

# Un modèle dynamique flexible pour prédire les réponses transitoires des échangeurs évaporateurs et condenseurs

J. WU\*, C. JALLUT, E. GAGNIERE, F. COUENNE, B. HAMROUN

Université Lyon 1, Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés, UMR 5007, UCBL/CNRS, 43, Bd du 11 Novembre 1918 – 69622 Villeurbanne Cedex

\*(auteur correspondant : jwu@lagep.univ-lyon1.fr)

**Résumé** - Un modèle dynamique flexible pour des échangeurs diphasiques est proposé dans cet article. Il permet de représenter au cours du temps la distribution spatiale de variables d'état comme la masse volumique, la fraction massique des phases et la température. La commutation entre des régimes différents en fonction du test de stabilité de phase est conçue pour garantir la continuité de l'évolution du système. Cette commutation est effectuée par des opérations sur des matrices qui sont établies de façon analytique à partir d'un modèle thermodynamique du fluide basé sur une équation d'état et des équations de bilan d'énergie et de matière. Un code de simulation est développé à l'aide du logiciel Matlab. Des tests de simulations avec des entrées de type échelons sont effectués qui montrent la flexibilité de ce modèle. On peut par exemple passer automatiquement d'une configuration évaporateur à une configuration condenseur et vice-versa en fonction des sollicitations externes.

## Nomenclature

$A$	surface d'échange, $m^2$
$c_p$	capacité thermique massique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$
$h$	enthalpie massique, $J.kg^{-1}$
$m$	masse, $kg$
$P$	pression, $Pa$
$q$	débit massique, $kg.s^{-1}$
$T$	température, $K$
$u$	énergie interne massique, $J.kg^{-1}$
$V$	volume, $m^3$
$x$	fraction massique

## Symboles grecs

$\alpha$	coefficient de transfert thermique par convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$
$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
<i>Indices et exposants</i>	
$a$	fluide extérieur
$i_w$	paroi côté intérieur
$o_w$	paroi côté extérieur
$w$	paroi du tube

## 1. Introduction

Dans les échangeurs évaporateur et condenseur des machines frigorifiques, l'état (vapeur, liquide ou mélange diphasique) du fluide frigorigène varie en fonction de la position et du temps. La résolution des équations de bilan de matière et d'énergie, qui diffère en fonction du caractère mono- ou diphasique du fluide frigorigène, nécessite donc l'identification d'événements discrets associés aux transitions entre les différentes situations possibles en un point donné : il s'agit d'une modélisation de type hybride qui est bien décrite dans le domaine de l'automatique [1].

Pour la modélisation dynamique des échangeurs évaporateurs et condenseurs dans le contexte des modèles de pompes à chaleur, les deux approches prédominantes sont les modèles distribués essentiellement à une dimension (modèle 1D) et les modèles à frontière mobiles [2]. Dans les modèles 1D, des équations aux dérivées partielles sont obtenues à partir des bilans de masse et d'énergie. Ces équations doivent être discrétisées pour être résolues numériquement [2, 3]. Afin d'obtenir un modèle de plus petite taille à paramètres localisés plus facile à résoudre, la méthode à frontière mobile a été proposée [4, 5, 6]. Elle consiste à

supposer à l'avance l'existence de zones mono- et diphasiques et à calculer les positions des frontières entre ces zones au cours du temps.

Dans cet article, un modèle 1D est proposé. Ce modèle est basé sur une représentation de l'écoulement par une cascade de Réacteurs Parfaitement Agités Continus (RPAC). Il permet de représenter au cours du temps la distribution spatiale de variables d'état comme la masse volumique, la fraction massique des phases et la température. L'originalité principale du modèle proposé ici réside dans la commutation entre des configurations différentes en fonction du test de stabilité de phase. Cette commutation est conçue pour garantir la continuité de l'évolution du système. Elle est effectuée par des opérations matricielles, ce qui permet d'aboutir à une représentation globale et très compacte du système. Cette organisation matricielle conduit à réaliser tous les calculs de propriétés thermodynamiques ainsi que certaines dérivées partielles de façon analytique à partir d'un modèle thermodynamique du fluide frigorigène basé sur une équation d'état. En effet, la plupart des articles publiés s'appuient principalement sur une évaluation numérique des dérivées ou une détermination dans des tables de dérivées pré-calculées. De plus, les fractions de vapeur dans ce modèle sont calculées directement à partir des bilans de masse et d'énergie, lorsque la plupart des articles publiés utilisent des modèles empiriques [7] qui conduisent souvent aux résultats imprécis [8].

