

Statistiques dans l'espace spectral des termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente en écoulement fortement anisotherme.

Frédéric AULERY¹, Adrien TOUTANT^{1*}, Françoise BATAILLE², Ye ZHOU³

¹PROMES CNRS, Rambla de la thermodynamique, Tecnosud, 66100 Perpignan, France

Université de Perpignan Via Domitia, 52 avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex 9, France

² Florida State University, Department of Mathematics 1017 Academic Way Tallahassee, USA

³ Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, Livermore 94551, USA

*(Auteur correspondant : adrien.toutant@univ-perp.fr)

Résumé - Les écoulements pariétaux soumis à de forts gradients thermiques voient leur dynamique et leur thermique se modifier. Les études des statistiques physiques de ces écoulements ont montré que les modifications de l'écoulement ne peuvent pas seulement s'expliquer par la modification locale des propriétés du fluide. La réalisation de simulations numériques directes de canaux plans anisothermes permet une étude précise des phénomènes liés aux couplages entre la partie dynamique et la partie thermique de ces écoulements. Ces simulations numériques directes sont réalisées à un nombre de Reynolds turbulent (calculé à partir de la vitesse de frottement u_τ) de 180 ce qui permet d'avoir des statistiques sur de long temps. Les spectres des différentes contributions à l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente sont comparés et analysés.

Nomenclature

T température K

U vitesse, $m.s^{-1}$

u_τ vitesse de frottement, $m.s^{-1}$

V $V = \sqrt{\rho}U$, $kg^{1/2}.m^{-1/2}.s^{-1}$

b $b = \frac{1}{\sqrt{\rho}}$, $kg^{-1/2}.m^{3/2}$

k vecteur d'onde m^{-1}

Re nombre de Reynolds

Re_τ nombre de Reynolds de frottement

\Re partie réelle

SGE Simulation des Grandes Échelles

SND Simulation Numérique Directe

Symboles grecs

ρ masse volumique, $kg.m^{-3}$

μ viscosité dynamique, $Pa.s$

Indices et exposants

c chaud

f froid

$+$ adimensionné

$*$ complexe conjugué

$'$ valeur fluctuante

$-$ valeur moyenne

rms root mean square

i, j composante

1. Introduction

Dans de nombreux procédés utilisant des échangeurs de chaleur, les conditions physiques sont telles que les gradients thermiques impactent très fortement la dynamique des écoulements. Les modélisations de type RANS actuelles ne tiennent que partiellement compte de ces effets sur les écoulements [1, 2]. L'amélioration des modélisations numériques passe par une étude des phénomènes fins liés au couplage thermique/dynamique de ces écoulements. Pour réaliser ces études, des simulations numériques directes (SND) ou simulations des grandes échelles (SGE) sont utilisées. Nicoud *et al.* [3] pour de bas nombres de Reynolds et Serra *et al.* [4] pour une turbulence plus intense, ont montré l'influence de la température qui change la dynamique de l'écoulement, en faisant notamment augmenter ou diminuer le niveau de turbulence en proche paroi, au delà des effets liés aux seules variations locales du nombre de Reynolds.

Pour aller plus loin dans la compréhension des changements dus aux gradients de température,

il est intéressant d'étudier les statistiques de la turbulence dans l'espace spectral. Les études de type spectrales sont utilisées par de nombreux auteurs (particulièrement en Turbulence homogène isotrope) pour mettre en évidence des mécanismes qui vont interagir avec la turbulence. On citera par exemple Kida *et al.*[5] pour les effets compressibles, et Cook *et al.*[6] pour les instabilités de Rayleigh-Taylor. Pour notre étude, cette approche permet de comprendre comment les mécanismes de la turbulence d'un canal plan sont modifiés par le gradient de température. Les mécanismes d'un canal plan isotherme ont été décrits dans l'étude de Bolotnov *et al.* [7] pour un nombre de Reynolds turbulent de 180. De plus, ils ont été abordés à plus haut nombre de Reynolds par simulations des grandes échelles dans l'étude proposée en 2013 [8]. Cette article se propose d'étudier pour un nombre de Reynolds turbulent de 180, les termes de l'énergie cinétique turbulente dans l'espace spectral en canal plan isotherme et anisotherme par Simulations Numériques Directes (SND) que nous réalisons avec le logiciel Trio_U. Par rapport à la précédente étude, le niveau de détails est plus important et il n'y a plus de modélisation des petites échelles de la turbulence. Nous comparons et analysons, dans le domaine spectral, les différentes contributions à l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente des simulations numériques directes.

