# Etude de la protection thermique par un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée soumise à l'action d'un écoulement d'air chaud turbulent

# El Mustapha BELAHMIDI<sup>1</sup>\*, Lahcen BOUIRDEN<sup>2</sup>, Belkacem ZEGHMATI<sup>3</sup>

<sup>1\*</sup>Ecole Supérieure de Technologie, Université Ibn Zohr, B.P. 33/S, Agadir – Maroc

<sup>2</sup>Laboratoire de Thermodynamique et Energétique, Faculté des Sciences, B.P. 28/S, Agadir – Maroc

<sup>3</sup>Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes, Equipe de Mécanique des fluides et Energétique. Univ. de Perpignan Via Domitia, 52 Av. Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex, France. <sup>1\*</sup>(auteur correspondant : belahmidi@esta.ac.ma)

#### Résumé

Une étude de la protection thermique par un film liquide d'une paroi inclinée soumise à une convection d'air chaud turbulente est présentée. Les équations de transferts sont discrétisées par la méthode des différences finies et résolues par la méthode de Thomas. Le modèle de turbulence utilisé est basé sur la formulation algébrique de Cebeci et Smith. Les résultats montrent que le flux de chaleur augmente considérablement à cause de l'évaporation du film liquide. Le transfert de chaleur augmente pendant que le débit d'alimentation du film diminue, alors que l'influence de la vitesse d'air chaud est plus significative que celle du débit liquide. L'évolution le long de la plaque des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux montrent que le film de liquide permet de protéger la paroi en réduisant le transfert de chaleur et de masse entre l'air chaud et la paroi inclinée.

#### Nomenclature

- Cp capacité calorifique massique,  $J kg^{-1} K^{-1}$
- $D_{\nu}$  diffusivité massique,  $m^2 s^{-1}$
- $h_L$  chaleur latente de vaporisation,  $J kg^{-1}$
- $\dot{m}$  densité massique de vapeur,  $kg m^{-2} s^{-1}$
- *Nus* nombre de Nusselt sensible
- *Nu*<sub>L</sub> nombre de Nusselt latent
- $Re_g$  nombre de Reynolds du gaz
- $Sc_g$  nombre de Schmidt du gaz
- $Sh_x$  nombre de Sherwood local
- $Pr_g$  nombre de Prandtl
- *T* température dimensionnelle, *K*
- *X* abscisse adimensionnelle, (=x/L)
- $X_{tr}$  abscisse de transition adimensionnelle
- *w* fraction massique de la vapeur d'eau

#### Symboles grecs

- $\Gamma$  débit du film liquide, kg m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>
- $\delta$  épaisseur du film liquide, *m*
- $\lambda$  conductivité thermique,  $W m^{-1} K^{-1}$
- $\mu$  viscosité dynamique, kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>
- $\rho$  masse volumique, kg m<sup>-3</sup>
- $\theta$  angle d'inclinaison, *rad*
- Indices et exposants
- *e* entrée de la plaque
- *i* interface liquide-vapeur
- $k = \ell, g(\ell \text{ pour le liquide et g pour le gaz})$
- p paroi
- t turbulent
- $\infty$  loin de l'interface

