

Stratégie de sélection de capteurs pour une identification de flux thermique quasi en ligne.

Alban VERGNAUD^{1*}, Laetitia PEREZ²

¹ LARIS, Université d'Angers

62 avenue notre dame du lac – 49000 Angers – France

² LTN-UMR CNRS 6607, Université de Nantes

La Chantrerie, Rue Christian Pauc, BP50609 – 44306 Nantes cedex 03 – France

* (auteur correspondant : alban.vergnaud@etud.univ-angers.fr)

Résumé – Ce travail se positionne dans le contexte de la résolution d'un problème de conduction inverse de la chaleur considérant une source chauffante mobile et un ensemble de capteurs ponctuels fixes dans un domaine plan 2D. Il vise à apporter une contribution aux travaux déjà réalisés dans le domaine de l'identification paramétrique (ex : identification de la puissance et/ou de la position de sources chauffantes fixes en géométrie 1D, 2D et 3D, [1], [2], [3]). Notre étude présente une méthode permettant de choisir les capteurs les plus pertinents parmi l'ensemble des capteurs disponibles afin de réaliser une estimation de paramètres inconnus quasi en ligne (au fur et à mesure de l'acquisition des données). Elle vient en perspective des travaux présentés dans [5]. Cette étude numérique préliminaire est complétée par sa mise en œuvre expérimentale proposée par [10].

Dans un premier temps, une présentation didactique de la méthode d'identification en ligne de la densité de flux d'une source chauffante mobile sera réalisée. La méthode utilisée pour mener à bien l'identification en ligne dans cette étude est une méthode de régularisation itérative basée sur l'algorithme du gradient conjugué.

Dans un second temps, une stratégie de choix de capteurs sera présentée en utilisant les fonctions de sensibilité du modèle aux paramètres recherchés. Ces fonctions calculées à partir de la résolution du problème de sensibilité permettent la mise en évidence des capteurs les plus informatifs. Il devient alors possible de choisir les capteurs les plus pertinents à utiliser pour la ou les prochaines itérations de l'algorithme de minimisation. Cette méthode visant à réduire le nombre de capteurs utilisés sera couplée à la méthode d'identification quasi en ligne. L'influence du choix de capteurs sur la robustesse de l'identification et sur le temps de calcul sera étudiée.

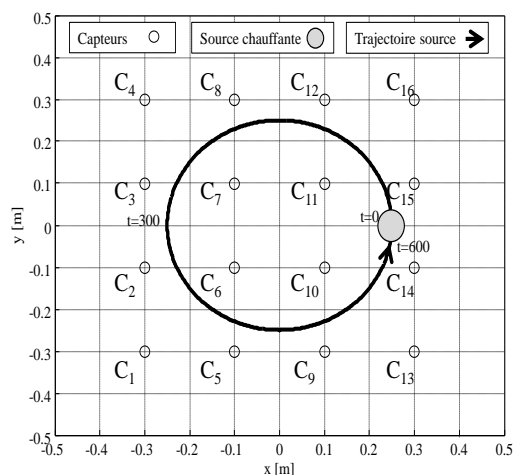


Figure 1 : Modélisation du problème direct.

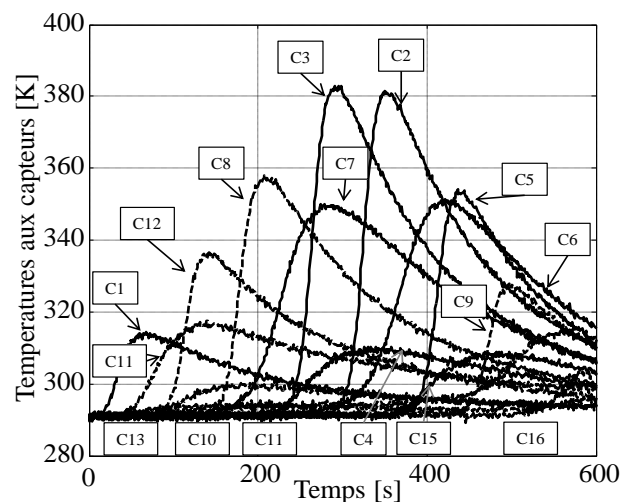


Figure 2 : Evolutions de la température aux 16 capteurs bruitées $\mathcal{N}(0,0.5)$.