2. Simulations réalisées

2.1. Configuration

Nous utilisons une géométrie de type canal plan bipériodique anisotherme (figure 1). Elle a le double avantage de permettre une simulation fine et de se concentrer sur les effets liés au gradient thermique. Les parois sont à température constantes respectivement $T_f = 293 K$ pour la paroi froide et $T_c = T_f$ en isotherme ou $T_c = 2T_f$ en anisotherme. Le nombre de Reynolds turbulent moyen est $Re_\tau = 180$. Une force est ajoutée dans la direction longitudinale pour jouer le rôle de moteur de l'écoulement et maintenir un débit constant. La périodicité du canal rend les directions longitudinale ox et transversale oz homogènes et facilite la convergence des statistiques.

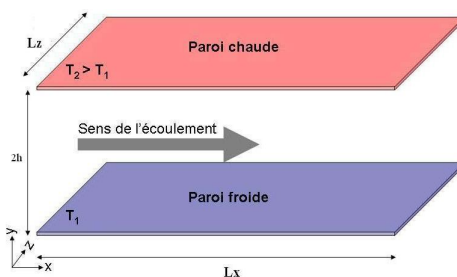


Figure 1 Canal plan bipériodique anisotherme

Les simulations numériques directes sont réalisées avec le code Trio_U. C'est un code de mécanique des fluides ouvert et modulaire développé par le CEA Grenoble où sont utilisés les volumes finis et les éléments finis. Ce code massivement parallèle est particulièrement adapté aux supercalculateurs tels que la machine JADE du CINES que nous utilisons pour notre étude. Ce code est déjà éprouvé pour la simulation numérique directe d'écoulements très anisothermes [9]. Les méthodes de résolution des équations sont spécifiquement adaptées aux écoulements turbulents très anisothermes. Nous utilisons l'approximation de bas nombre de Mach [10], avec un algorithme de résolution qui décrit précisément le couplage entre la partie thermique et la partie dynamique des écoulements. Le schéma en temps est un schéma Runge-Kutta d'ordre 3. Les opérateurs de convection sont : un schéma centré d'ordre 4 pour l'équation de conservation

de quantité de mouvement et un schéma QUICK d'ordre 3 pour la conservation de la masse.

2.2. Simulation isotherme

Pour réaliser notre SND isotherme, le maillage utilisé comporte 382x300x382 mailles soit environ 44 millions de mailles. Le pas de maillage est constant dans les directions ox et oz ($\Delta x^+ = 6, \Delta z^+ = 3$) et une loi de type tangente hyperbolique permet une progression de la taille des mailles de $\Delta y^+ = 0.75$ en proche paroi à $\Delta y^+ = 2.3$ au centre du canal. Les statistiques sont calculées sur 0.983s ce qui correspond à 12.3 temps caractéristiques ($t_c = \frac{t}{u_\tau} = 0.0798s$).

2.3. Simulation anisotherme

La SND anisotherme réalisée sur un maillage de 192x140x288 mailles à un nombre de Reynolds turbulent de $Re_\tau^f = 270$ côté froid et de $Re_\tau^c = 109$ côté chaud. Tout comme la simulation isotherme, les pas de maillage sont constants dans les directions ox et oz et un raffinement hyperbolique est utilisé dans la direction verticale. Le maillage de cette simulation correspond à celui d'une quasi-SND, mais on peut constater qu'il suffit pour capturer les termes de transferts d'énergie. En effet la gamme de fréquences capturée couvre celle où l'amplitude des termes de transferts est significative dans la simulation numérique directe isotherme. Les moyennes statistiques sont calculées sur 5.657 s soit 49.5 t_c côté chaud.

