

Etude numérique de l'influence du rayonnement pariétal sur la convection de Rayleigh-Bénard en cavité 2D remplie d'air

Adrien LANGENAIS, Eric ALBIN, Ronnie KNIKKER, et Shihe XIN*

Centre d'Energétique et de Thermique de Lyon (CETHIL)
Université de Lyon, INSA-Lyon, CNRS-UMR5008, 69621 Villeurbanne Cedex
*(auteur correspondant : shihe.xin@insa-lyon.fr)

Résumé - Le couplage convection de Rayleigh-Bénard (RB)-rayonnement pariétal dans une cavité remplie d'air est abordé en termes de stabilité, bifurcations et diagramme de solutions pour le régime stationnaire. Cette démarche qui n'a pas été employée dans la littérature révèle des résultats intéressants : la situation au repos bien connue de la convection de RB n'existe plus, la mise en place des cellules de RB peut correspondre à une bifurcation de fourche soit classique (le cas de la cavité carrée) soit imparfaite (le cas d'une cavité deux fois plus large), le rayonnement pariétal rend différents les nombres de Nusselt sur les parois horizontales.

Nomenclature

| | | | |
|------|--|-----------------------------|---|
| E | émission, W m^{-2} | <i>Symboles grecs</i> | |
| H | hauteur, m | α | diffusivité thermique, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ |
| I | éclairage, W m^{-2} | β | coefficient de dilatation thermique, K^{-1} |
| J | radiosité, W m^{-2} | ε | émissivité |
| L | largeur, m | ΔT | Ecart de température, K ($= T_c - T_f$) |
| Nu | nombre de Nusselt | λ | conductivité, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ |
| N | résolution spatiale | σ | constante de Stefan-Boltzmann ($= 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$) |
| Pr | nombre de Prandtl ($= \nu/\alpha$) | θ | angle |
| g | accélération gravitationnelle, m s^{-2} | <i>Indices et exposants</i> | |
| q | densité de flux, W m^{-2} | c | convection ou chaud |
| Ra | nombre de Rayleigh ($= g\beta\Delta TH^3/(\nu\alpha)$) | f | froid |
| r | distance, m | h | horizontal |
| S | surface ou élément de surface, m^2 | r | rayonnement |
| T | température, K | v | vertical |
| W | Largeur, m | | |

1. Introduction

La convection de Rayleigh-Bénard (RB) en cavité a fait l'objet de nombreuses études numériques en tant qu'une configuration générique des applications potentielles. Bien que le couplage avec le rayonnement soit inhérent en convection de RB de l'air, rares sont des études qui tiennent compte de ce couplage si bien que l'influence du rayonnement de surface n'est pas encore complètement comprise même en régime stationnaire. La présente étude a pour objectif de revisiter le régime stationnaire de la convection de RB en cavité remplie d'air en couplage avec le rayonnement de surface et apporter une vision sur la mise en place du mouvement convectif en matière de stabilité et bifurcation.

La configuration RB concerne une couche de fluide chauffée par le bas. Dans une cavité remplie d'air, les deux parois horizontales sont isothermes et les deux parois verticales sont adiabatiques. En présence du rayonnement de surface, la condition adiabatique traduit l'équilibre entre les transferts convectif et radiatif. L'influence du rayonnement de surface sur la convection de RB ne peut provenir que des deux parois verticales.

Cette configuration élémentaire du couplage convection de RB-rayonnement de surface a fait l'objet de quelques études récentes [2, 3, 9, 10]. Ashish Gad M. et Balaji C. [3] l'ont étudiée à l'aide du logiciel commercial Fluent : les deux rapports de forme (largeur/hauteur) considérés sont respectivement de 1 (cavité carrée) et 2, le régime d'écoulement concerné est stationnaire. Ridouane *et al* [9, 10] ont employé un code en différences finies et exploré la cavité carrée en régimes stationnaire et instationnaire. Alvarado *et al* [2] ont abordé la configuration RB avec un grand rapport de forme en fonction de l'angle d'inclinaison. Pour une cavité carrée, Ashish Gad M. et Balaji C. [3] et Ridouane *et al* [9, 10] ont détaillé l'écoulement de RB mono-cellulaire en fonction du nombre de Rayleigh, Ridouane *et al* [10] ont également étudié l'apparition des écoulements instationnaires. Ashish Gad M. et Balaji C. [3] ont reporté des résultats bi-cellulaires stationnaires pour des cavités carrée et de rapport de forme de 2 et Alvarado *et al* [2] ont présenté des résultats multi-cellulaires pour un rapport de forme plus grand.