Nomenclature

Symboles généraux

c	Chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
e	Épaisseur, m
h	Coefficient transfert thermique, $W.m^{-2}.K^{-1}$
l	Largeur de la plaque, m
L	Longueur de la plaque, m
\vec{n}	Vecteur unitaire (normale externe pointant vers l'extérieur à $\partial\Omega$)
N_c	Nombre total de capteurs
N_t	Nombre de pas de temps
r_1	Rayon du disque de chauffe, m
T_i	Intervalle de temps pour le calcul du capteur le plus pertinent, s
t	Temps, s
x	Variable d'espace, m
y	Variable d'espace, m

Symboles grecs

γ	Profondeur de descente
θ	Température, K
λ	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
ρ	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
σ	Ecart type bruit blanc gaussien, K
τ	Borne horizon temporel, s
$\phi(t)$	Densité de flux, $W.m^{-2}$
ψ	Fonction adjointe
\mathcal{T}_i	Fenêtre d'identification, s

Indices et exposants

0	Initial
i	Pour les capteurs
j	Pour les intervalles de temps
I	Centre du disque de chauffe

1. Introduction

Dans le contexte de la résolution en ligne d'un problème de conduction inverse dans un domaine plan 2D, le choix du placement optimal de capteurs sur le système étudié peut s'avérer une tâche ardue. En effet, le placement optimal d'observateurs est primordial pour la résolution d'un problème inverse qui peut être divergent si le placement s'avère erroné. Ainsi cette communication vise à présenter une méthode de choix de capteurs parmi un réseau de capteurs fixes sur une géométrie plane 2D afin d'utiliser les informations les plus pertinentes lors de l'estimation quasi en ligne de la densité de flux d'une source chauffante mobile non ponctuelle. La méthode de résolution utilisée est une méthode de régularisation itérative basée sur l'algorithme du gradient conjugué largement reconnu dans le domaine thermique pour la résolution de problème inverse et déjà proposée par exemple dans [1], [2], [3], [4]. Dans un premier temps, le système étudié sera présenté et l'identification de la densité de flux de la source mobile sera réalisée hors ligne considérant l'ensemble des données expérimentales obtenues sur tout l'intervalle de temps. Cette solution sera alors considérée comme base de comparaison pour les stratégies mises en place par la suite. Puis une stratégie de choix de capteurs sera développée et mise en œuvre lors de l'estimation de la densité de flux en ligne réalisée à l'aide d'une adaptation de la méthode du gradient conjugué [5].

2. Problème Direct

Considérons une source mobile chauffante S_1 évoluant sur une plaque $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, $\Omega = (L \times l)$, de frontière $\partial\Omega \in \mathbb{R}$ et d'épaisseur e suffisamment petite pour négliger les transferts en son sein (Fig. 1). Considérons que la densité de flux de chaleur ϕ_1 pour cette source est supposée uniforme sur un disque mobile $D_1(I_1, r_1)$ de centre $I_1(x_1, y_1)$ et de rayon r_1 . Le flux total peut aussi être exprimé de manière continue et dérivable tel que :

$$\Phi(x, y; t) = \frac{\phi_1(t)}{\pi} \left(-\arctan \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - r_1 \right) \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1)$$

Un paramètre de régularisation $\mu \in \mathbb{R}^+$ a été choisi de manière à décrire la discontinuité des flux de chauffe. $\phi_1(t)$ peut être décrit à l'aide de fonctions linéaires continues par morceaux $s_i(t)$ tel que $\phi_1(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \phi_i^1 s_i(t)$ [5]. Ainsi, la distribution spatio-temporelle de température au sein du domaine $\theta(x, y; t)$ est solution du système d'équations aux dérivées partielles (2) considérant les paramètres indiqués dans le tableau 1.