# 1. Introduction

L'efficacité et la puissance spécifique des moteurs à flux continu tels que les turbines à gaz et les buses de fusées sont limitées par la température de combustion du cycle thermodynamique et les contraintes thermiques auxquelles sont soumis les matériaux de la chambre de combustion. Aussi, un refroidissement efficace est nécessaire pour éviter la détérioration de ces matériaux. Le refroidissement par film s'avère être l'une des techniques les plus efficaces de protection des parois soumises à des contraintes thermiques élevées [1-8]. Ainsi, l'étude de l'évaporation d'un film liquide binaire (benzène méthanol) ruisselant sur la paroi interne d'une conduite cylindrique par un écoulement d'air chaud a montré que de petites fractions massiques du deuxième composant du liquide provoquent d'importants changements de la température du film de liquide et de l'intensité du transfert de chaleur et de masse à l'interface liquide-vapeur[1]. Le processus de transport dans les phases liquide et vapeur a fait l'objet de travaux de Shembharkar et Pai [2], Baumann et Thiele [3], Yan [4], et Tsay et Lin [5]. Ces auteurs ont considéré que les écoulements de l'air et du film liquide s'effectuaient respectivement en convection forcée turbulente en régime laminaire. Le profil de température dans le film liquide est supposé linéaire [2,3] et laminaire pleinement développé [4, 5]. Feddaoui et al. [6, 7] ont analysé le refroidissement par évaporation en convection mixte des parois chauffées et d'un film liquide en ruissellement laminaire le long d'un tube vertical. D'autre travail [8] sur l'évaporation par convection mixte turbulente d'un film liquide s'écoulant en régime laminaire le long d'un canal vertical a contribué à l'amélioration de la protection thermique de ses parois soumises à un chauffage d'air très intense.

L'objectif de la présente étude est d'analyser le transfert de chaleur et de masse lors de l'évaporation par un air chaud s'écoulant en régime turbulent sur la surface libre d'un film liquide ruisselant sur une plaque plane inclinée par rapport à l'horizontale. L'une des finalités de cette étude est de contribuer à l'amélioration de nos connaissances sur le refroidissement par évaporation d'un film d'eau d'une paroi plane. Nous étudions l'influence du débit et de la vitesse d'écoulement de l'air chaud notamment sur la température à l'interface liquide-vapeur, les nombres locaux de Nusselt sensible et latent ainsi que le nombre de Sherwood local et le taux d'évaporation cumulée,

# 2. Description et formulation du problème

Considérons un film d'eau ruisselant, en régime laminaire et sans onde, sur une plaque plane inclinée et adiabatique (*figure 1*). Un écoulement turbulent d'air chaud circule de manière co-courante au-dessus de la surface libre du film d'eau. Soit x l'abscisse mesurée positivement dans le sens de l'écoulement et y la distance normale à la paroi. Les composantes de la vitesse dans les directions x et y sont respectivement u et v. Nous supposons que les approximations de la couche limite sont valables aussi bien dans le film liquide que dans l'écoulement gazeux ; la dissipation visqueuse, les effets Dufour et Soret et la tension superficielle sont négligeables ; l'interface eau-air est en équilibre thermodynamique ; il n'y a pas de dissolution d'air dans le liquide alors que l'air est supposé être un gaz parfait. Compte tenu de ces hypothèses simplificatrices, les équations qui régissent les transferts dans les deux phases s'écrivent dans le repère (xoy) comme suit :



Figure 1 : Schéma descriptif du modèle physique

# 2.1. - Film d'eau

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{\ell}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}_{\ell}}{\partial \mathbf{y}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\ell} u_{\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial x} + \rho_{\ell} v_{\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial y} = \rho_{\ell} g \sin(\theta) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial y} \right)$$
(2)

$$\rho_{\ell} C p_{\ell} \left( u_{\ell} \frac{\partial T_{\ell}}{\partial x} + v_{\ell} \frac{\partial T_{\ell}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{\ell} \frac{\partial T_{\ell}}{\partial y} \right)$$
(3)