Ces études ont deux points communs : 1) aucune importance n'a été accordée au sens d'écoulement des cellules de RB, autrement dit aucun élément n'est disponible pour savoir si un écoulement cellulaire d'un sens est équivalent à celui du sens contraire. Si les deux ne sont pas équivalents, les transferts ne peuvent pas l'être non plus ; 2) aucune exploration n'a été faite sur la mise en place des cellules de RB au sens d'instabilité/bifurcation. Les études citées ci-dessus n'ont pas permis de savoir si les conclusions connues sur la convection de RB pure (sans rayonnement) sont applicables. Le présent travail est motivé par apporter des éléments supplémentaires sur ces deux points et compléter les études de la littérature.

Il est basé sur une méthode d'ordre élevé récemment développée et validée pour le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surface en cavité remplie d'air [12, 7] en configuration de benchmark différentiellement chauffée [1]. C'est une méthode de collocation spectrale Chebyshev pour la convection régie par les équations de Navier-Stokes mais également pour le rayonnement de surface avec une formulation ponctuelle de la radiativité. Afin d'obtenir des solutions/écoulements stationnaires stables et surtout instables, une résolution stationnaire est aussi nécessaire : l'itération de Newton préconditionnée [11] est utilisée.

Dans ce qui suit, nous présenterons respectivement le problème physique et les équations mathématiques, les démarches suivies, les méthodes numériques utilisées, les paramètres et procédures utilisés et les résultats obtenus avant de conclure.

2. Problème physique et équations mathématiques

Nous nous intéressons au couplage convection de RB-rayonnement de surface dans une cavité remplie d'air de rapport de forme de $A = W/H$ avec l'émissivité ε_v sur les parois verticales et ε_h sur les parois horizontales (Figure 1). Les deux parois horizontales sont soumises à un écart de température $\Delta T = T_c - T_f$ et celles verticales sont adiabatiques au sens de l'équilibre convection-rayonnement. L'air dans la cavité est considéré comme un milieu transparent et les parois sont supposées opaques, grises et diffuses. Le couplage convection-rayonnement se fait uniquement sur les parois verticales à travers les conditions aux limites thermiques.

L'écoulement de convection de RB dans la cavité est gouverné par les équations de Navier-Stokes sous les hypothèses de Boussinesq :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Les conditions aux limites sont l'adhérence sur les parois pour la vitesse, $T = T_c$ sur la paroi basse chaude en $y = 0$, $T = T_f$ sur la paroi haute froide en $y = H$, $-\lambda \partial T / \partial x + q_r = 0$ sur la paroi gauche en $x = 0$ et $\lambda \partial T / \partial x + q_r = 0$ sur la paroi droite en $x = W$. (La différence de signes devant q_r est induite par le fait que q_r est définie dans la direction normale d'une surface, mais la densité de flux conductif est dans la direction de x .) La température moyenne T_0 apparaissant dans l'équation (3) est définie comme $(T_c + T_f)/2$.

La densité de flux net radiatif q_r est la solution du problème radiatif et donnée par $q_r = J - I = E - \varepsilon I$ avec $E = \varepsilon \sigma T^4$. Nous avons $J - (1 - \varepsilon)I = E$ et $I = \int_S \frac{J \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} ds$ où S est une surface fermée. Ces relations nous permettent d'obtenir l'équation de J suivante :

$$J - (1 - \varepsilon) \int_S \frac{J \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} ds = E \quad (5)$$

Les équations (4-5) sont couplées par les conditions thermiques sur les parois verticales.

