moyen à mi-profondeur sur la paroi haute.

Aussi, bien que les grandeurs convectives soient identiques sur les parois chaude et haute, leurs répartitions sont pilotées par le rayonnement surfacique. De plus, étant donné que nous ne considérons que le rayonnement surfacique sans absorption/réémission volumique du gaz, celui-ci ne fait que répartir différemment l'énergie sur les parois passives sans changer leurs contributions moyennes à l'écoulement. En outre, n'oublions pas que les profils de température expérimentaux employés dans la DNS implicite prennent en compte intrinsèquement le couplage convection-conduction-rayonnement surfacique et volumique, alors que seul le rayonnement surfacique est pris en compte dans le couplage explicite. Cela met en évidence la prépondérance du rayonnement surfacique, du moins dans le plan médian de la cavité, bien que les différences importantes observées sur les parois passives indiquent la nécessité de considérer l'absorption volumique pour l'étude complète de l'écoulement.

4.2.2. Description de l'écoulement

Sur les profils horizontaux de vitesse moyenne et fluctuations de vitesse le long des parois verticales actives (figures 4 et 5), nous observons un bon accord entre les deux approches, avec cependant une différence marquée pour la couche limite froide à $z=0,7$ (figure 4 – *bas-gauche*) où le couplage implicite produit une couche limite plus turbulente. Ceci est normal,

puisque le couplage convection rayonnement ne se produit pas sur les parois actives verticales.

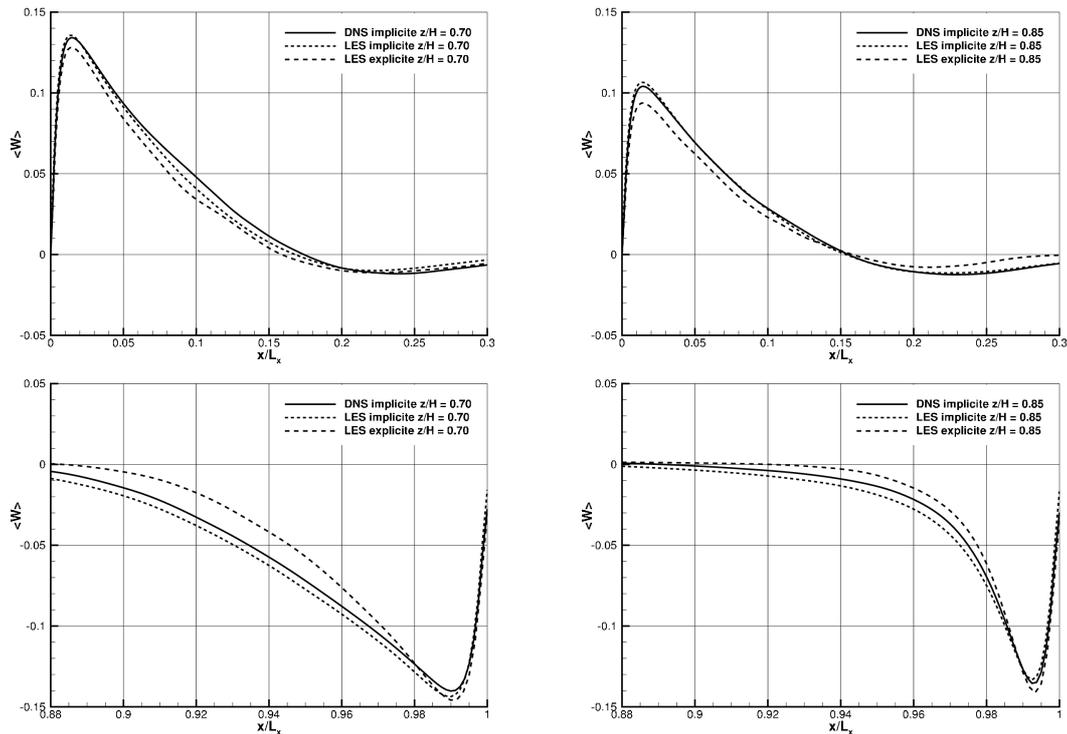


Figure 4 : Profils du champ de vitesse verticale au cœur des couches limites chaude (haut) et froide (bas) à mi-profondeur ($y = A_y/2$) et à deux altitudes. Gauche : $z = 0,70$. Droite : $z = 0,85$.