#### 2.2. Air chaud

$$\frac{\partial \rho_{g} u_{g}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{g} v_{g}}{\partial y} = 0$$
(4)

$$\rho_{g}\left(u_{g}\frac{\partial u_{g}}{\partial x}+v_{g}\frac{\partial u_{g}}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left((\mu_{g}+\mu_{g,t})\frac{\partial u_{g}}{\partial y}\right)$$
(5)

$$\rho_{g} C p_{g} \left( u_{g} \frac{\partial T_{g}}{\partial x} + v_{g} \frac{\partial T_{g}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( (\lambda_{g} + C p_{g} \frac{\mu_{g,t}}{\Pr_{g,t}}) \frac{\partial T_{g}}{\partial y} \right) + \rho_{g} (D_{v} + \frac{\mu_{g,t}}{Sc_{g,t}}) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial T_{g}}{\partial y}$$
(6)

$$\rho_{g}\left(u_{g}\frac{\partial w}{\partial x}+v_{g}\frac{\partial w}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left((D_{v}+\frac{\mu_{g,t}}{Sc_{g,t}})\frac{\partial w}{\partial y}\right)$$
(7)

# 2.3. Conditions aux limites

- Au bord supérieur de la plaque(x=0) : 
$$u_{\ell} = u(y)$$
,  $T_{\ell} = T_e$ ,  $u_g = u_{\infty}$ ,  $T_g = T_{\infty}$  et  $w = w_{\infty}$  (8)

- A la paroi (y = 0) : 
$$u_{\ell} = v_{\ell} = 0$$
 ,  $-\left(\lambda_{\ell} \frac{\partial T_{\ell}}{\partial y}\right) = 0$  (9)

- A l'interface liquide-gaz ( $y=\delta$ ), la continuité des composantes de la vitesse, des températures, des contraintes de cisaillement et des densités de flux de chaleur est exprimée par les relations suivantes:

$$u_{\ell} = u_{g} = u_{i}, \ T_{\ell} = T_{g} = T_{i} \ \text{et} \left( \mu_{\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial y} \right)_{i,\ell} = \left( (\mu_{g} + \mu_{g,\ell}) \frac{\partial u_{g}}{\partial y} \right)_{i,g}$$
(10)

$$-\left(\lambda_{\ell}\frac{\partial T_{\ell}}{\partial y}\right)_{i,\ell} = -\left(\left(\lambda_{g} + Cp_{g}\frac{\mu_{g,t}}{\Pr_{g,t}}\right)\frac{\partial T_{g}}{\partial y}\right)_{i,g} + \dot{m}h_{L} \text{ avec } \dot{m} = -\left(\rho_{g}V_{g}\right)_{i}$$
(11)

- A la frontière extérieure de la phase gazeuse  $(y \rightarrow \infty)$  :  $u_g = u_\infty$ ,  $T_g = T_\infty$ ,  $w = w_\infty$  (12)

A ces conditions, nous ajoutons l'équation de conservation du débit massique pour le film liquide:

$$\Gamma_e = \int_0^x \dot{m} dx + \int_0^\delta \rho_\ell u_\ell dy$$
(13)

Les grandeurs turbulentes telles que la conductivité thermique et la diffusivité massique sont données par les expressions suivantes :  $\lambda_{g,t} = \rho_g C p_g / P r_{g,t}$ ,  $D_{v,t} = \mu_{g,t} / P r_{g,t}$ . Pour le système air-eau considéré dans ce travail, les valeurs de  $P r_{g,t}$  et de  $S c_{g,t}$  sont prises égales à 0.7. La transition entre le régime laminaire et turbulent est déterminée à l'aide d'une méthode de calcul utilisant le critère de transition de Michel [9].

# 3. Modèle de turbulence

Pour établir la viscosité turbulente dans les équations de la phase gazeuse ( $\mu_{g,t}$ ), il semble très approprié d'utiliser une approche basée sur la formulation algébrique de longueur de mélange. Cette dernière s'applique essentiellement pour traiter les problèmes de couche limite. Comme cette formulation n'est valable que dans la région de turbulence établie, elle a été corrigée par plusieurs auteurs. Par exemple, Cebeci et de Smith [10] ont pris en compte, dans leur modèle, l'influence des gradients de pression, de la compressibilité, de la transition de régime et du transfert de matière à la paroi. Nous avons retenu ce modèle pour traiter l'écoulement turbulent de la couche limite gazeuse le long de la plaque plane inclinée.