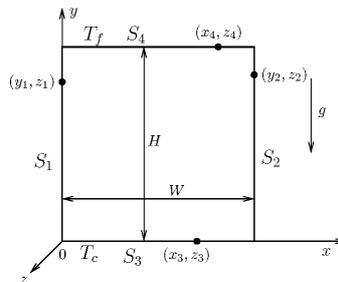


Figure 1 Configuration d'une cavité 2D dans le plan (x, y) . Les axes 3D et la position des points associée à (x, z) ou (y, z) sont indiqués pour le problème radiatif qui nécessite des intégrations surfaciques.

3. Démarches choisies

Les équations mathématiques sont rendues sans dimension à l'aide des quantités de référence suivantes : H pour la longueur, $\alpha Ra^{1/2}/H$ pour la vitesse et $\lambda\Delta T/H$ pour la densité de flux. La température sans dimension est une température réduite définie comme $\Theta = (T - T_0)/\Delta T$.

La convection de RB pure est gouvernée classiquement par le nombre de Rayleigh (Ra), le nombre de Prandtl (Pr) et le rapport de forme (A). La démarche classique est de fixer Pr et A et étudier en fonction de Ra , ce qui veut dire en fonction de ΔTH^3 avec $g\beta/(\alpha\nu)$ fixe. Le sens d'une valeur de Ra sera nécessairement donné par des valeurs de ΔT et H . Le rayonnement de surface ajoute des paramètres sans dimension supplémentaires comme le nombre de rayonnement ($T_0^4 H/(\lambda\Delta T)$) et le rapport de température ($\Delta T/T_0$ ou son inverse). La conséquence est qu'il n'est plus possible de varier Ra sans modifier les autres quatre paramètres : lorsque la convection de RB est en couplage avec le rayonnement de surface, au moins deux paramètres varient simultanément. Les résultats du couplage doivent être présentés en fonction de deux paramètres au minimum, mais ceci n'est malheureusement pas le cas des études antérieures [2, 3, 9, 10]. Les lecteurs souffrent grandement du manque d'information pour réaliser des études comparatives. La démarche adoptée est de ne pas utiliser les paramètres sans dimension en rayonnement et préciser T_0 , H (ou ΔT), λ , les émissivités des parois, $g\beta/(\alpha\nu)$ et Ra . ΔT (ou H) correspondant peut être déterminé en cas de besoin.

Il est à noter que le rayonnement de surface rend légèrement différents les nombres de Nusselt sur les parois actives chaude et froide car la conservation de l'énergie est assurée conjointement par les transferts convectif et radiatif. En convection pure, cette conservation se traduit par l'égalité entre les nombres de Nusselt convectifs sur les deux parois isothermes. Mais en couplage convection-rayonnement elle s'exprime par l'égalité de $Nu_r + Nu_c$ sur les deux parois horizontales. Donc ni les flux convectifs ni ceux radiatifs ne se conservent à travers les parois actives. Lorsque le nombre de Nusselt est discuté et analysé, il est nécessaire de préciser la ou les parois concernées. Comme ceci est oublié dans la littérature, la démarche préconisée est de préciser les parois concernées et les résultats obtenus.

Bien que le régime stationnaire soit l'objet principal du présent travail, il est important de disposer des moyens multiples de résolution au niveau numérique : les résolutions instationnaire et stationnaire [11] sont déployées en complémentarité car la résolution stationnaire permet de construire des branches de solutions stables et instables.

4. Méthodes et procédures numériques

Les équations (1-4) sont discrétisées en temps par un schéma semi-implicite : la convection est traitée explicitement et la diffusion implicitement. En espace elles sont discrétisées par les méthodes spectrales de collocation Chebyshev aux points de Gauss-Lobatto. Le couplage vitesse-pression est assuré par la méthode d'Uzawa. Plus de détails se trouvent dans [4, 5, 8].

En résolution instationnaire, le schéma en temps utilisé est d'ordre 2. Le schéma d'ordre 1 avec un grand pas de temps est employé dans un processus itératif de Newton en résolution stationnaire, ce qui revient à préconditionner le Jacobien par l'opérateur de Stokes.

En rayonnement, l'équation (5) est discrétisée par les méthodes spectrales de collocation Chebyshev aux points de Gauss. Les intégrales y figurant sont d'abord traitées par l'intégration par parties avant d'être évaluées par l'intégration numérique. Le système linéaire obtenu est résolu par la méthode de Gauss. Cette formulation ponctuelle délaissant les facteurs de forme et sa mise en œuvre numérique ont permis d'obtenir une convergence spectrale [7, 12].

