

Utilisation de modèles réduits pour la simulation du comportement thermique d'enceintes de géométries complexes

Benjamin GAUME^{1*}, Frédéric JOLY¹, Olivier QUEMENER¹,

¹Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry

Antenne de Brétigny sur Orge, IUT d'Evry Val d'Essonne, Département GTE, Chemin de la Tuilerie – 91731 Brétigny sur Orge

* (auteur correspondant : b.gaume@iut.univ-evry.fr)

Résumé – La réduction de modèle est utile dans le domaine industriel lorsque l'on est conduit à discrétiser finement la géométrie complexe d'un dispositif dont on veut suivre l'évolution de température. Dans ce domaine, la méthode modale a déjà fait la preuve de sa pertinence dans le cas de problèmes de diffusion thermique avec ou sans termes de transport [1],[5]. Le principe de cette méthode est de décomposer le champ de température recherché sur une base modale. On montre alors qu'un nombre réduit de vecteurs propres \tilde{V}_i de cette base (ou reconstruits à partir de cette base) permet de reconstituer de façon satisfaisante le champ de température T . En notant \tilde{x}_i les états d'excitation des modes \tilde{V}_i du modèle réduit, on a ainsi :

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \approx \sum_{i=1}^{n \ll N} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M)$$

L'injection de cette expression dans une formulation discrète de l'équation de la chaleur permet d'obtenir une équation d'état caractérisée par un faible nombre d'inconnues et par conséquent de réduire les durées de simulation.

Nous présentons ici les premiers résultats de l'extension de cette technique pour des configurations d'enceintes fermées. Pour ce type de configuration, le fluide confiné à l'intérieur de l'enceinte est caractérisé par une température moyenne fonction du champ de température des parois. Un terme de couplage entre les parois solides de l'enceinte et la température du fluide apparaît alors. Pour des parois suffisamment fines, un modèle de type 2D-coque a été développé.

L'application présentée est l'étude d'une partie d'un cofferdam qui est l'élément de maintien mécanique entre deux cuves de GNL. Il est constitué d'un ensemble d'enceintes formé par de nombreux éléments métalliques fins. L'objectif de cette étude est d'obtenir un modèle réduit suffisamment précis sur l'ensemble du domaine pour détecter les différents points froids. En comparaison avec un modèle complet de type 2D-coque, l'utilisation d'un modèle réduit à 100 modes permet une résolution quasi immédiate (quelques secondes) pour une erreur maximale proche de 0,6K et une erreur moyenne inférieure à 0,033K.

Nomenclature

c	capacité thermique, $J.m^{-3}.K^{-1}$	t	temps, s
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	Δ	opérateur de Laplace, m^{-2}
h	coefficient de convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$	∇	vecteur de l'opérateur nabla, m^{-1}
T	température, K	x	état d'excitation d'un mode
e	épaisseur d'une paroi, m	Symboles grec	
N	dimension du modèle complet	Ω	domaine
\tilde{N}	dimension du modèle réduit	Γ	frontière
λ	valeur propre d'un mode, s^{-1}	τ	constante de temps, s
V	mode propre	ε_{max}	erreur absolue maximale entre modèles
\hat{V}	mode propre amalgamé	α	coefficient d'amalgame
f	fonction d'essai	δ_{ij}	symbole de Kronecker
M	point de l'espace		

1. Introduction

Dans le domaine des transports maritimes de Gaz Naturel Liquide (GNL), une problématique majeure est le risque de rupture mécanique liée à une température trop froide des parois du navire. Ainsi le dimensionnement des méthaniers nécessite la connaissance précise des champs de températures.

On étudie ici les éléments de maintien mécanique en acier entre deux cuves de GNL, appelés cofferdams. Ceux-ci sont constitués d'un ensemble d'enceintes métalliques fermées munies de nombreux raidisseurs afin de rigidifier la structure (figure 1).

L'objet de cette étude est l'utilisation d'un modèle modal réduit [1],[2], permettant d'obtenir des résultats de simulation numérique très rapidement tout en maintenant un degré de précision satisfaisant sur l'ensemble des domaines étudiés.