# 4. Résolution numérique

Les équations de transferts (1-7) sont discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Nous avons utilisé un maillage non uniforme suivant la direction longitudinale et transversale. Cette discrétisation conduit à des systèmes d'équations algébriques que nous résolvons à l'aide de l'algorithme de Thomas. Un calcul itératif est nécessaire pour que la conservation du débit massique et la continuité des flux massique et thermique à l'interface liquide-gaz soient vérifiées. La détermination du maillage optimum qui représente un bon compromis entre le critère de stabilité de l'algorithme de Thomas et une occupation mémoire acceptable, nous a conduit à utiliser un maillage de 601x 41 pour le liquide et de 601x 400 pour la phase gazeuse

# 5. Résultats et discussion

Les calculs ont été effectués pour une plaque de longueur L=2m inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle  $\theta=30^{\circ}$ , un film d'eau et un écoulement d'air soumis à une pression P=1atm. Au bord d'attaque supérieur de la plaque, les températures de l'eau  $(T_e)$  et de l'air  $(T_{\infty})$  sont maintenues respectivement à  $20^{\circ}C$  et  $200^{\circ}C$  pour une humidité absolue  $(w_{\infty})$  de l'air au voisinage du film d'eau de 0.007 kg d'air de vapeur d'eau par kg d'air sec. Le débit du film d'eau varie entre 0.02 et  $0.08 kg m^{-1} s^{-1}$  et la vitesse de l'air entre 40 et 60 m s^{-1}.

La figure 2 représente l'évolution longitudinale de la température de l'interface eau-air  $T_i$ pour plusieurs débits d'eau et vitesses d'écoulement d'air. On constate que cette température augmente avec le débit d'eau et la vitesse de l'air et que son évolution le long de la plaque est fonction du régime de l'écoulement de l'air. L'influence de la vitesse  $u_{\infty}$  sur les profils de la température de l'interface eau-air  $T_i$  n'est pas analogue à celle engendrée par la variation du débit d'eau. De grandes valeurs de débit d'eau abaissent la température de l'interface eau-air. L'examen de la figure 2b montre que l'augmentation de la vitesse de l'air provoque une



Figure 2 : Effets du débit  $\Gamma_e$  et de la vitesse  $u_{\infty}$  sur la variation longitudinale de la température d'interface (Ti).



Figure 3 : Effets du débit  $\Gamma_e$  et de la vitesse  $u_\infty$  sur la variation du nombre de Nusselt sensible ( $Nu_s$ )

élévation de la température de l'interface eau-air jusqu'à atteindre une valeur maximale. Elle décroit ensuite avec l'augmentation de la vitesse de l'air. Ce résultat apparait clairement dans la partie correspondant au régime laminaire de l'écoulement d'air ( $X < X_{tr}$ ).

L'évolution longitudinale du nombre de Nusselt sensible n'est pas influencée par le débit d'eau (fig. 3a). Par contre l'augmentation de la vitesse de l'écoulement d'air intensifie le transfert de chaleur par mode sensible notamment dans la partie où l'écoulement de l'air s'effectue en régime turbulent (fig. 3b). L'abscisse  $(X_{tr})$  à laquelle correspond la transition entre les régimes laminaire et turbulent diminue avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement de l'air. Il est a noté que le nombre de Nusselt latent  $Nu_s$  reste pratiquement constant dans la partie ou l'écoulement s'effectue en régime laminaire  $(X < X_{tr})$ .