Le couplage des équations (4-5) est assuré en résolution instationnaire par un traitement explicite de q_r dans les conditions aux limites thermiques. Une extrapolation d'ordre 2 en temps de q_r conduit à $-\lambda \partial T^{n+1} / \partial x + 2q_r^n - q_r^{n-1} = 0$: ce traitement permet d'obtenir à partir de q_r^n et q_r^{n-1} la température T^{n+1} et ensuite q_r^{n+1} par la résolution de l'équation (5). En résolution stationnaire, le couplage entre T et J doit être parfaitement respecté et une méthode itérative est mise en place dans le processus itératif de Newton. A l'itération k de la méthode de Newton, la température de l'itération $k - 1$, T^{k-1} , est utilisée comme l'estimation initiale $T^{k,0}$ pour initier la méthode itérative : connaissant $T^{k,0}$, la résolution de l'équation (5) permet d'obtenir $q_r^{k,0}$ et ensuite la résolution de l'équation (4) fournit $T^{k,1}$. Cette procédure se répète jusqu'à la convergence avant de passer à l'itération $k + 1$.

5. Paramètres et procédures utilisés

La résolution stationnaire mise en œuvre a été appliquée à une configuration différentiellement chauffée et validée avec des résultats obtenus auparavant. Le processus itératif de Newton converge en une dizaine d'itérations.

Nous nous intéressons, en couplage convection de RB-rayonnement de surface, à deux rapports de forme, $A = 1$ (cavité carrée) et $A = 2$ (cavité rectangulaire). Les quatre parois ont la même émissivité de 0,85 ($\epsilon_h = \epsilon_v$). Les propriétés thermophysiques de l'air sont prises à $T_0 = (T_h + T_c)/2 = 293,5$ K et $p_0 = 101325$ Pa. Nous avons donc $Pr = 0,71$, $g\beta/(\alpha\nu) = 1,08 \times 10^8$ K⁻¹m⁻³ et $\lambda = 0,025$ Wm⁻¹K⁻¹. Comme $\Delta TH^3 = Ra/(1,08 \times 10^8)$, nous fixons la longueur de référence, H , et laissons ΔT varier linéairement avec Ra (< 6000). Pour donner une idée, avec $H = 0,0155$ m $Ra = 2000$ correspond à $\Delta T = 4,973$ K. La résolution spatiale utilisée pour les équations (1-4) est de $N_x \times N_y = 40 \times 40$ pour $A = 1$ et 60×30 pour $A = 2$. La résolution radiative est de $N_x^r = N_x/2$ et $N_y^r = N_y/2$. La précision des résultats est indiquée par les coefficients spectraux des hautes fréquences : leur niveau est inférieur à 10^{-5} et nos résultats ont au moins quatre chiffres significatifs après virgule.

La résolution instationnaire est utilisée pour initier un calcul pour un petit Ra (100, par exemple) et étudier éventuellement des Ra plus grands. Lorsque la branche de solutions perd sa stabilité, la résolution instationnaire fournira la solution après la bifurcation : elle ne permet pas de prolonger la branche de solutions étudiée. L'utilité première de la résolution stationnaire est de permettre de la poursuivre. Si la solution après la bifurcation est stationnaire, la résolution stationnaire est utilisée pour construire la nouvelle branche de solutions. Son association à l'extrapolation quadratique est employée pour contourner un point de retournement ou bifurcation et compléter les branches de solutions. En cas d'une bifurcation imparfaite, ce qui est rencontré dans la présente étude, il faut ajouter la réorganisation des écoulements comme technique dans le but de repérer les branches isolées : il consiste à inverser le sens de l'écoulement et la déformation du champ de température. Dès l'obtention d'une solution, la résolution stationnaire associée à l'extrapolation quadratique suffit pour compléter ces branches isolées.

6. Résultats

Les résultats numériques seront présentés en deux parties : petits nombres de Rayleigh (≤ 1700) et cellules de Rayleigh-Bénard.

6.1. Petits nombres de Rayleigh

Nous entendons par $Ra \leq 1700$ la gamme de Ra pour laquelle le fluide est au repos en convection de RB pure et nous montrerons ici que la situation est complètement différente quand le rayonnement de surface est considéré.