3. Spectres d'énergie

3.1. Equation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente

L'équation (1) nous donne la variation de l'énergie cinétique turbulente pour chaque plan xoz et chaque vecteur d'onde \underline{k} résolu dans nos simulations. Cette équation est obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement à laquelle est appliqué le changement de variable décrit dans l'étude de Cook *et al.*[6]. L'approche spectrale suit la méthodologie décrite par Pope [11] pour réduire le problème à une dimension dans le domaine spectral.

$$\frac{\partial E_c}{\partial t} = 2\Re \left(-\widehat{v'_x u'_y} \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial y} - \frac{\widehat{v'_i}}{2} \left(\widehat{V_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} + \widehat{v'_i} \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial y} - v'_i \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \right) - \widehat{v'_i} F_k^y \left[\frac{\partial v'_i u'_j}{\partial x_j} \right] - \widehat{v'_i} b \frac{\partial \widehat{P_{dyn}}}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

$$+ 2Re \left(\widehat{v'_i} F_k^y \left[b \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \widehat{v'_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - b \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] \right)$$

L'équation est explicitée comme suit :

$$\frac{\partial E_c(k, y)}{\partial t} = \Pi(k, y) + \sum_n T_n(k, y) + D(k, y)$$

où $k = |\underline{k}|$, D est la dissipation, Π est la production turbulente et les T_n sont les différents termes de transfert de l'énergie cinétique turbulente.

$$D = \int_k 2\Re \left(\widehat{v'_i} F_k^y \left[b \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - b \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] \right) d\underline{k} \quad (2)$$

Les différents termes de transfert sont décomposés pour mettre en évidence les transferts qui ont lieu dans un plan xoz , les transferts entre les plans xoz ainsi que les termes de transfert liés à l'existence d'un gradient thermique. Les différents termes sont :

$$\begin{array}{cc} \text{Production turbulente} & \text{Transfert triadique dans le plan} \\ \Pi = \int_k -2\Re \left[\widehat{v_x'^* u_y' \frac{\partial \overline{V_x}}{\partial y}} \right] d\mathbf{k} & T_{in} = \int_k -2Re \left[\sum_i \sum_{j=x,z} \widehat{v_i'^* \frac{\partial v_i' u_j'}{\partial x_j}} \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{Transfert triadique non standard} & \text{Transfert triadique interplan} \\ T_{ns} = \int_k -2\Re \left[\sum_i \widehat{v_i'^* \overline{U_x} \frac{\partial v_i'}{\partial x}} \right] d\mathbf{k} & T_{it} = \int_k -2\Re \left[\sum_i \widehat{v_i'^* \frac{\partial v_i' u_j'}{\partial y}} \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

Transfert thermique

$$\Gamma = \int_k -2\Re \left[\sum_i \left[\widehat{v_i'^* \overline{U_y} \frac{\partial v_i'}{\partial y}} + \frac{1}{2} \widehat{v_i'^* v_i' \frac{\partial \overline{U_y}}{\partial y}} - \sum_j \frac{1}{2} \widehat{v_i'^* \left(v_i' \frac{\partial u_j'}{\partial x_j} \right)} + \sum_j \widehat{v_i'^* \overline{V_i} \frac{\partial u_j'}{\partial x_j}} \right] \right] d\mathbf{k}$$

$$\begin{array}{cc} \text{Transfert par la pression dans le plan} & \text{Transfert par la pression interplan} \\ \Phi_{in} = \int_k -2\Re \left[\sum_{i=1,3} \widehat{v_i'^* \left(b \frac{\partial P_{dyn}}{\partial x_i} \right)} \right] d\mathbf{k} & \Phi_{it} = \int_k -2Re \left[\widehat{v_y'^* \left(b \frac{\partial P_{dyn}}{\partial y} \right)} \right] d\mathbf{k} \end{array}$$

L'énergie cinétique turbulente, les différents termes de transfert, la production et la dissipation sont représentées sous forme de surfaces. L'axe des abscisses représente le vecteur d'onde (l'inverse de la taille des structures turbulentes) adimensionné par la demi-hauteur du canal. L'axe des ordonnées représente la distance à la paroi en unité de paroi (par rapport à la paroi la plus proche dans le cas anisotherme). Enfin, l'amplitude des termes est représentée par l'échelle de couleur ; une zone positive représentera un gain d'énergie cinétique turbulente alors qu'une zone négative représentera une perte d'énergie cinétique turbulente. Hormis pour les termes de production et dissipation, tous les termes présentent au moins une zone positive et une zone négative que l'on pourra interpréter comme un transfert d'énergie depuis la zone négative vers la zone positive.