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) = \frac{\Phi(x, y; t) - 2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} & \forall (x, y; t) \in \Omega \times [0, t_f] \\ \theta(x, y; 0) = \theta_0 & \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial \bar{n}} = 0 & \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times [0, t_f] \end{cases} \quad (2)$$

La densité de flux de la source mobile suit l'évolution temporelle représentée (Fig. 3) et les évolutions de températures bruitées par bruit blanc $\mathcal{N}(0, 0.5)$ sont présentées pour les 16 capteurs en (Fig. 2). Elles seront considérées comme mesures lors de l'estimation. Les propriétés thermiques du système sont considérées constantes au cours de l'expérience. La résolution numérique réalisée dans cette communication utilise la méthode des éléments finis du logiciel Comsol[®] interfacé avec Matlab[®].

ρc	h	t_f	λ	θ_0	r_1	e	L	l
$\text{J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$	$\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$	s	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	K	m	m	m	m
$2,43.10^6$	10	600	160	291	6.10^{-2}	2.10^{-3}	1	1

Tableau 1 : Paramètres du modèle

3. Problème inverse

3.1. Formulation

Afin d'identifier les valeurs de la densité de flux $\bar{\phi}_1(t)$ à partir des évolutions de températures $\hat{\theta}_i(t)$ issues des capteurs $C_i (i=1, 2, \dots, 16)$ placés sur la plaque un problème inverse peut être formulé. Sa résolution consiste à minimiser le critère suivant :

$$J(\theta, \bar{\Phi}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N_c} \int_0^{t_f} (\theta(C_i, t; \bar{\Phi}) - \hat{\theta}_i(t))^2 dt \quad (3)$$

Une méthode de régularisation itérative de gradient conjugué (MGC) a été mise en œuvre pour identifier les paramètres inconnus. L'algorithme de cette méthode consiste à résoudre trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard : un problème direct (2) afin de calculer le critère $J(\theta, \bar{\Phi})$ (3) et juger de la qualité des estimations ; un problème adjoint (7) pour déterminer le gradient de la fonction coût (8) et définir la direction de descente et un problème de sensibilité (4) pour calculer la profondeur de descente (6) (dans la direction de descente). Les détails des calculs sont présentés dans [6], [7].

3.2. Problème de sensibilité

Considérons $\delta\theta(x, y; t)$ la variation de température induite par une variation de la densité des flux de chauffe ϕ_1 . $\delta\theta(x, y; t)$ est solution du système suivant :

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \delta\theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta\theta(x, y; t) = \frac{\delta\Phi(x, y; t) - 2h\delta\theta(x, y; t)}{e} & \forall (x, y; t) \in \Omega \times [0, t_f] \\ \delta\theta(x, y; 0) = 0 & \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \delta\theta(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 & \forall (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, t_f] \end{cases} \quad (4)$$

Avec

$$\delta\Phi(x, y; t) = \sum_{i=1}^{N_c=41} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi_1} \delta\phi_1 = \frac{\delta\phi_1}{\pi} \left(-\arctan \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - r \right) \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5)$$

La solution $\delta\theta(x, y; t)$ du problème de sensibilité permet ainsi de calculer la profondeur de descente pour chaque itération k telle que :

$$\gamma^k = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{i=1}^{N_c} (\theta(C_i, t; \Phi^k) - \hat{\theta}_i(t)) \delta\theta(C_i, t; \Phi^k) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{i=1}^{N_c} [\delta\theta(C_i, t; \Phi^k)]^2 dt} \quad (6)$$