Figure 2 présente les solutions obtenues pour $A = 1$ et 2 à $Ra = 500$ ($H = 0,0155$ m et $\Delta T = 1,244$ K). Il est immédiatement constaté que les isothermes ne sont plus parallèles et qu'un écoulement est structuré en quatre cellules. La déviation du champ de température par rapport à la situation parallèle est prononcée près des deux parois verticales et les isothermes sont horizontales et parallèles au cœur de la cavité. Le long de chaque paroi verticale deux recirculations de faible intensité sont observées : une en haut et une autre en bas. Près de la paroi gauche, la recirculation en haut est dans le sens des aiguilles d'une montre et celles en bas est dans le sens contraire. Ces recirculations de taille $H/2$ n'ont rien à voir avec des cellules de Rayleigh-Bénard de taille plutôt H . Elles sont provoquées par la déformation des isothermes sur les parois verticales où la convection équilibre le rayonnement pariétal. La première conséquence de l'introduction du rayonnement est que la situation au repos bien connue de la convection de RB classique n'existe plus en couplage avec le rayonnement de surface. Celle-ci n'a pas été évoquée par des études antérieures.

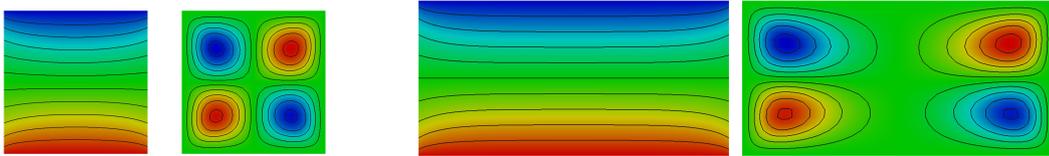


Figure 2 *Température et fonction de courant à $Ra = 500$: $A = 1$ (à gauche) et $A = 2$ (à droite).*

En termes de symétries, la réflexion haut-bas en y , qui semble exister graphiquement, est pourtant brisée par le rayonnement de surface. La réflexion par rapport à l'axe vertical est conservée comme dans la situation classique de RB. Mais la centro-symétrie qui est connue de la convection naturelle ou RB sous l'hypothèse de Boussinesq n'est plus présente en couplage convection de RB-rayonnement de surface.

6.2. Cellules de Rayleigh-Bénard

En cavité carrée ($A = 1$), la branche de solutions à quatre cellules de faible intensité perd la stabilité à $Ra_c = 3665$ au profit d'une branche de solutions mono-cellulaires. La structure mono-cellulaire brise précisément la symétrie de réflexion en x et la bifurcation correspondante est de type fourche. La branche de solutions à quatre cellules, issue de petit Ra , a été prolongée par la résolution stationnaire et les branches de solutions après bifurcation ont été également construites. Figure 3 détaille le diagramme de solutions à l'aide de la vitesse horizontale à $(x, y) = (0, 146, 0, 854)$, un point proche du coin supérieur gauche. L'écoulement très faible s'intensifie légèrement avec le nombre de Rayleigh augmentant et pour $Ra > 3665$ il devient instable. L'instabilité conduit à deux branches de solutions mono-cellulaires qui sont stationnaires et stables. La branche supérieure est dans le sens des aiguilles d'une montre et celle inférieure est dans le sens contraire. Bien que la variable utilisée dans la Figure 3 ne l'indique pas, les deux branches mono-cellulaires, sont équivalentes (Figure 4). En effet, le sens de la recirculation n'influe pas sur le transfert convectif ni sur le transfert radiatif et les nombres de Nusselt convectif et radiatif sur la paroi chaude sont identiques sur les deux branches pour le même nombre de Rayleigh. Notons que le nombre de Nusselt convectif ou radiatif sur la paroi

chaude est différent de celui sur la paroi froide.