2. Résolution par méthode des éléments finis

2.1. Problème physique

Le cofferdam (figure 1) est caractérisé par des épaisseurs différentes (de 1 à 3 cm) et une conductivité constante ($k = 45 W.m^{-1}.K^{-1}$). Les conditions aux limites choisies sont celles issues de l'US Coast Guard (organisme fédéral américain imposant des normes de calcul). Sur les surfaces extérieures Γ_{ext} , le cofferdam est en contact avec l'atmosphère ($h_{atm} = 14 W.m^{-2}.K^{-1}$, $T_{atm} = 255 K$), la mer ($h_{eau} = 120 W.m^{-2}.K^{-1}$, $T_{eau} = 273 K$) et la cuve isolée contenant le GNL ($h_{GNL} = 0,2 W.m^{-2}.K^{-1}$, $T_{GNL} = 110 K$). On note h_{ext} et T_{ext} l'ensemble de ces différentes sollicitations thermiques extérieures (atmosphère, mer et GNL).

Par ailleurs un échange convectif s'effectue entre les parois internes du cofferdam Γ_{int} et l'air intérieur considéré à température uniforme T_{int} , selon un coefficient d'échange constant ($h_{int} = 4 W.m^{-2}.K^{-1}$). La température de l'air intérieur varie en fonction de l'ensemble de la température des parois, puisqu'un simple bilan thermique sur l'enceinte fermée obtenu en négligeant l'inertie de l'air amène simplement :

$$T_{int}(T) = \frac{\int_{\Gamma_{int}} T d\Gamma}{\int_{\Gamma_{int}} d\Gamma} \quad (1)$$

Dans le cas étudié, le champ de température T_0 initial est considéré comme uniforme à $T_0=278 K$ (dans le respect des normes US Coast Guard). La simulation porte sur une durée de $30\ 000 s$.

Le problème physique s'écrit alors sous forme variationnelle :

$$\int_{\Omega} c \frac{\partial T}{\partial t} f d\Omega = - \int_{\Omega} k \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} f d\Omega + \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext} (T_{ext} - T) f d\Gamma + \int_{\Gamma_{int}} h_{int} (T_{int}(T) - T) f d\Gamma \quad (2)$$

où f est la fonction d'essai

2.2. Modèle coque

Compte tenu des faibles épaisseurs de paroi (notée e) devant les dimensions des plaques constituant le cofferdam (plusieurs mètres), il est possible de considérer comme négligeable le gradient thermique existant dans l'épaisseur : en effet le nombre de Biot calculé dans le cas le plus défavorable ($h=120 W.m^{-2}.K^{-1}$) est très inférieur à 1 :

$$Bi = \frac{he}{2\lambda} \leq 0,04 \quad (3)$$

En définissant (η, ζ) les coordonnées locales dans le plan défini par les parois de surface Γ_c , on a donc $T(x,y,z) = T(\eta, \zeta)$. On obtient un modèle de type coque à un point sur l'épaisseur [3], l'équation de la chaleur s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_c} e c \frac{\partial T}{\partial t} f d\Gamma = & - \int_{\Gamma_c} e k \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} f d\Gamma - \int_{\Gamma_{int}} h_{int} T f d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext} T f d\Gamma + \int_{\Gamma_{int}} h_{int} T_{int}(T) f d\Gamma + \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext} T_{ext} f d\Gamma \end{aligned} \quad (4)$$

La discrétisation de ce problème par éléments finis de type P1 amène un système matriciel de dimension N qui s'écrit en respectant l'ordre des termes précédent:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{K}\mathbf{T} + \mathbf{H}_{int}\mathbf{T} + \mathbf{H}_{ext}\mathbf{T} + \mathbf{U}_{cpl} T_{int}(T) + \mathbf{U}_0, \quad (5)$$

où \mathbf{C} , \mathbf{K} , \mathbf{H}_{int} et \mathbf{H}_{ext} sont des matrices creuses de dimension (N, N) et \mathbf{T} , \mathbf{U}_{cpl} et \mathbf{U}_0 sont des vecteurs de dimension (N, I)

Le terme de couplage entre l'air intérieur et les parois (Eq. (1)) s'exprime sous forme discrétisée par :

$$T_{int} = \mathbf{H}_{cpl} \mathbf{T}, \quad (6)$$

où \mathbf{H}_{cpl} est un vecteur colonne de dimension (I, N) .