3.2. Analyse spectrale

Lors de l'ajout d'un gradient de température, l'énergie cinétique turbulente du côté froid du canal anisotherme (figure 2(a)) se répartit sur une plus large gamme de fréquences qu'en canal isotherme (figure 2(b)). Du côté chaud du canal anisotherme (figure 2(c)), l'effet inverse se produit la gamme d'échelles se réduisant du côté des petites échelles. Les petites échelles sont plus énergétiques en isotherme que du côté chaud. De la même manière, les petites échelles sont plus énergétiques du côté froid qu'en canal isotherme.

Lorsqu'on applique le gradient thermique, la production d'énergie cinétique turbulente du canal anisotherme la norme augmente des côtés chaud (figure 2(d)) et froid (figure 2(f)). Du côté chaud, la production se concentre autour d'un maximum situé en $kh = 1$, $y^+ = 12$ similaire à l'isotherme (figure 2(e)). Du côté froid, du canal anisotherme, la production s'étend à de plus petites échelles qu'en isotherme. Toujours du côté froid, les transferts ont lieu plus loin de la paroi qu'en isotherme. Dans le même temps, le maximum de production se déplace vers les plus petites échelles.

Le transfert d'énergie global soumis au gradient de température diminue légèrement et voit sa zone négative s'étendre sur plus de nombres d'onde du côté froid (figure 2(g)). Alors que, du côté chaud (figure 2(i)), la norme du transfert augmente et la gamme de vecteurs d'ondes participants au transfert diminue.