## 2. Description du modèle

### 2.1. Discrétisation spatiale et équations de bilans

Le condenseur et l'évaporateur sont traités de la même façon à l'aide du modèle 1D d'un échangeur équivalent à tubes coaxiaux. Les dimensions de l'échangeur équivalent sont déterminées à partir des caractéristiques réelles de l'échangeur de chaleur (surface d'échange, masse de la paroi de l'échangeur, volume du fluide frigorigène, etc). La figure 1 montre le schéma de la discrétisation : le volume total de l'échangeur est divisé en N segments de même volume le long du tube, à chacun de ces N volumes de fluide frigorigène sont associés un volume de paroi et un volume de fluide extérieur. Les propriétés thermodynamiques sont supposées uniformes dans chaque volume. L'écoulement est donc traité comme un arrangement série de N réacteurs parfaitement agités continus selon une approche très utilisée en Génie des Procédés [9] mais aussi en Energétique [10]. Dans l'exemple décrit ici, l'échangeur de chaleur est supposé à contre-courant. Les hypothèses principales du modèle sont : (a) les pertes de charge sont négligées ; (b) le liquide et la vapeur sont à l'équilibre thermodynamique dans la zone diphasique ; (c) les effets de conduction axiale sont négligés ; (d) le fluide extérieur reste à l'état monophasique.

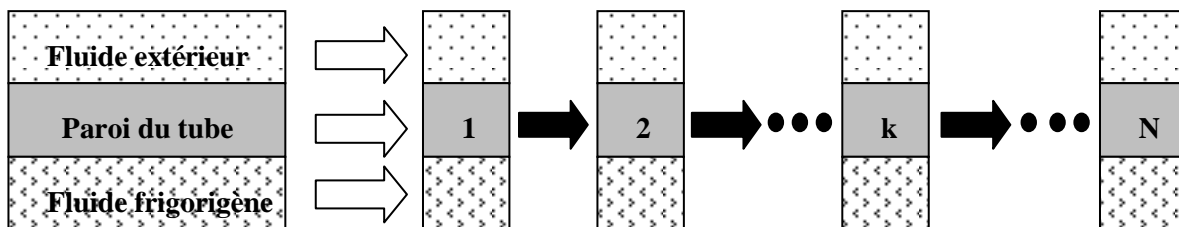


Figure 1 : Schéma de discrétisation de l'échangeur de chaleur

Les bilans du  $k^{\text{ième}}$  RPAC peuvent être exprimés comme suit.

Bilans de matière et d'énergie du fluide frigorigène :

$$q_{k-1} = q_k + V\dot{\rho}_k \quad (1)$$

$$h_{k-1}q_{k-1} + \alpha_{iw}A_{iw}(T_{w_k} - T_k) = h_kq_k + V(\dot{\rho}_k u_k + \rho_k \dot{u}_k) \quad (2)$$

Bilan d'énergie du tube :

$$m_w c_{P_w} \dot{T}_{w_k} = \alpha_{iw}A_{iw}(T_k - T_{w_k}) + \alpha_{ow}A_{ow}(T_{a_k} - T_{w_k}) \quad (3)$$

Bilan d'énergie du fluide extérieur :

$$m_a c_{P_a} \dot{T}_{a_k} = c_{P_a} q_a (T_{a_{k+1}} - T_{a_k}) - \alpha_{ow}A_{ow}(T_{w_k} - T_{a_k}) \quad (4)$$

## 2.2. Structure mathématique du modèle

Une équation d'état développée pour le fluide frigorigène R410A est utilisée dans les zones monophasiques [11]. Les variables d'état indépendantes de cette équation sont la masse volumique et la température qui sont aussi celles qui sont choisies pour le modèle, en particulier pour exprimer les dérivées par rapport au temps de la pression et de l'énergie interne :

$$\dot{P} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_k}\right)_T \dot{\rho}_k + \left(\frac{\partial P}{\partial T_k}\right)_\rho \dot{T}_k \quad (5)$$

$$\dot{u} = \left(\frac{\partial u_k}{\partial \rho_k}\right)_T \dot{\rho}_k + \left(\frac{\partial u_k}{\partial T_k}\right)_\rho \dot{T}_k \quad (6)$$