La résolution du modèle s'effectue par couplage des équations (5) et (6). Concaténer ces deux expressions ferait apparaître une matrice pleine $\mathbf{U}_{cpl}\mathbf{H}_{cpl}$ de dimension (N, N) incompatible avec la méthode par éléments finis. On choisit donc une résolution itérative de ces 2 équations.

Dans le cas de la partie du cofferdam présentée figure 1, une étude de sensibilité impose un maillage de $20\ 000$ nœuds. La résolution d'un problème transitoire sur une durée de $30\ 000 s$, à pas de temps variable limité à $10 s$, s'effectue en un temps CPU de $200 s$. Une comparaison avec un modèle 3D classique montre l'intérêt d'un modèle coque puisque ce dernier fait apparaître une erreur maximale inférieure à 1% , pour une simulation 45 fois plus rapide.

3. Méthode modale

3.1. Principe

La méthode modale associée au problème physique précédent un problème aux valeurs propres qui s'écrit sous forme variationnelle :

$$-\lambda_i \int_{\Gamma_c} e^0 c^0 V_i f d\Gamma = \int_{\Gamma_c} e^0 k^0 \vec{\nabla} V_i \cdot \vec{\nabla} f d\Gamma + \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext}^0 V_i f d\Gamma + \int_{\Gamma_{int}} h_{int}^0 V_i f d\Gamma \quad (7)$$

Les paramètres e^0 , c^0 , k^0 , h_{ext}^0 et h_{int}^0 peuvent être différents des paramètres du problème et λ_i est la valeur propre associée au vecteur propre V_i , à partir de laquelle on définit la constante de temps du mode :

$$\tau_i = -\frac{1}{\lambda_i} \quad (8)$$

La résolution de cette équation aux valeurs propres, discrétisée par méthode des éléments finis, permet la détermination des modes (V_i , λ_i) en un temps CPU de 900 s (voir figure 2). Ces derniers vérifient les propriétés d'orthogonalité suivantes :

$$\int_{\Gamma_c} e^0 c^0 V_i V_j d\Gamma = \delta_{i,j} \quad (9)$$

$$\int_{\Gamma_c} e^0 k^0 \vec{\nabla} V_i \cdot \vec{\nabla} V_j d\Gamma + \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext}^0 V_i V_j d\Gamma + \int_{\Gamma_{int}} h_{int}^0 V_i V_j d\Gamma = \lambda_i \delta_{i,j} \quad (10)$$

Les modes obtenus forment une base pour le problème thermique homogène caractérisé par un champ dynamique T_d :

$$\int_{\Omega} c \frac{\partial T_d}{\partial t} f d\Omega = - \int_{\Omega} k \vec{\nabla} T_d \cdot \vec{\nabla} f d\Omega - \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext} T_d f d\Gamma - \int_{\Gamma_{int}} h_{int} T_d f d\Gamma \quad (11)$$

L'intérêt de cette technique réside dans la capacité à utiliser une base réduite de dimension \tilde{N} , construite à partir de la base complète de dimension N :

$$T_d(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \cong \sum_{i=1}^{\tilde{N} \ll N} x_i(t) V_i(M) \quad (12)$$

où x_i sont les états d'excitations de chacun des modes V_i , qui deviennent donc les inconnues du problème.

La relation entre la température recherchée T (Eq. (2)) et le champ dynamique T_d (Eq. (11)) fait apparaître le champ glissant T_g défini par la relation :

$$0 = - \int_{\Gamma_c} e k \vec{\nabla} T_g \cdot \vec{\nabla} f d\Gamma + \int_{\Gamma_{ext}} h_{ext} (T_{ext} - T_g) f d\Gamma + \int_{\Gamma_{int}} h_{int} (T_{int}(T) - T_g) f d\Gamma \quad (13)$$

Soit finalement :

$$T(M, t) = T_d(M, t) + T_g(M, t) \cong \sum_{i=1}^{\tilde{N} \ll N} x_i(t) V_i(M) + T_g(M, t) \quad (14)$$

3.2. Réduction de la base

Il existe différentes méthodes possibles. Une première méthode immédiate est la troncature de Marshall [4] qui consiste à garder les modes caractérisés par leurs plus grandes constantes de temps. Une seconde technique plus élaborée consiste à reconstruire une nouvelle base \hat{V}_i par combinaison linéaire des modes calculés initialement [5].

$$\hat{V}_i = V_{i,1} + \sum_{k=2}^{N_i} \alpha_{i,k} V_{i,k} \quad (15)$$

La sélection des différents modes et le calcul des coefficients de pondération $\alpha_{i,k}$ sont obtenus à partir d'un cas de référence, selon une procédure rapide et automatique. Les propriétés d'orthogonalités (Eqs. (9) et (10)) sont maintenues.