3.3. Problème adjoint

Afin de déterminer le gradient de la fonctionnelle $\nabla J^n = \left(\frac{\partial J}{\partial \Phi^i} \right)_{i=(1, \dots, N_c)}$ à chaque itération de l'algorithme de minimisation, le problème adjoint est résolu et considérant les équations du problème de sensibilité. $\psi(x, y; t)$ est solution du problème (7) :

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \psi(x, y; t)}{\partial t} + \lambda \Delta \psi(x, y; t) = E(x, y; t) + \frac{2h\psi(x, y; t)}{e} & \forall (x, y; t) \in \Omega \times [0, t_f] \\ \psi(x, y; 0) = 0 & \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \psi(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 & \forall (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, t_f] \end{cases} \quad (7)$$

Avec $E(x, y; t) = \sum_{i=1}^{N_c} (\theta(x_i, y_i; t; \bar{\Phi}) - \hat{\theta}_i(x_i, y_i; t)) \delta_D(x-x_i) \delta_D(y-y_i)$ et $\delta_D(x-x_i) \delta_D(y-y_i)$

la distribution de Dirac au capteur $C_i(x_i, y_i)$. Lorsque $\psi(x, y; t)$ est solution du problème (7)

alors : $\delta J(\theta, \Phi) = -\int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\frac{\delta\Phi \psi}{e} \right] d\Omega dt$. Ainsi il vient :

$$\frac{\partial J}{\partial \phi_1} = -\int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{s_i(t)}{\pi} \left(-\arctan \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - r \right) \right) + \frac{\pi}{2} \right) \left[\frac{\psi}{e} \right] d\Omega dt \quad (8)$$

4. Résultats

4.1. Méthode du gradient conjugué hors ligne

La MGC est mise en œuvre afin d'estimer hors ligne la densité de flux de la source mobile à partir des données bruitées $\mathcal{N}(0,0.5)$ aux 16 capteurs présents sur la plaque. La densité de flux initiale a pour valeur $\phi_1(t) = 0 \text{ W.m}^{-2} \forall t$. Cette procédure d'identification a convergé en 52 minutes (ordinateur standard) avec un critère d'arrêt $J_{stop} = 0.5N_c N_t \sigma^2$ proposé par [8]. La densité de flux estimée est représentée en (Fig. 3). La moyenne des résidus de température entre les « mesures » et les températures simulées aux 16 capteurs à partir de l'estimation de la densité de flux obtenue est de -0,015 K, l'écart-type moyen est de 0,49 K. L'évolution de la température des 16 capteurs représentés (Fig. 2) peuvent mettre en évidence la non pertinence des informations issues de certains capteurs.

Dans la section suivante est présentée une méthode permettant de sélectionner automatiquement les capteurs les plus sensibles pour l'identification de la densité de flux.

4.2. Stratégie de choix de capteurs hors ligne

Considérons $N_{max} = 16$ le nombre maximal de capteurs à disposition, et N^* le nombre de capteurs choisis pour identifier la densité de flux. N'ayant aucune information a priori sur le choix optimal des capteurs, les informations fournies par la résolution du problème de sensibilité sont utilisées pour définir les capteurs les plus sensibles aux variations de la densité de flux. A chaque itération de l'algorithme de minimisation, en se basant sur le principe proposé par [9], les N^* capteurs optimaux parmi N_{max} disponibles sont retenus pour le calcul du critère (problème direct) et le calcul du gradient (problème adjoint) à la prochaine itération. Le choix des N^* capteurs à la première itération est fait de manière arbitraire. L'adaptation proposée par rapport à [9] réside en un découpage des solutions fournies par le problème de sensibilité en $\frac{t_f}{N^*}$ intervalles de temps T_i , utilisés pour le calcul de la norme L^2 soit

$$\left\| \delta\theta_{d^{n+1}}(C_i, t) \right\| = \sqrt{\int_{T_i} \left(\delta\theta_{d^{n+1}}(C_i, t) \right)^2 dt} \quad i = 1, \dots, N^* \quad \text{avec} \quad T_i = \left[\frac{t_f}{N^*}(i-1); \frac{t_f}{N^*}i \right].$$