La fraction massique de vapeur est constante (0 ou 1) dans la zone monophasique soit :

$$\dot{x}_k = 0 \quad (7)$$

Finalement, les équations (1), (2), (3), (4) et (7), appliquées aux N RPAC, forment un système dynamique constitué de 5N équations différentielles ordinaires :

$$A_m(X) \cdot \dot{X} = B_m \quad (8)$$

$$\text{où } X^T = [\rho_1 \quad T_1 \quad x_1 \quad T_{w_1} \quad T_{a_1} \quad \cdots \quad \rho_N \quad T_N \quad x_N \quad T_{w_N} \quad T_{a_N}]$$

Dans les zones diphasiques, les propriétés thermodynamiques de chaque phase ne dépendent que d'une variable d'état. Les propriétés du mélange diphasique du fluide frigorigène peuvent donc s'exprimer en fonction de la température et de la fraction massique de vapeur, ainsi que de leurs dérivées par rapport au temps :

$$\dot{P} = (dP / dT_k) \dot{T}_k \quad (9)$$

$$\dot{\rho}_k = \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial x_k}\right)_T \dot{x}_k + \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial T_k}\right)_x \dot{T}_k \quad (10)$$

$$\dot{u} = \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)_T \dot{x}_k + \left(\frac{\partial u_k}{\partial T_k}\right)_x \dot{T}_k \quad (11)$$

Un modèle empirique d'équations polynomiales en fonction de la température, en se basant sur l'ajustement de courbe de données ASHRAE [12], est utilisé pour calculer les propriétés à la saturation de chaque phase ainsi que les dérivées apparaissant dans les équations (9), (10) et (11). En combinant les équations (1) et (2) avec les équations (10) et (11), un système dynamique de 5N équations différentielles ordinaires peut être également formé par les équations (1), (2), (3), (4) et (10) :

$$A_d(X) \cdot \dot{X} = B_d \quad (12)$$

Le calcul des débits massiques d'interconnexion entre les RPAC est basé sur l'hypothèse que la pression est uniforme dans l'échangeur. Dans les zones monophasiques, en combinant les équations (1), (2), (5) et (6), la dérivée de la pression s'exprime en fonction des débits :

$$\dot{P} = c_{1_k} q_{k-1} + c_{2_k} q_k + c_{3_k} \quad (13)$$

De la même façon, la pression dans les zones diphasiques s'écrit en fonction des débits en combinant les équations (2), (9), (10) et (11) :

$$\dot{P} = d_{1_k} q_{k-1} + d_{2_k} q_k + d_{3_k} \quad (14)$$

Les paramètres  $c_{1_k}$ ,  $c_{2_k}$ ,  $c_{3_k}$  et  $d_{1_k}$ ,  $d_{2_k}$ ,  $d_{3_k}$  dépendent des propriétés du fluide frigorigène et de la différence  $(T_{w_k} - T_k)$ .

On pose que  $v$  est un vecteur d'état de dimension  $N$ , dont les composantes sont constituées des valeurs binaires 0 ou 1 (1 si l'état du fluide frigorigène est monophasique, 0 s'il est diphasique). Conformément à l'hypothèse que la pression est uniforme tout au long du tube, la relation  $\dot{P}_k = \dot{P}_{k+1}$  permet d'exprimer une relation algébrique entre les débits :

$$\begin{aligned} & \left[ v_k c_{1_k} + (1 - v_k) d_{1_k} \right] q_{k-1} + \left[ v_k c_{2_k} + (1 - v_k) d_{2_k} - v_{k+1} c_{1_{k+1}} - (1 - v_{k+1}) d_{1_{k+1}} \right] q_k \\ & - \left[ v_{k+1} c_{2_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) d_{2_{k+1}} \right] q_{k+1} = v_{k+1} c_{3_{k+1}} + (1 - v_{k+1}) d_{3_{k+1}} - v_k c_{3_k} - (1 - v_k) d_{3_k} \end{aligned} \quad (15)$$