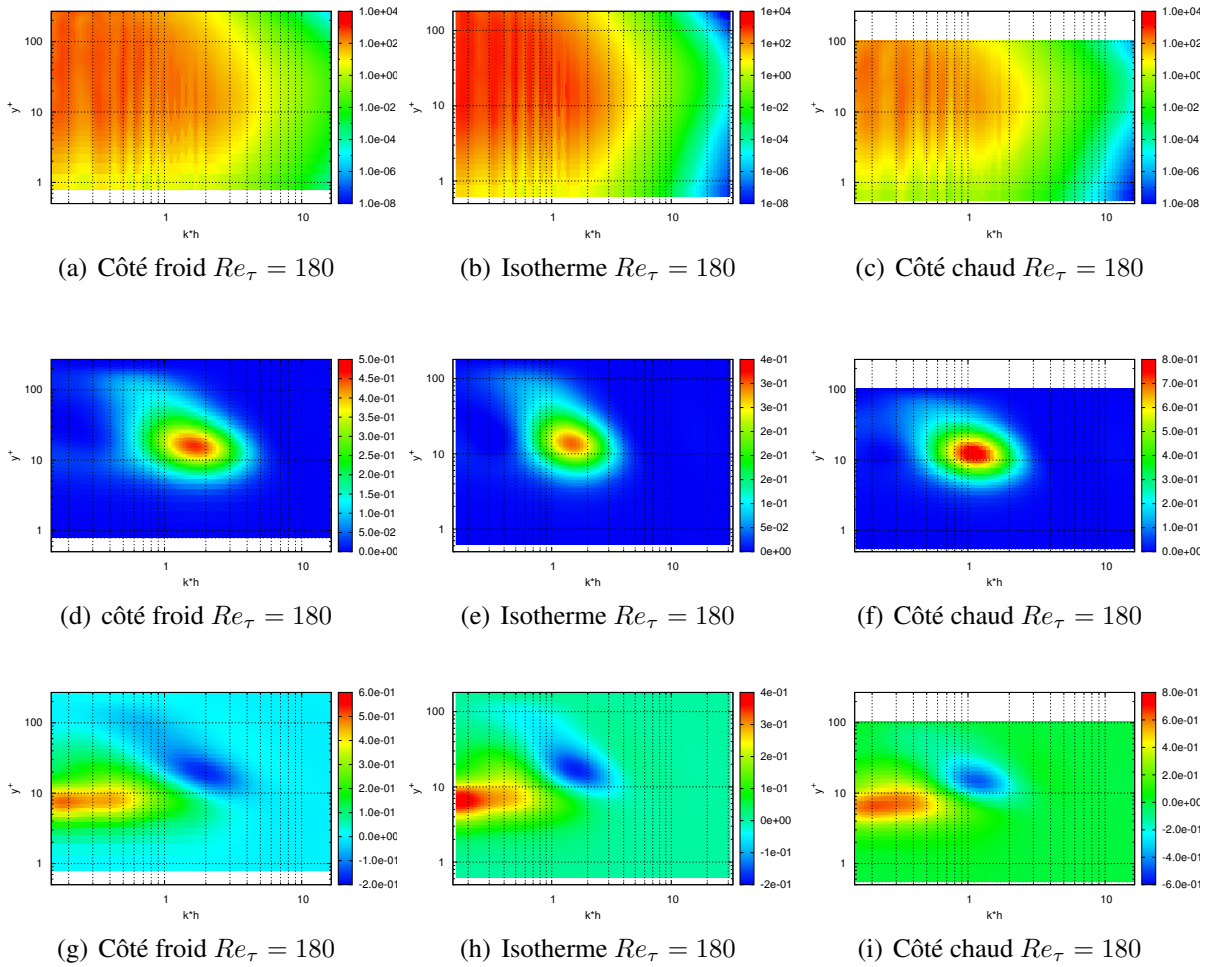


Figure 2 Energie cinétique turbulente (haut), production turbulente (centre) et transfert total (bas)

L'amplitude de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente est affectée par le gradient thermique. Elle augmente côté chaud (figure 3(c)) comme côté froid (figure 3(a)) par rapport à l'isotherme (figure 3(b)). De plus, du côté chaud, on voit apparaître une zone positive au centre du canal pour $kh = 0.5$. Cette zone peut provenir de la diffusion visqueuse (définie comme $\nu \frac{\partial^2 \bar{E}_c}{\partial y^2}$) qui est incluse dans le terme de dissipation. Cette diffusion change plusieurs fois de signe et peut devenir prépondérante dans les zones, où la dissipation est de faible norme, comme le centre du canal.

Le transfert triadique dans le plan subit fortement l'effet du gradient de température. Du côté froid (figure 3(d)), les zones négative et positive ont des gammes d'échelles plus grandes et qui commencent à se recouper. De plus, la variation, des échelles turbulentes, en fonction de la distance à la paroi est plus forte que dans le cas isotherme (figure 3(e)). Du côté chaud (figure 3(f)), l'amplitude globale du terme augmente, les zones négatives se réduisent dans la direction y faisant que les transferts sont quasi-exclusivement entre vecteurs d'ondes.

Par rapport au canal isotherme (figure 3(h)), le transfert triadique inter-plan diminue d'amplitude du côté froid (figure 3(g)) et augmente d'amplitude du côté chaud. Du côté froid, le transfert implique plus d'échelles qu'en canal isotherme. Du côté chaud (figure 3(i)), le transfert se concentre autour de $kh = 1$, $y^+ = 12$ et $k^+ = 0.5$, $y^+ = 8$.

L'effet du gradient thermique, sur le terme de transfert, par la pression dans le plan est une