Le capteur le plus pertinent sur T_i est retenu puis écarté lors de l'évaluation de la pertinence des autres capteurs sur l'intervalle de temps suivant et ainsi de suite. Le détail de l'algorithme de choix de capteurs est présenté (Fig. 5). Cette méthode permet de sélectionner automatiquement pour les prochaines itérations de l'algorithme les capteurs les plus pertinents afin d'accélérer le processus d'estimation de la densité de flux en écartant les capteurs les moins sensibles qui ne faisaient qu'introduire du bruit de mesure lors de l'identification. En considérant $N^* = 12$, les capteurs retenus à la dernière itération du processus d'identification sont les capteurs ($C_2, C_3, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{14}, C_{15}$). La densité de flux estimée est représentée en (Fig. 3). La moyenne des résidus aux $N^* = 12$ capteurs choisis est de -0,004 K et l'écart-type moyen de 0,48 K. La procédure a convergé en 44 minutes, soit 8 minutes de moins qu'en considérant les 16 capteurs initiaux. A chaque itération, les 12 capteurs les plus pertinents sont représentés (Fig. 7).

4.3. Identification et stratégie de choix de capteurs en ligne

Dans cette section la stratégie de choix de capteurs présentés en 4.2 est mise en œuvre associée à une méthode d'identification en ligne proposé par [5]. Les résultats présentés précédemment montrent l'efficacité de la MGC pour l'identification de la densité de flux d'une source mobile. Cependant l'inconvénient de cette méthode réside en son temps de convergence : 44 minutes lorsque 12 capteurs parmi 16 sont considérés soit un temps total entre le début de l'acquisition des mesures (10 minutes) et la fin de l'algorithme d'estimation de 54 minutes. Pour une identification en ligne durant la phase d'acquisition des mesures i.e au fur et à mesure que de nouvelles mesures sont disponibles, la MGC présentée ci-dessus doit être adaptée. Considérant une succession d'intervalles de temps $\mathcal{T}_j \subset t_f$ tel que $\bigcup \mathcal{T}_j = t_f$. La MGC est ainsi implémentée sur un intervalle de temps $\mathcal{T}_i = [\tau_i^-, \tau_i^+] \subset \mathcal{T}$ qui va glisser sur l'horizon temporel total avec un pas $\Delta t_i > 0$ afin d'identifier les valeurs des paramètres inconnus $\phi_1^{\mathcal{T}_i}(t)$. Lorsque les valeurs des paramètres recherchées sont jugées satisfaisantes sur l'intervalle \mathcal{T}_i , la fenêtre d'identification $\mathcal{T}_{i+1} = [\tau_i^- + \Delta t_i^-, \tau_i^+ + \Delta t_i^+] = [\tau_{i+1}^-, \tau_{i+1}^+]$ se déplace sur l'horizon de temps tout en considérant une initialisation $\phi_1^{\mathcal{T}_{i+1}, k=0}(t)$ définie à partir de la dérivée de la densité de flux de chaleur calculée sur \mathcal{T}_i et appliquée aux valeurs inconnues du paramètres estimé sur \mathcal{T}_{i+1} (voir Fig. 4), et avec une température initiale du problème direct sur \mathcal{T}_{i+1} correspondante à $\theta(x, y; \tau_{i+1}^-)$. Plusieurs stratégies basées sur cette approche ont été proposées par [5]. Dans cette communication la stratégie d'identification quasi en ligne avec un décalage à pas adaptatif a été retenue et implémentée avec une fenêtre d'identification de 60 secondes.