L'équation (15) s'écrit également sous forme matricielle :

$$C_q \cdot Q = D_q \quad (16)$$

où  $Q^T = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_{N-1}]$ . Les débits du fluide frigorigène sont ainsi calculés selon la relation  $Q = (C_q)^{-1} D_q$ , sachant que les débits d'entrée  $q_0$  du RPAC 1 et de sortie du  $N^{\text{ième}}$  RPAC  $q_N$  sont connus puisqu'ils constituent les conditions limites du bilan de matière dans l'échangeur. Ce choix de conditions limites est très important pour insérer facilement ce modèle d'échangeur dans un modèle complet de pompe à chaleur. En effet, dans une pompe à chaleur, le compresseur et le détendeur sont en général traités statiquement [10] : les modèles de ces éléments fournissent les débits en fonction des pressions qui sont alors imposés aux bornes des échangeurs. Cette interconnexion garantie la conservation de la masse totale de fluide frigorigène dans le circuit.

Le calcul des autres variables est réalisé de la façon suivante. Deux configurations monophasique ou diphasique sont possibles pour l'état du fluide frigorigène de chaque RPAC. Un modèle générique qui permet de décrire les deux cas de façon unique est proposé :

$$A(X) \cdot \dot{X} = B \quad (17)$$

où  $A = E \cdot A_m + (I - E) \cdot A_d$ ,  $B = E \cdot B_m + (I - E) \cdot B_d$ , avec  $E$  une matrice diagonale  $5N \times 5N$  dont les valeurs diagonales sont binaires 0 ou 1 (1 si l'état du fluide frigorigène correspondant est monophasique, 0 s'il est diphasique),  $I$  est la matrice d'identité  $5N \times 5N$ . Lorsqu'un changement de configuration est détecté dans un des RPAC, on remet à jour la matrice  $E$  ce qui a pour effet de modifier  $A$  et  $B$  pour que le calcul continue dans la nouvelle configuration.

### 2.3. Détection d'un changement de configuration

Cette détection est basée sur des tests de stabilité, qui sont couramment utilisés pour des mélanges à pression et température données [13]. Dans notre cas, un test de stabilité de phase à température et volume donnés est plus approprié [14], étant donné qu'il est basé sur la valeur de la masse volumique du fluide frigorigène tel qu'elle est calculé à partir des équations de bilans. À une température et un volume massique donnés, si le plan tangent à l'énergie libre de Helmholtz se trouve quelque part au-dessus de la courbe elle-même dans le diagramme de phase, la phase monophasique est instable. Cette formulation est équivalente au fait qu'un système à une phase ayant une masse volumique située entre celles du liquide et de la vapeur saturée est moins stable qu'un système diphasique. À partir d'une situation initiale à deux phases, si la fraction massique de la vapeur atteint une valeur proche de 0 ou 1, le fluide frigorigène est considéré comme liquide ou vapeur. Pour une situation initiale à une phase, le fluide frigorigène devient diphasique lorsque sa masse volumique est supérieure à la masse volumique de la vapeur saturée ou inférieure à celle du liquide saturé.

### 3. Exemples de simulation numérique

La méthode de Runge-Kutta de quatrième-cinquième ordre à pas variables (ode45) est utilisée pour effectuer la simulation numérique.