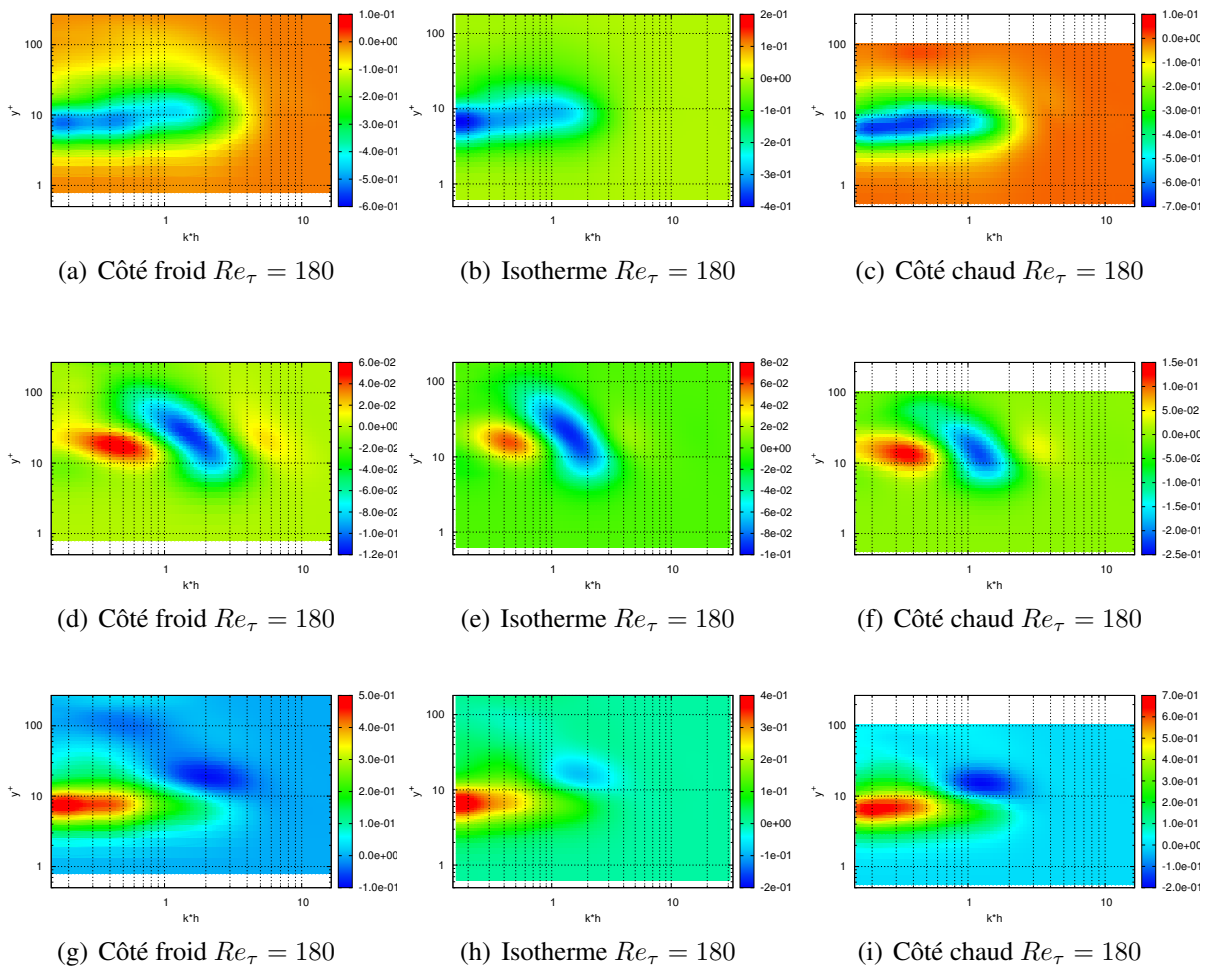


Figure 3 Dissipation (haut), transfert triadique dans le plan (centre) et transfert triadique interplan (bas)

modification de l'amplitude et des échelles participantes au transfert. L'amplitude diminue du côté froid (figure 4(a)) quand elle augmente du côté chaud (figure 4(c)). Alors que, du côté froid, la distance à la paroi influe sur les échelles qui perdent de l'énergie cinétique turbulente. Du côté chaud, cette spécificité des échelles disparaît.

Pour le transfert par la pression inter-plan, le gradient de température crée une augmentation de la norme côté chaud (figure 4(f)) et côté froid (figure 4(d)). Les tailles des structures turbulentes intervenant dans le transfert sont plus petites du côté froid qu'en isotherme (figure 4(e)), alors qu'elles restent similaires à l'isotherme du côté chaud.

Enfin, le terme de transfert thermique, négligeable en isotherme devient positif du côté froid (figure 4(g)) et négatif du côté chaud (figure 4(h)) créant un transfert d'énergie du côté chaud vers le côté froid. On peut mettre ce terme en regard de la vitesse verticale moyenne dont l'influence est prise en compte dans ce terme. Dans notre canal, cette vitesse entraîne le fluide du côté chaud vers le côté froid. Il est ainsi possible que cette vitesse favorise les éjections de structures turbulentes du côté chaud et freine les mêmes éjections du côté froid.