Afin d'étudier l'influence de la réduction, une analyse préliminaire des différentes bases est effectuée : pour un problème donné pour lequel ont été calculées les évolutions temporelles du champ complet T_{ref} et du champ glissant associé T_g , on effectue la projection du champ dynamique T_d sur la base réduite étudiée, qui, compte tenu des propriétés d'orthogonalités (Eqs. (9) et (10)), s'écrit :

$$x_i = \int_{\Gamma_c} e^0 c^0 V_i (T_{ref} - T_g) d\Gamma \quad (16)$$

L'obtention des états x_i permet alors la reconstitution du champ de température dynamique noté T_{rec} (Eq. (11)). Les deux champs $T_{ref} - T$ et T_{rec} sont alors comparés. On définit les erreurs maximales à un temps donné :

$$\mathcal{E}_{max}^t = \max(T_{ref}(t) - T_g(t) - T_{rec}(t)) \quad (17)$$

La figure 4 représente l'évolution de l'erreur en fonction du nombre de modes obtenus par troncature de Marshall, pour différents instants du processus simulé. Il apparaît nettement que l'erreur la plus importante se situe dans les premiers instants mais surtout au temps initial. Ceci provient de l'absence d'un mode dit plat, c'est-à-dire totalement uniforme dans tout le domaine considéré. Pour une erreur maximale de $0,1 K$, il est nécessaire de calculer 50 % de la base, ce qui peut poser des difficultés majeures pour de très grands maillages, c'est-à-dire lorsque l'utilisation de modèles réduits est d'autant plus justifiée.

La figure 5 permet alors de comparer les deux méthodes de réduction (troncature et amalgame). On présente ici l'erreur maximale au temps initial. L'intérêt de l'amalgame est alors très net, puisque un modèle amalgamé à 100 modes donne la même précision qu'un modèle tronqué à 10 000 modes. C'est cette technique qui est utilisée dans la suite de l'étude.

3.3. Equations d'état et résolution du problème

On obtient l'équation d'état en remplaçant le champ de température dynamique par sa projection dans la base modale réduite (Eq. (12)), dans l'équation de la chaleur du problème posé (Eq. (4)).

On obtient ainsi un système d'équations à \tilde{N} inconnues qui s'écrit sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\tilde{V}^t C \tilde{V} \dot{\mathbf{X}} = \tilde{V}^t (\mathbf{K} + \mathbf{H}_{int} + \mathbf{H}_{ext}) \tilde{V} \mathbf{X} + \tilde{V}^t C \mathbf{T}_g \quad (18)$$

$$(\mathbf{K} + \mathbf{H}_{int} + \mathbf{H}_{ext}) \mathbf{T}_g = \mathbf{U}_{cpl} T_{int}(T) + \mathbf{U}_0 \quad (19)$$

où \tilde{V} est une matrice pleine contenant les \tilde{N} vecteurs propres discrétisés sur le maillage.

Le couplage de la température interne T_{int} avec l'ensemble des températures de parois (Eq. (6)), peut alors être introduit directement dans les relations précédentes. Après discrétisation temporelle avec un schéma implicite à l'ordre 1 (avec Δt pas de temps), ce système d'équations s'écrit sous forme compacte :

$$\Gamma \mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{M} \mathbf{X}^n \quad (20)$$

Γ et \mathbf{M} sont des matrices pleines de petites dimensions (\tilde{N} , \tilde{N}), qui entraînent une résolution extrêmement rapide et qui s'écrivent de façon détaillée :

$$\begin{aligned} - \Gamma &= \left(\tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \tilde{\mathbf{V}} - \alpha \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \mathbf{Z} \mathbf{H}_{\text{CPL}} \tilde{\mathbf{V}} - \Delta t \tilde{\mathbf{V}}^t (\mathbf{K} + \mathbf{H}_{\text{int}} + \mathbf{H}_{\text{ext}}) \tilde{\mathbf{V}} \right) \\ - \mathbf{M} &= \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \tilde{\mathbf{V}} - \alpha \tilde{\mathbf{V}}^t \mathbf{C} \mathbf{Z} \mathbf{H}_{\text{CPL}} \tilde{\mathbf{V}} \end{aligned}$$