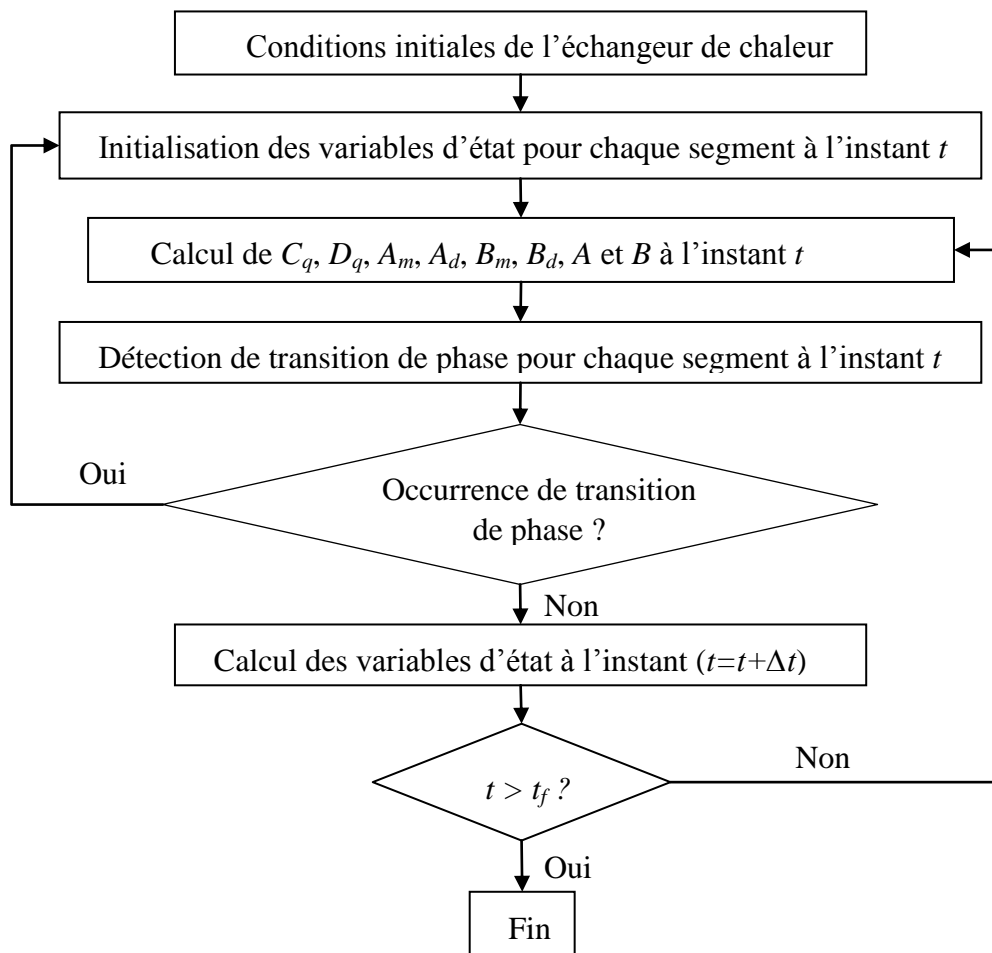


Figure 2 : Schéma de l'algorithme de simulation numérique

Le schéma de l'algorithme numérique est représenté sur la Figure 2 pour la résolution globale du système d'équations algèbro-différentielles (16) et (17) et il est mis en œuvre à l'aide du logiciel Matlab. Dans cet article, l'accent est mis sur la structure de modélisation, une situation simplifiée est appliquée sur les conditions de la simulation : les coefficients d'échange thermique du côté intérieur de la paroi et du côté extérieur sont supposés constants tout au long de l'échangeur de chaleur ; l'état initial de l'échangeur est à l'équilibre thermodynamique ; les débits du fluide frigorigène à l'entrée et à la sortie sont imposés manuellement.

La Figure 3 montre les réponses dynamiques de l'échangeur de chaleur à une entrée échelon de la température d'entrée du fluide extérieur. Les débits du fluide frigorigène à l'entrée et à la sortie sont imposés ainsi que l'enthalpie du fluide frigorigène à l'entrée. À partir de la distribution de fraction massique de vapeur, on constate que l'échangeur fonctionne initialement comme évaporateur. Sa capacité d'évaporation est abaissée lorsque la température d'entrée du fluide extérieur a diminué à partir de 50 s. Enfin, il devient même un condenseur quand la température d'entrée du fluide extérieur est encore réduite au-delà de 250 s.