Nous pouvons résumer l'effet du gradient thermique selon plusieurs aspects. La modification de la viscosité provoque la redistribution de la quantité de mouvement et change les nombres de Reynolds locaux. Ceci provoque sur les termes de transfert le même effet qu'un change-

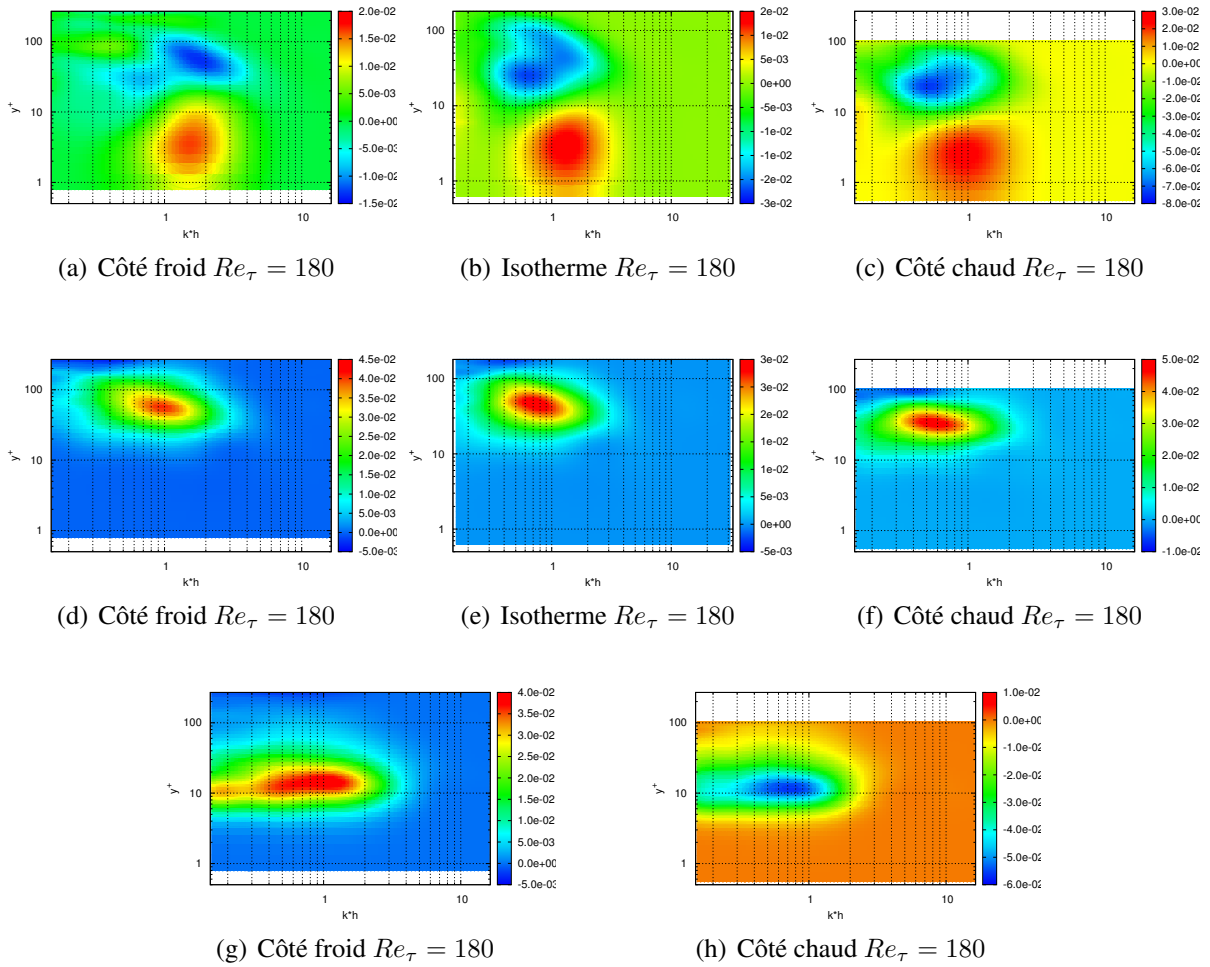


Figure 4 *Transfert par la pression dans le plan (haut), Transfert par la pression inter plan (centre) et Transfert thermique (bas)*

ment classique de nombre de Reynolds, à savoir une augmentation de la gamme d'échelles à haute énergie cinétique turbulente et participant aux transferts d'énergie cinétique turbulente. Le deuxième aspect est une augmentation de la production turbulente et de la dissipation, que l'on retrouve dans les différents termes de transfert. Finalement, le gradient thermique crée un échange d'énergie entre le côté chaud et le côté froid qui correspond à environ 8% du terme de production côté chaud et 10% de la production côté froid.