Avec $\alpha = (1 - \mathbf{H}_{\text{cpl}} \mathbf{Z})^{-1}$

- \mathbf{Z} un vecteur de dimension $(N, 1)$ obtenu par résolution du système $(\mathbf{K} + \mathbf{H}_{\text{int}} + \mathbf{H}_{\text{ext}}) \mathbf{Z} = \mathbf{U}_{\text{cpl}}$

Après la résolution du problème d'états (Eqs. (20)), la température des parois est obtenue à partir des équations (Eqs. (14) et (19)) :

$$\mathbf{T}^n = (\mathbf{I} + \alpha \mathbf{H}_{\text{CPL}}) \tilde{\mathbf{V}} \mathbf{X}^n + (\mathbf{I} + \alpha \mathbf{H}_{\text{CPL}}) \mathbf{Z}_0 \quad (21)$$

où \mathbf{Z}_0 est un vecteur de dimension $(N, 1)$, calculé par : $(\mathbf{K} + \mathbf{H}_{\text{int}} + \mathbf{H}_{\text{ext}}) \mathbf{Z}_0 = \mathbf{U}_0$

4. Résultats

La figure 3 présente l'évolution temporelle de la température en différents points. (A, B et C voir figure 1), qui permet de mesurer l'impact du coefficient de convection sur la vitesse de refroidissement. On détermine ainsi le temps pour atteindre la température critique à ne pas dépasser (variable selon les aciers utilisés). On présente de plus 3 résultats de simulations modales pour lesquelles les valeurs du problème physique sont les suivantes : $e = e^0$, $c = c^0$, $k = k^0$, $h_{\text{ext}} = \beta h_{\text{ext}}^0$ et $h_{\text{int}} = \beta h_{\text{int}}^0$ avec β variable selon les tests étudiés. Le tableau 1 présente les temps de calculs ainsi que les écarts maximaux et moyens pour les 3 cas entre le modèle complet de type coque et le modèle réduit sur l'intégralité du domaine pendant toute la durée de la simulation.

Ordre du modèle réduit	$\beta = 0,6$			$\beta = 1$			$\beta = 1,4$		
	ε_{max} (K)	$\bar{\varepsilon}$ (K)	t _{CPU} (s)	ε_{max} (K)	$\bar{\varepsilon}$ (K)	t _{CPU} (s)	ε_{max} (K)	$\bar{\varepsilon}$ (K)	t _{CPU} (s)
5	2,2	0,21	0,090	2,6	0,14	0,08	2,8	0,13	0,085
15	1,5	0,11	0,15	0,98	0,043	0,15	1,6	0,056	0,13
30	1,1	0,076	0,21	0,36	0,022	0,235	0,87	0,037	0,245
50	0,69	0,059	0,31	0,28	0,012	0,395	0,62	0,029	0,43
100	0,61	0,033	0,92	0,082	0,0044	0,94	0,57	0,016	0,99

Tableau 1 : Erreur absolue maximale et moyenne pour différents ordres de réduction

Dans le cas $\beta=1$, les valeurs du problème physique correspondent exactement à celles du problème modal, et compte tenu des propriétés d'orthogonalités (Eqs. (9) et (10)), le système modal (Eq. (20)) devient totalement découplé. Le tableau précédent montre l'efficacité du modèle réduit en termes de précision : L'erreur maximale en tout point quel que soit le temps

diminue très rapidement avec l'ordre du modèle jusqu'à atteindre une erreur inférieure à la précision d'un thermocouple pour 100 modes. Dans les autres cas ($\beta \neq 1$), les résultats quoique moins bons, restent tout à fait acceptables.

Dans tous les cas, l'erreur moyenne reste près de 20 fois inférieure à l'erreur maximale : cette dernière apparaît au temps initial de façon ponctuelle sur l'ensemble du domaine, et décroît rapidement au cours du temps. Par ailleurs, utiliser un modèle réduit d'ordre 100 permet un calcul rapide (inférieur à 1 s) tout en conservant une erreur maximale proche de 0,6 K ce qui, dans le cadre de la recherche de points froids propre au problème industriel est suffisant.