Dans la situation étudiée, il est montré qu'alors que l'identification hors ligne conduit à des résultats 44 minutes après la fin de l'expérimentation (de 10 minutes), la méthode quasi en ligne fournit des résultats satisfaisants seulement 15 secondes après la fin de l'expérimentation (voir Fig. 6). Cette approche permet aussi de disposer d'une estimation du paramètre inconnu avant même la fin de l'expérimentation (l'écart moyen entre les mesures et les résultats de l'identification quasi en ligne étant d'environ 7 secondes). La moyenne des résidus de températures issus des résultats de la méthode en ligne avec choix de capteurs est de -0,029K et l'écart-type moyen est de 0,51K. L'estimation de la densité de flux est représentée Fig. 3. Ainsi, cette méthode s'avère une alternative pour la réduction du temps de calcul et l'estimation de paramètres en ligne pour des phénomènes thermiques présentant une dynamique assez lente. C'est le cas du dispositif expérimental associé présenté dans [10]. Pour des phénomènes transitoires rapides, pour éviter des temps de calcul prohibitifs, des stations de calculs plus performantes pourraient s'avérer plus adaptées. Les choix de capteurs pertinents aux dernières itérations de l'algorithme de résolutions sont présentés Figure 8 pour différents intervalles de temps.

5. Bilan et perspectives

Dans cette communication, une stratégie de sélection de capteurs pour une identification de flux thermique quasi en ligne est présentée. Cette stratégie basée sur l'utilisation de la méthode du gradient conjuguée en ligne et l'utilisation du problème de sensibilité pour définir les capteurs pertinents parmi un réseau fixe montre son efficacité compte tenu du temps de convergence de l'algorithme et des résultats. Les perspectives de cette étude vise à utiliser une adaptation de cette méthode afin de définir des points de mesures pertinents et ainsi pourvoir définir un déploiement adaptatif de capteurs mobiles [10].

Références

- [1] J. Zhou, Y. Zhang, J. K. Chen et Z. C. Feng, Inverse estimation of surface heating condition in a three-dimensional object using conjugate gradient method, *International Journal of heat and Mass Transfer*, 53-113-14 (2010), 2643-2654.
- [2] M. Mohammadiun, A. B. Rahimi et I. Khazaei, Estimation of the time-dependent heat flux using the temperature distribution at a point by conjugate gradient method, *International Journal of Thermal Sciences*, 50- 112 (2011), 2443-2450.
- [3] A. Hasanov et B. Pektas, Identification of an unknown time-dependent heat source term from overspecified Dirichlet boundary data by conjugate gradient method, *Computers & Mathematics with Applications*, 65-11 (2013), 42-57.
- [4] C. H. Huang et C. T. Lee, An inverse problem to estimate simultaneously six internal heat fluxes for a square combustion chamber, *International Journal of Thermal Sciences*, 88 (2015), 59-76.
- [5] A. Vergnaud, L. Perez et L. Autrique, On-line monitoring of surfacic mobile heating sources, *Proc 8th International Conference on Inverse Problems in Engineering*, (Cracow, Poland, 2014).
- [6] L. Perez, L. Autrique et M. Gillet, Implementation of a conjugate gradient algorithm for thermal diffusivity identification in a moving boundaries system, *Journal of physics*, 135-1 (2008),
- [7] S. Beddiaf, L. Perez, L. Autrique et J.-C. Jolly, Simultaneous determination of time-varying surface heat flux and location of a fixed source in a three-dimensional domain, *International Journal of Inverse Problems in Science and Engineering*, 22-1(2014), 166-183.
- [8] O. M. Alifanov, E. A. Artiukhin et S. V. Rumiantsev, *Extreme Methods for Solving Ill-Posed Problems With Applications to Inverse Heat Transfer Problems*, New-York: Begell House, 1995.
- [9] L. Perez, Observation strategies for mobile heating source tracking, *Proc 4th Inverse Problems, Design and Optimization Symposium (IPDO)*, (Albi, France, 2013).
- [10] T. P. Tran, A. Vergnaud et L. Perez, Prototype expérimental pour l'identification de sources chauffantes se déplaçant sur une surface, *SFT*, (La Rochelle, France, 26-29 mai 2015).