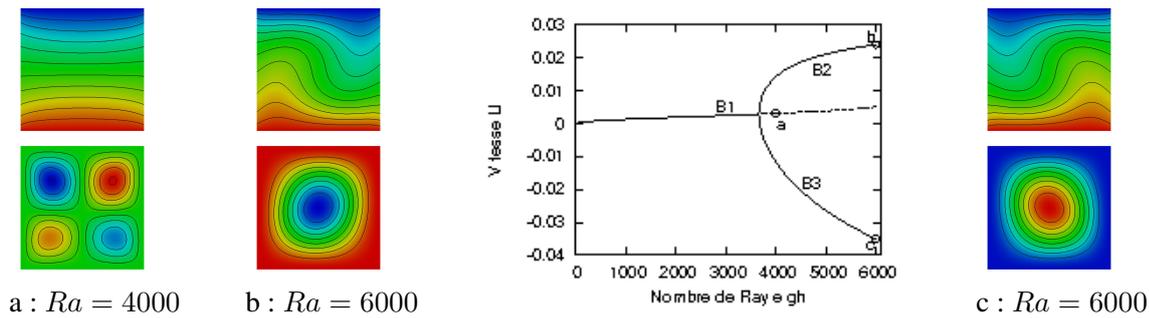


Figure 3 Diagramme de solutions établi pour $A = 1$.

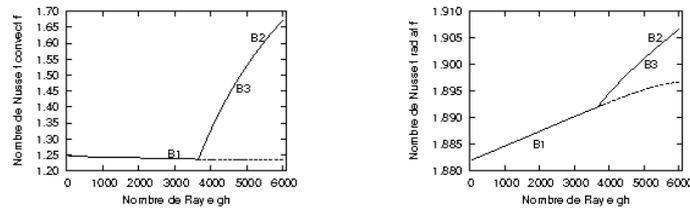


Figure 4 Diagramme de bifurcations : nombres de Nusselt sur la paroi chaude.

Pour une cavité horizontale de $A = 2$, l'écoulement faible à quatre cellules s'intensifie lentement avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la dissymétrie haut-bas est de plus en plus prononcée (Figure 5). Les deux cellules supérieures grossissent et les deux basses rétrécissent pour donner naissance à des écoulements à deux cellules de RB. L'écoulement est ascendant près des parois verticales et descendant à mi-largeur de la cavité. Le passage de quatre cellules à deux s'est produit de manière continue et douce : ces solutions forment une seule branche de solutions stables pour lesquelles la réflexion en x est préservée et aucune bifurcation n'est visible. Comme la convection de RB pure indique que l'écoulement dans le sens contraire existe, nous avons essayé de réorganiser l'écoulement à deux cellules obtenu dans le but de trouver l'écoulement, également à deux cellules, qui serait descendant près des parois verticales et ascendant à la mi-largeur de la cavité. Nous avons changé le signe pour les deux composantes de vitesse et pour la température nous avons d'abord soustrait le profil linéaire, ensuite changé son signe et enfin rajouté le profil linéaire. Ceci nous permet d'avoir une condition initiale ayant une structure appropriée et de repérer et construire la branche de solutions recherchée. En effet, la branche ainsi retrouvée est une branche isolée et stable : elle n'existe plus en-dessous de $Ra = 2260$ car elle termine par un point de retournement et perd la stabilité au profit d'un écoulement à nouveau à quatre cellules pour des Ra plus grands. Les deux cellules basses sont de taille plus importante et ces solutions vérifient la réflexion en x . En termes de bifurcation, il s'agit d'une bifurcation de fourche imparfaite : les solutions à deux cellules sur deux branches différentes devaient être reliées au même titre que celles à quatre cellules, c'est le rayonnement pariétal qui a brisé ces liens naturels et rendu la bifurcation imparfaite.

Notons que le concept de solutions multiples et de bifurcations n'a pas été utilisé dans les études antérieures, ce qui les a rendues incomplètes ou difficilement compréhensibles.

7. Conclusions

Le présent travail sur la convection de RB dans une cavité remplie d'air a permis de constater que la situation au repos n'existe plus en présence du rayonnement pariétal, qu'une bifurcation

de fourche classique ou imparfaite peut être constatée lors de l'établissement des cellules de RB et que le rayonnement rend les nombres de Nusselt différents sur les parois horizontales.