5. Conclusion

L'objectif de cette étude était d'étudier la pertinence de l'utilisation d'un modèle réduit modal pour un problème d'enceinte thermique caractérisé par un couplage entre la température des parois et la température de l'air de l'enceinte. Le contexte industriel nécessitait en outre d'avoir une précision en tout point du domaine, puisque l'objectif est la détection de point froid dans le cofferdam.

Nous avons montré ici l'intérêt de la méthode modale dans ce contexte, lors d'une étude paramétrique, l'erreur maximale par rapport à un modèle complet de type coque est inférieure à 0,6 K, tout en étant 200 fois plus rapide.

Le prix à payer demeure l'obtention de la base initiale à partir de laquelle est construite la base amalgamée. On a en effet montré qu'il était nécessaire de calculer un grand nombre de modes, d'où un temps CPU important. Néanmoins dans un contexte d'études paramétriques, ce type d'approche est intéressant, puisque le modèle réduit est calculé une fois pour toute et utilisé de nombreuses fois.

Par ailleurs pour un problème qui nécessite un maillage important tel que le cofferdam entier ayant 100 000 nœuds, cette méthode se heurte à une limitation en taille mémoire, pour le calcul des valeurs et vecteurs propres, puisque ces derniers sont des matrices pleines. Le calcul de la base complète nécessiterait 75 Go de mémoire. Les développements ultérieurs porteront sur une méthode de sous-structuration, où l'on travaille par sous-domaines [6].

Références

- [1] B. Gaume, S. Brou, K. Gokpi, F. Joly, A. Neveu, Réduction modale d'un plancher chauffant, SFT, (2014).
- [2] O. Quéméner, A. Neveu, E. Videcoq, A specific reduction method for the branch modal formulation: Application to a highly non-linear configuration, IJTS, 46, (2007), 890-907
- [3] EDF Code_Aster, Formulation d'un modèle de thermique pour les coques minces, (2013)
- [4] S. Marshall, An Approximation Method for Reducing the Order of Linear System, Control, (1966), 642-653
- [5] O. Quéméner, F. Joly, and A. Neveu, The generalized amalgam method for modal reduction, Int. J. Heat and Mass Transfer, 55 (2012), 1197-1207
- [6] P.O. Laffay, O. Quéméner, A. Neveu, B. Elhajjar, The Modal Substructuring Method: An Efficient Technique for Large-Size Numerical Simulations, Numerical Heat Transfer, Part B, 60,(2011), 278-304

Remerciements

Nous tenons à remercier l'entreprise GazTransport & Technigaz pour son soutien financier.