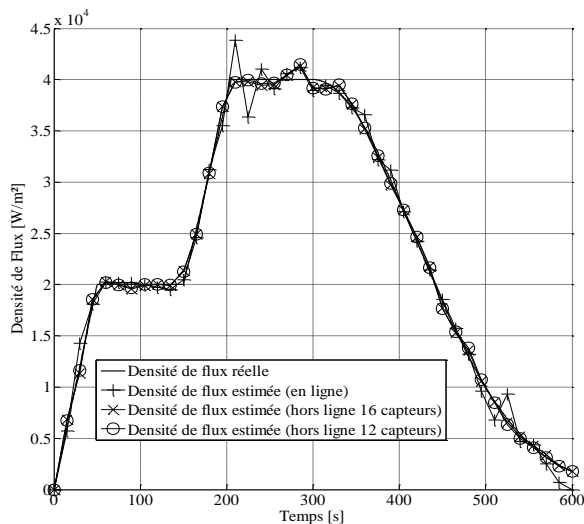


Figure 3 : densité de flux réelle et densité de flux identifiée avec 16 capteurs

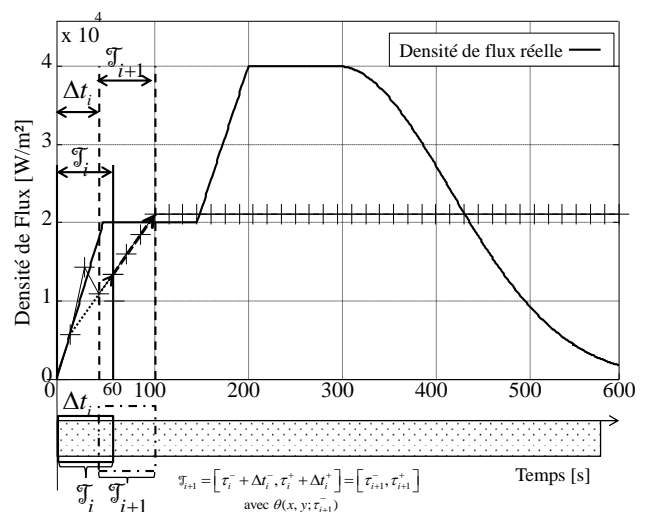


Figure 4 : présentation de la méthode d'identification avec prédiction quasi en ligne.