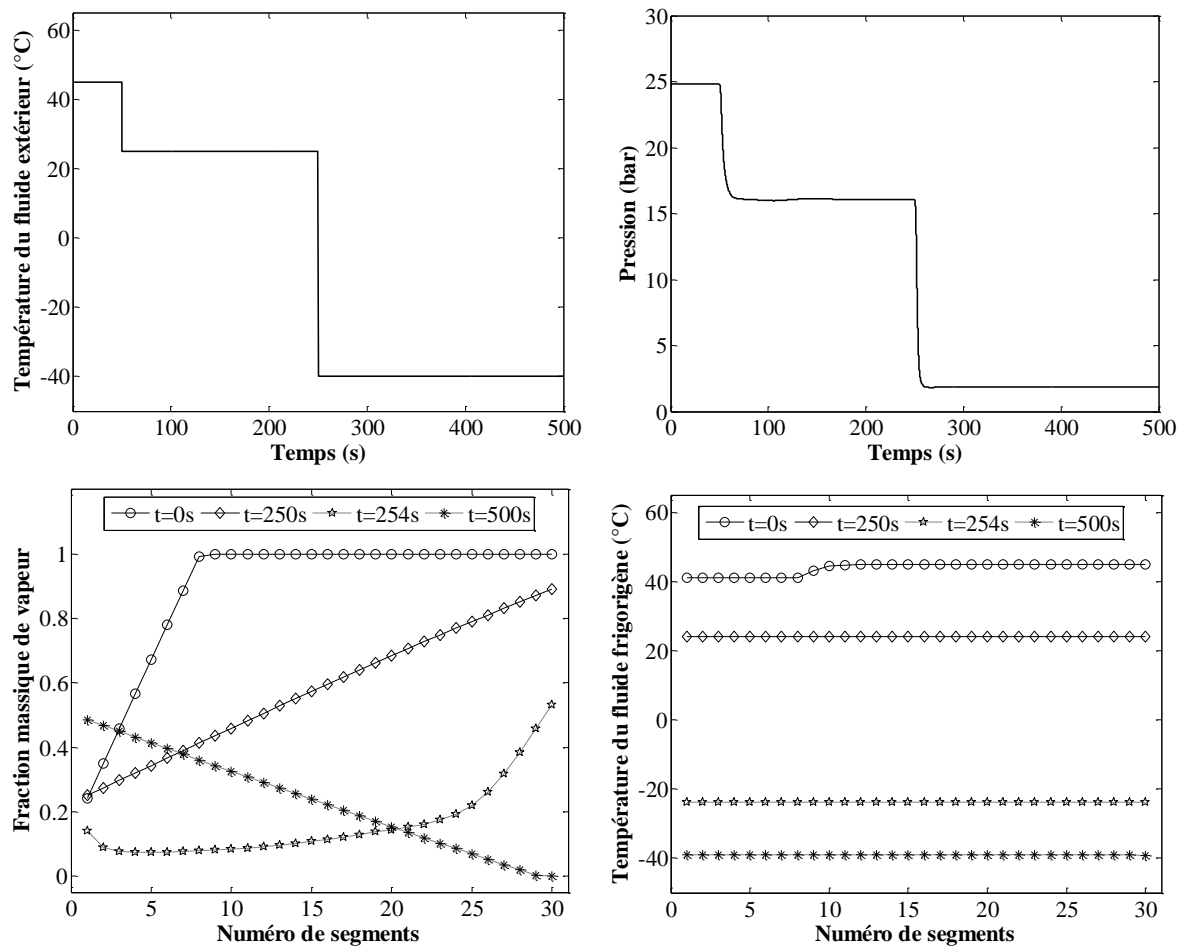


Figure 3 : Réponses dynamiques à une entrée échelon de la température du fluide extérieur

Sur la Figure 4, les réponses dynamiques de l'échangeur de chaleur à une entrée échelon du débit de sortie du fluide frigorigène sont reproduites. À partir de la distribution de fraction massique de vapeur, on constate que l'échangeur fonctionne initialement comme un évaporateur. Il devient un condenseur quand le débit en sortie devient inférieur au débit en entrée pour une durée de 20 s. On peut en effet constater que la température du fluide

frigorigène est devenue supérieure à la température du fluide extérieur du fait de l'augmentation de pression due au déséquilibre des débits lors de la diminution du débit de sortie. Pour que le système retrouve son état initial, il faut évacuer la matière qui s'est accumulée dans l'échangeur en augmentant le débit de sortie pendant la même durée (de 60 s à 80 s).