Étudier le couplage convection de RB-rayonnement pariétal dans une cavité remplie d'air exige un certain nombre de démarches rigoureuses. Si préciser Ra , Pr et A suffit pour la convection de RB pure, il est indispensable de fournir les paramètres comme ϵ , ΔT , T_0 , λ et $g\beta/(\nu\alpha)$ en couplage et spécifier ceux qui varient avec Ra et comment ils varient. Étant données des solutions multiples, il faut spécifier la ou les branches concernées par les résultats présentés. Comme les nombres de Nusselt convectifs ou radiatifs ne sont plus égaux sur les parois horizontales, donner la paroi concernée est indispensable pour le transfert thermique. Étant donnés les motifs d'écoulement diverses, le nombre de branches de solutions et les instabilités révélées par le présent travail, le développement des outils numériques adaptés (code temporel linéarisé associé à la méthode d'Arnoldi et code stationnaire linéaire pour l'analyse de stabilité linéaire, par exemple) est plus que nécessaire afin de mener à bien de futures études.

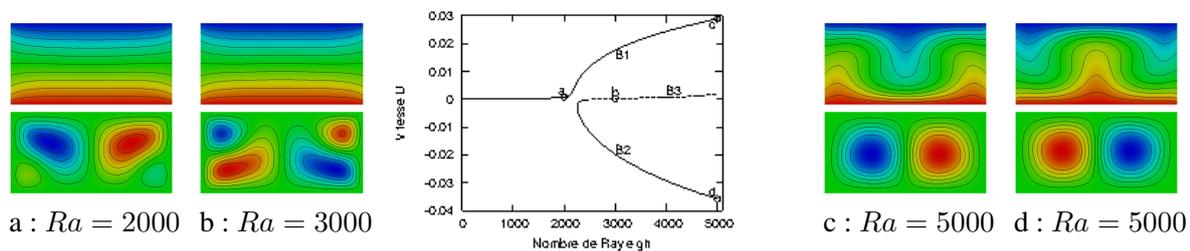


Figure 5 Diagramme de solutions établi pour $A = 2$.

Références

- [1] M. Akiyama and Q.P. Chong. Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure. *Num. Heat Trans. A*, 31 :419–433, (1997).
- [2] R. Alvarado, J. Xaman, J. Hinojosa et G. Alvarez, “Interaction between natural convection and surface thermal radiation in tilted slender cavities”, *Int. J. Th. Sci.*, pp. 355-368, (2008).
- [3] M. Ashish Gad et C. Balaji, “Effect of the surface radiation on RBC in cavities heated from below”, *Int. Comm. in Heat and Mass Trans.*, 37 : 1459-1464, (2010).
- [4] J.-P. Boyd, *Chebyshev and Fourier spectral methods*, Dover, (2001).
- [5] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, and T. A. Zang, *Spectral Methods in fluid dynamics*, Springer, (1991).
- [6] G. de Vahl Davis and I. P. Jones, “Natural convection of air in a square cavity : A comparison exercise”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 3 : 227–248, (1983).
- [7] R. Knikker, S. Xin et R. Dai, “High-order numerical implementation of surface radiation for the coupling with natural convection in an air-filled square cavity”, *IHTC15-9092, Kyoto, Japan*, (2014).
- [8] R. Peyret, *Spectral Methods for incompressible viscous flows*, Springer, (2001).
- [9] Ridouane E. H., Hasnaoui M. Amahmid A. et Raji A., “Interaction between natural convection and radiation in a square cavity heated from below”, *Num. Heat Trans. A*, 45 : 289-311, 2004.
- [10] Ridouane E. H., Hasnaoui M. et Campo A., “Effects of surface radiation on natural convection in a Rayleigh-Benard square enclosure : steady and unsteady conditions”, *Heat Mass Trans.*, 42 : 214-225, (2006).
- [11] S. Xin and P. Le Quéré, “Linear stability analyses of natural convection flows in a differentially heated square cavity with conducting horizontal walls”, *Phys. Fluids*, 13 :2529-42, (2001)
- [12] S. Xin, R. Knikker et R. Dai, “Méthode d'ordre élevé pour le couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surface en cavité remplie d'air”, *Congrès SFT, Lyon*, (2014).

Remerciements

Les auteurs remercient l'IDRIS pour les soutiens accordés au projets 0326.