Le nombre de Nusselt latent augmente avec la vitesse de l'écoulement d'air  $(u_{\infty})$  et diminue avec le débit d'eau (fig. 4). Les valeurs négatives de  $Nu_l$  s'expliquent par le sens de transfert de chaleur par mode latent opposée au transfert de chaleur par mode sensible. Il est intéressant de voir que les valeurs de  $Nu_l$  restent pratiquement constantes dans la zone d'écoulement en régime laminaire. Cela indique que la zone où l'écoulement est turbulente  $(X>X_{tr})$ l'évaporation du film d'eau intensifie les transferts de chaleur. Il s'ensuit que le transfert de chaleur par mode latent s'oppose à celui qui se déroule par mode sensible et l'efficacité de la protection de la paroi est élevée pour de grande vitesse de l'air. Comme le nombre de Nusselt sensible local , le nombre de Sherwood local est peu sensible à la variation du débit d'eau et augmente avec les vitesses de l'écoulement d'air (fig. 5). Le taux d'évaporation cumulée (Mr) est d'autant plus élevé que le débit d'eau est faible et que la vitesse de l'écoulement d'air est grande (fig. 6). Ainsi, la plus grande valeur de Mr obtenue pour  $\Gamma_e=0.02 \ Kg/(m.s)$  est d'environ 34% et la valeur de ce taux d'évaporation peut atteindre 13% à 16% si la vitesse d'écoulement d'air varie entre 60 et 100 m/s.



Figure 4 : Effets du débit  $\Gamma_e$  et de la vitesse  $u_{\infty}$  sur la variation longitudinale du nombre de Nusselt latent.



Figure 5 : Effets  $\Gamma_e$  et de  $u_{\infty}$  sur la variation selon X du nombre de Sherwood local (Sh<sub>x</sub>).

Figure 6 : sur la variation selon X du taux d'évaporation cumulée (Mr).

1.0

1.0

# 6. Conclusion

L'étude de l'évaporation d'un film d'eau par convection forcée turbulente d'un air chaud cocourant au ruissellement du film le long d'une plaque plane et inclinée montre notamment que de grands débit d'eau abaissent la température de l'interface eau-air. Cette température augmente avec la vitesse de l'air jusqu'à atteindre une valeur maximale. La température de l'interface eau air diminue pour des valeurs de la vitesse supérieures à celle correspondant à la température maximale. Les transferts de chaleur et de masse sont fortement influencés par la vitesse de l'écoulement d'air.

#### Références

- [1] W.W. Baumann, F. Thiele, Heat and mass transfer in two-component film evaporation in a vertical tube, The Eigth International Heat Transfer Conference, vol. 4, 1986, pp. 1843–1848.
- [2] T. R. Shembharkar, B. R. Pai, Prediction of film cooling with a liquid coolant. Int. J. Heat Mass transfer, (1986) 26, 899-908.
- [3] W. W. Baumann, F. Thiele, Heat and mass transfer in evaporating two component liquid film flow. *Int. J. Heat Mass Transfer* (1990) 33, 267-273.
- [4] W.M. Yan, Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channel flow, Int. J. Heat Mass Transfer, 41 (1995) 3719–3729.
- [5] Y. L. Tsay, T. F. Lin, Evaporation of heated falling liquid film into a laminar gas stream. *Experimental Thermal and Fluid Science* (1995) 11, 61-71.
- [6] M. Feddaoui, E. Belahmidi, A. Mir, A. Bendou, Numerical study of the evaporative cooling of liquid film in laminar mixed convection channel flows", *Int. J. Thermal Science*, (2001), 40, 1011-1020
- [7] M. Feddaoui, A. Mir, E. Belahmidi, Concurrent turbulent mixed convection heat and mass transfer in falling film of water inside a vertical heated tube, Int. J. Heat Mass Transfer 46 (2003) 3497–3509
- [8] J.H. Jang, W.M. Yan, Thermal protection with liquid film in turbulent mixed convection channel flows. *Int. J. Heat Mass transfer*, 49 (2006) 3645–3654
- [9] R. Michel, Etude de la transition sur les Profiles d'Ailes, Onera Report 1/1578A (1951).
- [10] T. Cebeci, A. M. O. Smith, Analysis of turbulent Boundary Layers, Academic Press, N.Y; (1974).