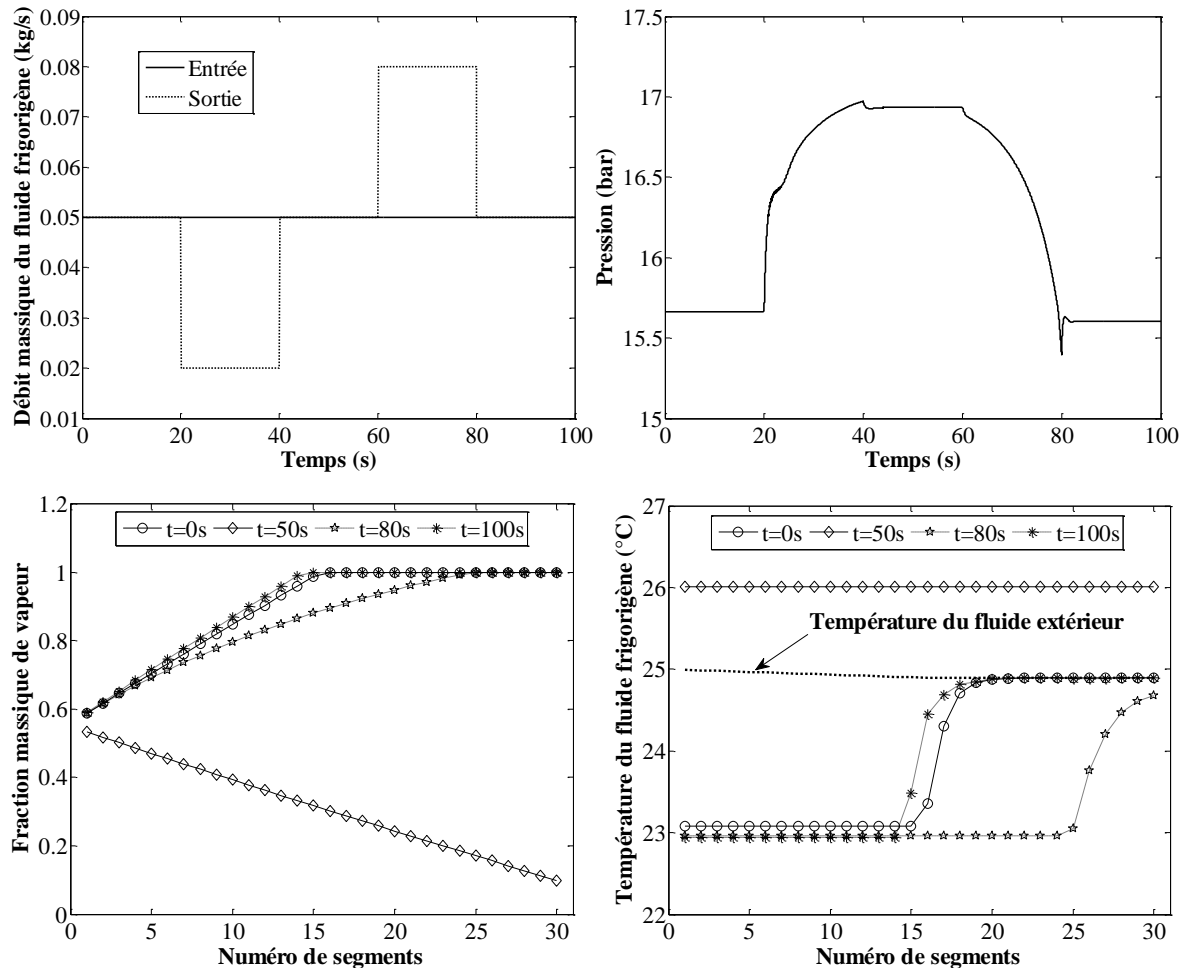


Figure 4 : Réponses dynamiques à une entrée échelon de débit du fluide frigorigène

Ces deux exemples ont démontré que le modèle proposé prend en compte facilement toutes les configurations de phase qui peuvent se produire dans les échangeurs lors d'une simulation dynamique d'une pompe à chaleur. Cette flexibilité a été démontrée dans un cas extrême où la commutation permet de passer automatiquement d'une situation où l'échangeur sert d'évaporateur à une autre où il sert de condenseur. Selon le même principe, on pourrait assez facilement envisager d'inclure une commutation co/ contre-courant dans le cas d'une inversion du cycle frigorifique ce qui n'est pas l'objectif poursuivi pour l'instant.