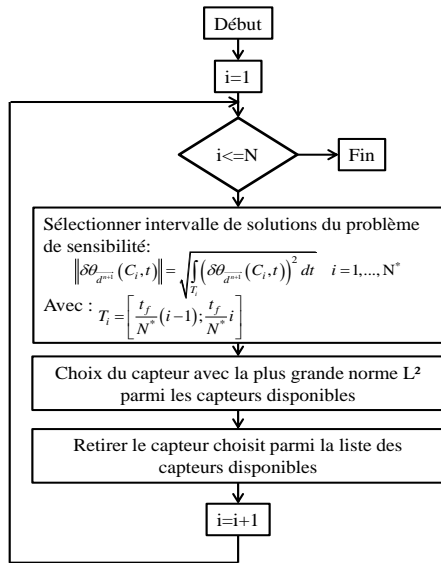


Figure 5 : détail de l'algorithme de choix de capteur

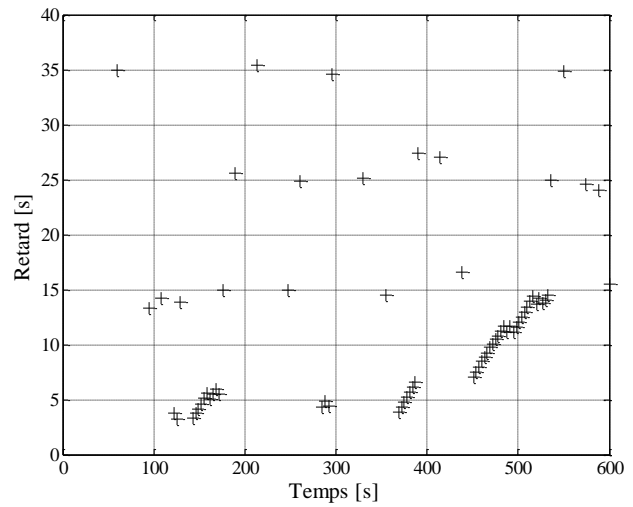


Figure 6 : retard entre les résultats de l'identification et les mesures pour un décalage adaptatif

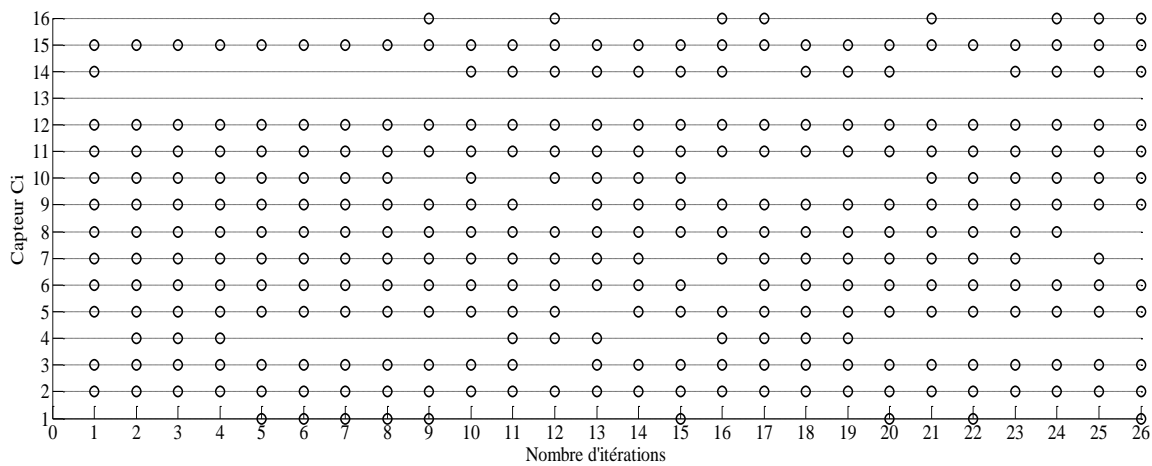


Figure 7 : choix de capteurs dans un réseau fixe

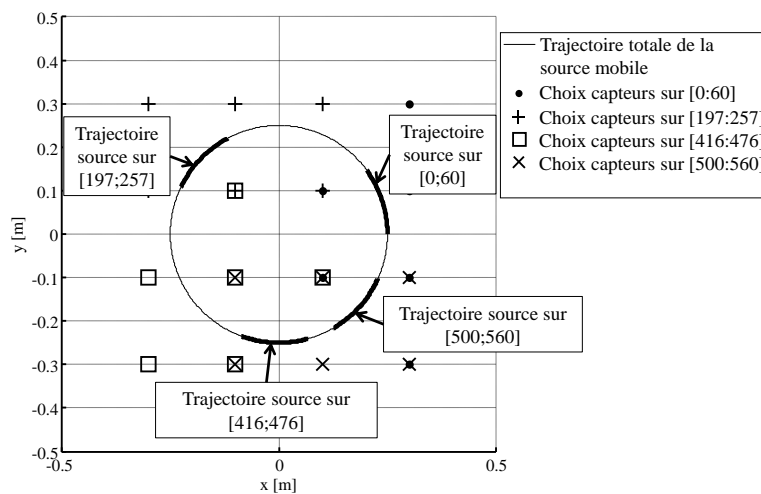


Figure 8 : choix de capteurs dans un réseau fixe en ligne pour 4 intervalles de temps