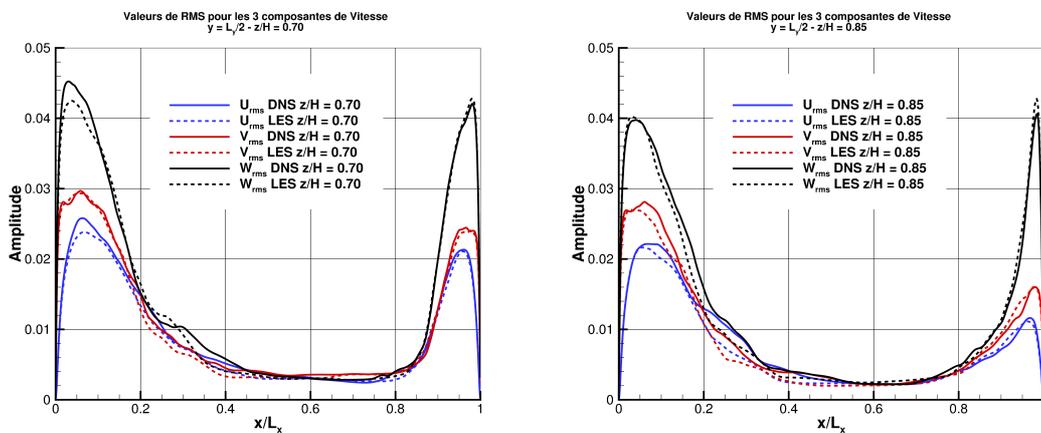


Figure 5 : profils RMS des 3 composantes de vitesse moyenne à mi-profondeur ($y = L_y/2$) à deux altitudes pour la DNS à couplage implicite et la LES à couplage explicite. Gauche : altitude $z = 0,70$. Droite : altitude $z = 0,85$.

L'écoulement semble peu affecté par la résolution explicite (rayonnement surfacique seul) car bien que le profil de Nusselt à la paroi haute soit modifié, la quantité d'énergie globale prélevée à l'écoulement reste inchangée. De plus, les seules parois dont l'énergie disponible est plus importante dans le cas explicite (rayonnement surfacique seul) que le cas implicite sont les parois actives ($Nu_{ID, glob}^{chaud} = 246,1$). Cependant, la température étant imposée, le rayonnement surfacique n'influe donc pas sur l'écoulement de façon directe et n'entre pas en jeu dans le bilan du fluide expliquant ainsi que les écoulements soient semblables dans les deux configurations.

5. Conclusion

Les premiers résultats obtenus en couplage convection-rayonnement surfacique montrent un bon accord entre les méthodes de couplage implicite et explicite dans le plan à mi-profondeur de la cavité, bien que les répartitions de températures pariétales soient différentes. Cependant, nous observons des différences notoires des champs thermiques sur les parois passives où les grandeurs convectives intégrées restent inchangées mais avec une répartition fortement affectée par le mode de prise en compte du rayonnement. Néanmoins, sachant que la DNS implicite prend en compte le couplage convection-conduction et le rayonnement surfacique et volumique, on observe que le rayonnement surfacique seul est prépondérant par rapport aux autres modes de transferts de par la bonne représentation des caractéristiques globales de l'écoulement. Cependant, afin d'étudier l'impact du rayonnement dans son ensemble, des simulations en rayonnement volumique seront réalisées par la suite permettant ainsi de définir entièrement l'impact du rayonnement.

Références

- [1] L. Soucasse, P. Riviere, S. Xin, P. Le Quere, et A. Soufiani, « Numerical study of coupled molecular gas radiation and natural convection in a differentially heated cubical cavity », *Comput. Therm. Sci.*, vol. 4, n° 4, pp. 335-350, 2012.
- [2] A. Sergent, P. Joubert, S. Xin, et P. Le Quéré, « Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part II: End walls effects using large eddy simulation », *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 39, pp. 15-27, 2013.
- [3] F. X. Trias, A. Gorobets, M. Soria, et A. Oliva, « Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 10^{11} – Part I: Numerical methods and time-averaged flow », *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 53, n° 4, pp. 665-673, 2010.
- [4] S. Xin, J. Salat, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot, P. Le Quéré, Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part III : A full convection–conduction–surface radiation coupling, *IJHFF*, (42), 2013, 33-48.
- [5] L. Cadet, P. Joubert, A. Sergent, et D. Saury, « Simulation numérique directe d'une cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh dans une cavité réaliste », actes du Congrès SFT, Lyon, France, 2014, n°8691.
- [6] D. Saury, N. Rouger, F. Djanna, et F. Penot, « Natural convection in an air-filled cavity: Experimental results at large Rayleigh numbers », *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 38, n° 6, pp. 679-687, 2011.
- [7] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer (Third Edition)*, M. F. Modest, Éd. Boston: Academic Press, 2013

Remerciements

Une partie de ces travaux a bénéficié d'un accès aux moyens de calcul de l'IDRIS au travers de l'allocation de ressources 2013-2a0326 attribuée par GENCI. L'autre partie des calculs a été réalisée sur les clusters du laboratoire LIMSI à Orsay.