6. Figures

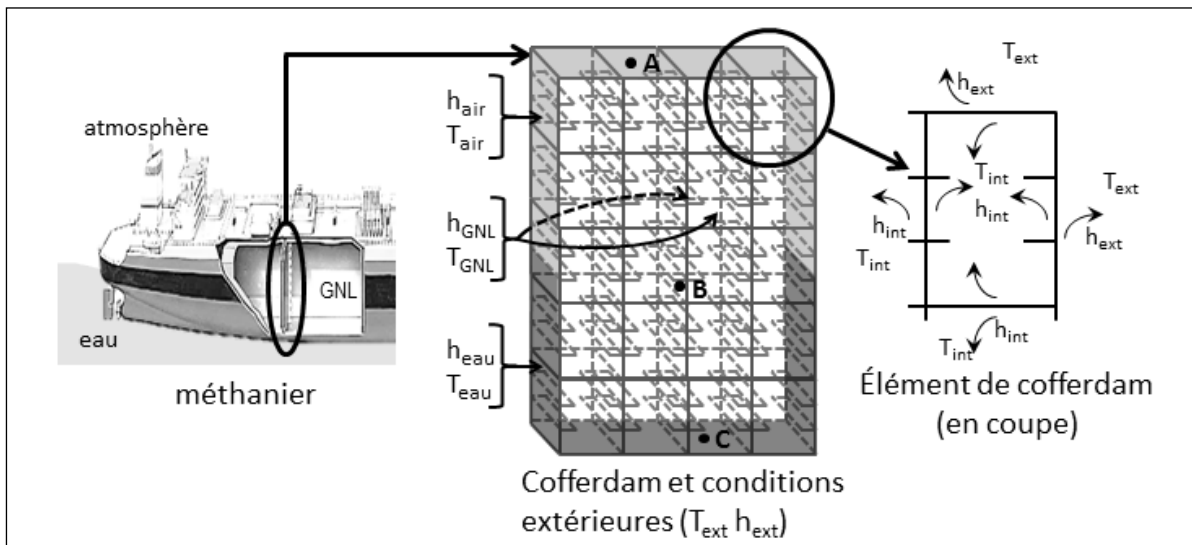


Figure 1 : Représentation d'un cofferdam

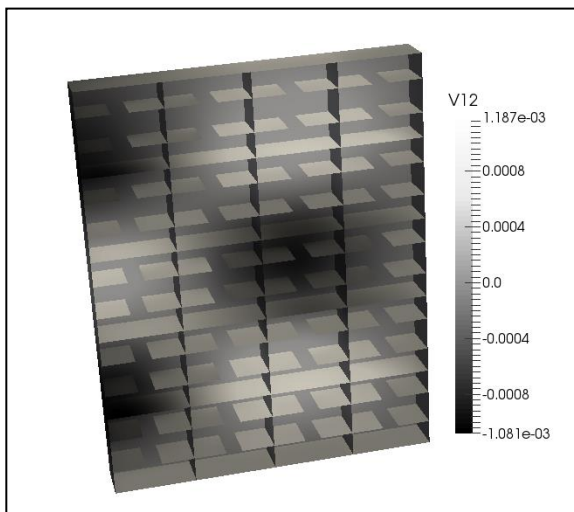


Figure 2 : Vue en coupe du mode 12 d'une partie d'un cofferdam

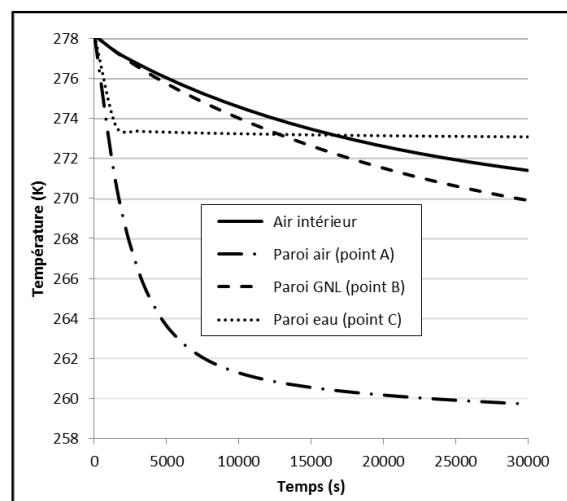


Figure 3 : Evolution temporelle de quelques points du cofferdam

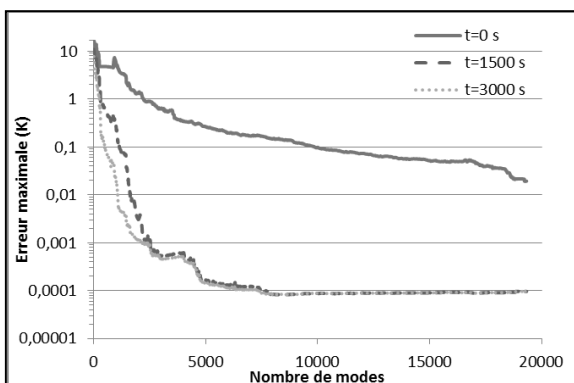


Figure 4 : Erreur de projection par troncature temporelle pour trois instants du processus

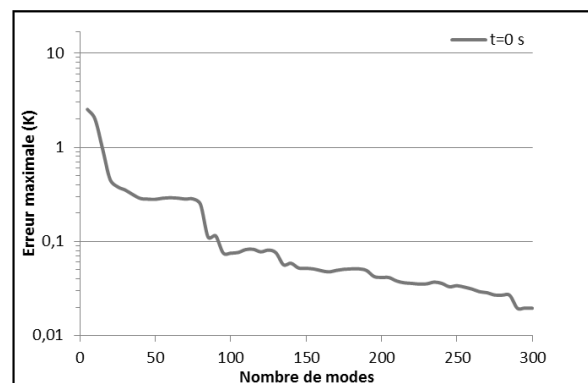


Figure 5 : Erreur de projection pour une base amalgamée à l'instant initial