#### 4. Conclusion

Un modèle destiné à simuler le comportement dynamique des échangeurs de chaleur multiphasiques est décrit dans cet article. Ce modèle est capable de représenter la distribution des variables d'état au cours du temps et de l'espace. Le mécanisme de transition de phase est établi de telle façon que la continuité de l'évolution des variables d'état est assurée. La commutation entre les configurations mono- ou diphasiques est effectuée par des opérations matricielles qui permettent d'aboutir à une représentation globale très compacte du système.

En outre, toutes les propriétés thermodynamiques et leurs dérivées partielles sont calculées analytiquement à l'aide d'une équation d'état du fluide frigorigène. Deux tests de simulation numériques avec des entrées de type échelon sont exécutés, ce qui montrent la pertinence du modèle du point de vue qualitatif et sa flexibilité. Ce modèle peut être donc appliqué aux échangeurs de chaleur dans la simulation dynamique des machines frigorifiques ou des pompes à chaleur.

## Références

- [1] C. Song, B. Wu, P. Li, A hybrid model-based optimal control method for nonlinear systems using simultaneous dynamic optimization strategies, *J. Process Contr.*, 22-5 (2012), 852-860.
- [2] S. Bendapudi, J.E. Braun, E.A. Groll, A comparison of moving-boundary and finite-volume formulations for transients in centrifugal chillers, *Int. J. Refrigeration*, 31-8 (2008), 1437-1452.
- [3] C.J.L. Hermes, C. Melo, A first-principles simulation model for the start-up and cycling transients of household refrigerators, *Int. J. Refrigeration*, 31-8 (2008), 1341-1357.
- [4] M. Willatzen, N.B.O.L. Pettit, L. Ploug-Sørensen, A general dynamic simulation model for evaporators and condensers in refrigeration. Part I: moving-boundary formulation of two-phase flows with heat exchange, *Int. J. Refrigeration*, 21-5 (1998a), 398-403.
- [5] F.Q. Wang, G.G. Maidment, J. F. Missenden, R. M. Tozer, A novel special distributed method for dynamic refrigeration system simulation, *Int. J. Refrigeration*, 30-5 (2007), 887-903.
- [6] T.L. McKinley and A.G. Alleyne, An advanced nonlinear switched heat exchanger model for vapor compression cycles using the moving-boundary method, *Int. J. Refrigeration*, 31-7 (2008), 1253-1264.
- [7] D.A. Yashar, M.J. Wilson, H.R. Kopke, D.M. Graham, J.C. Chato, T.A. Newell, An investigation of refrigerant void fraction in horizontal, microfin tubes, *HVAC&R Res.*, 7-1 (2001), 67-82.
- [8] P. Schalbart, P. Haberschill, Simulation of the behaviour of a centrifugal chiller during quick start-up, *Int. J. Refrigeration*, 36-1 (2013), 222-236.
- [9] T. Goma Bilongo, F. Couenne, C. Jallut, Y. Le Gorrec, A. Di Martino, Dynamic modeling of the reactive twin-screw co-rotating extrusion process: experimental validation by using inlet glass fibers injection response and application to polymers degassing, *IEC Res.*, 51-35 (2012), 11381-11388.
- [10] P. Schalbart, Modélisation du fonctionnement en régime dynamique d'une machine frigorifique bi-étagée à turbo-compresseurs - Application à sa régulation. Thèse de Doctorat de l'INSA de Lyon (2006).
- [11] E.W. Lemmon., Pseudo-pure fluid equations of state for the refrigerant blends R-410A, R-404A, R-507A and R-407A, *Int. J. Thermophys.*, 24-4 (2003), 991-1006.
- [12] ASHRAE, Fundamentals Handbook (2001).
- [13] M.L. Michelsen, The isothermal flash problem. Part I. Stability, *Fluid Phase Equilibria*, 9 (1982), 1-19.
- [14] A.T. Souza, L. Cardozo-Filho, F. Wolff, R. Guirardello, Application of interval analysis for Gibbs and Helmholtz free energy global minimization in phase stability analysis, *Braz. J. Chem. Eng.*, 23-1 (2006), 117-124.

## Remerciements

Ces travaux de recherche sont financés dans le cadre du projet ANR-11-SEED-0004-02 ACLIRSYS (Advanced Control for Low Inertia Refrigeration Systems).