L'absence de modélisation des petites échelles de la turbulence et le niveau de détails supérieur permet de s'affranchir complètement des erreurs de modélisations. Ainsi, cette étude vient confirmer la validité des résultats obtenus précédemment par simulations des grandes échelles [8].

4. Conclusion

Après avoir introduit les simulations numériques directes isotherme et anisothermes d'un canal plan turbulent à un nombre de Reynolds turbulent $Re_\tau = 180$, nous avons explicité dans le détail les différents termes de production, de transfert et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. La comparaison de ces termes entre canal isotherme et canal anisotherme a fait apparaître une assymétrisation du comportement de la turbulence entre les deux côtés du canal

soumis à un fort gradient thermique. A la fois l'amplitude et les vecteurs d'ondes sont affectés. Globalement, lors de l'application d'un gradient de température, la production, la dissipation et les transferts d'énergie sont plus intenses qu'en isotherme. Le côté froid du canal anisotherme fait intervenir plus d'échelles dans les transferts. Les mécanismes côté chaud sont plus intenses que du côté froid. Enfin, il existe un transfert d'énergie cinétique turbulente directement de la proche paroi côté chaud vers la proche paroi côté froid. Ces résultats sont complémentaires à ceux présentés dans une précédente étude à partir de SGE. Dans le futur, il sera intéressant de comparer les comportements des termes pour des nombres de Reynolds turbulents différents en isotherme d'une part et en anisotherme d'autre part. Il serait ainsi possible de distinguer la part des modifications de comportement associées aux changements du nombre de Reynolds turbulent de celle provoquée par le gradient thermique.

Références

- [1] X. Daguene-Frick, A. Toutant, F. Bataille, G. Olalde, [Numerical investigation of a ceramic high-temperature pressurized-air solar receiver](#), *Solar Energy* 90 (0) (2013) 164–178.
- [2] A. Colleoni, A. Toutant, G. Olalde, J. M. Foucaut, [Optimization of winglet vortex generators combined with riblets for wall/fluid heat exchange enhancement](#), *Applied Thermal Engineering* 50 (1) (2013) 1092–1100.
- [3] F. C. Nicoud, [Numerical study of a channel flow with variable properties](#), *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs* (1998) 289–309.
- [4] S. Serra, A. Toutant, F. Bataille, Y. Zhou, [High-temperature gradient effect on a turbulent channel flow using thermal large-eddy simulation in physical and spectral spaces](#), *Journal of Turbulence* (2012) N49
- [5] S. Kida, S. Orszag, [Energy and spectral dynamics in decaying compressible turbulence](#), *Journal of Scientific Computing* 7 (1) (1992) 1–34.
- [6] A. W. Cook, Y. Zhou, [Energy transfer in rayleigh-taylor instability](#), *Phys. Rev. E* 66 (2002) 026312.
- [7] I. A. Bolotnov, R. T. L. Jr., D. A. Drew, K. E. Jansen, A. A. Oberai, [Spectral analysis of turbulence based on the {DNS} of a channel flow](#), *Computers and Fluids* 39 (4) (2010) 640 – 655.
- [8] F. Aulery, A. Toutant, F. Bataille, Y. Zhou, Analyse spectrale de l'équation de l'énergie cinétique turbulente en écoulement pariétal fortement anisotherme, in : *Congrès Société française de thermique*, Gerardmer, 2013.
- [9] A. Toutant, F. Bataille, [Turbulence statistics in a fully developed channel flow submitted to a high temperature gradient](#), *International Journal of Thermal Sciences* 74 (0) (2013) 104–118.
- [10] S. Paolucci, On the filtering of sound from the Navier-Stokes equations, *Tech. Rep. SAND82-8257*, Sandia National Labs., Livermore, CA (USA) (1982).
- [11] P. S., *Turbulent flows*, Cambridge University Press, 2000.

Remerciements

Ces travaux ont bénéficié d'un accès aux moyens de calcul du CINES au travers de l'allocation de ressources 2013-c20132a5099 attribuée par GENCI (Grand Équipement National de Calcul Intensif). Nous remercions l'équipe Trio_U du CEA pour la mise à disposition et le développement du code de calcul Trio_U.